车辆悬架设计及理论

周长城　著





说　明

本书电子版仅提供给高校任课教师使用，如有任课教师需要本书课件或其他相关教学资料，请联系北京大学出版社客服，微信手机同号：15600139606，扫下面二维码可直接联系。

由于教材版权所限，仅限任课教师索取，谢谢！



车辆悬架设计及理论

周长城　著

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

车辆悬架决定和影响车辆行驶的平顺性和安全性，因此，本书首先介绍了车辆悬架的作用、组成、类型以及研究发展状况。然后以汽车简化振动模型和行驶振动模型为基础，介绍了单质量车身振动及特性、双质量车身车轮振动及特性、双轴汽车垂直振动和俯仰平面振动及特性、“人—车”三自由度系统的振动及特性以及车辆行驶随机振动及特性，介绍了汽车行驶的平顺性和安全性及评价，介绍了车辆悬架系统分别基于舒适性和安全性的最佳阻尼匹配，以及基于安全性和舒适性相统一的最佳阻尼比。同时，针对振动悬架系统组成部件的设计理论和方法进行介绍，即分别介绍了悬架弹簧、筒式液压减振器、悬架稳定杆的设计理论和方法。随后，分别对空气弹簧、油气悬架的类型、结构、工作原理、特性、设计理论，以及特性试验和分析进行了介绍；最后，对半主动悬架和主动悬架的类型、特点、设计理论、控制规律和控制策略进行了介绍。

目前国内外尚没有有关车辆悬架设计及理论方面的书，本书是在作者多年对车辆悬架研究成果的基础上总结后编写而成的，很多内容包含了作者的最新研究成果。本书内容叙述力求深入浅出、层次分明，既有理论分析，又有试验测试，各章节既有理论分析和实例讲解，最后又编排有该章小结。

本书可作为车辆工程、交通运输及相关专业的本科生和研究生参考用书，也可作为车辆工程技术人员进行车辆悬架设计的重要参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

车辆悬架设计及理论/周长城著. —北京：北京大学出版社，2011.8
ISBN 978-7-301-19298-6

Ⅰ. ①车… Ⅱ. ①周… Ⅲ. ①汽车—车悬架—设计 Ⅳ. ①U463.330.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 154952 号

书　　名：车辆悬架设计及理论
著作责任者：周长城　著
责 任 编 辑：童君鑫
标 准 书 号：ISBN 978-7-301-19298-6/TH·0250
出　版　者：北京大学出版社
地　　址：北京市海淀区成府路 205 号　100871
网　　址：http://www.pup.cn　http://www.pup6.com
电　　话：邮购部 62752015　发行部 62750672　编辑部 62750667　出版部 62754962
电 子 邮 箱：pup_6@163.com
印　刷　者：
发　行　者：北京大学出版社
经　销　者：新华书店
787 毫米×1092 毫米　16 开本　19.5 印张　449 千字
2011 年 8 月第 1 版　2011 年 8 月第 1 次印刷
定　　价：48.00 元

前　　言

随着汽车工业的发展，人们对汽车的乘坐舒适性和操纵稳定性提出了更高要求，而车辆悬架决定和影响车辆行驶的平顺性、操作稳定性和乘坐舒适性。然而，尽管国内外很多专家对车辆悬架进行了大量的研究，但由于受关键设计理论和方法的制约，目前车辆悬架及关键零部件的设计大都是采用“经验＋反复试验”的方法，即首先凭经验确定车辆悬架及零部件的关键参数，然后经过反复试验和修改，最终才确定出所设计的悬架及零部件的关键参数值。因此，传统的车辆悬架及关键零部件的设计方法，不能满足汽车工业快速发展的要求。进入世界贸易组织以后，我国研发具有自主知识产权的汽车产品，已经提到了议事日程。要提高我国汽车的自主研发能力，必须从基本原理和理论出发，根据车辆行驶平顺性、操作稳定性和乘坐舒适性的要求，对车辆悬架设计及理论进行研究。

目前国内外尚没有有关车辆悬架设计及理论方面的书，本书是在作者多年对车辆悬架研究成果的基础上总结后编写而成的，很多内容包含了作者的最新理论研究成果。本书可作为高等院校车辆工程、交通运输专业的本科生及研究生的参考书，对于从事汽车或其他车辆工程的技术人员也具有重要的参考价值。本书力求深入浅出，循序渐进，以车辆行驶振动简化模型为研究对象，以车辆行驶平顺性、操作稳定性和乘坐舒适性为研究目标，以车辆悬架及各零部件组成的设计理论和方法为主线，对车辆简化模型的振动及特性进行分析，对车辆行驶平顺性和安全性及评价进行了介绍，对车辆悬架最佳阻尼匹配进行分析；对车辆悬架的重要组成部件，即减振器、弹簧和悬架稳定杆的设计理论和方法进行介绍，对空气弹簧、油气悬架的设计理论和方法进行阐述；对车辆半主动悬架和主动悬架的设计理论和方法、可控减振器及节流参数控制规律以及半主动悬架和主动悬架的控制策略进行分析。本书内容精简、叙述力求深入浅出、层次分明，既有理论分析，又有特性试验，各章节注重前后的逻辑性和衔接性，将新理论和方法分析与设计实例讲解相结合，最后给出该章小结。

在本书编写过程中，得到了山东理工大学研究生赵雷雷、毛少坊、郭剑、李红艳、高春蕾和文森淼等的大力支持，他们对书中的文字内容进行了校对，对书中的插图进行了绘制，在此表示感谢。

限于作者水平，书中难免有疏漏和不妥之处，恳请读者批评指正。

周长城

2011 年 6 月

目　　录

第1章 车辆悬架概述

1.1 车辆悬架的定义、作用及性能要求

1.1.1 车辆悬架的定义

16世纪的四轮载人和载货马车为解决“路上感觉非常颠簸”的问题，将车厢用皮带吊在底盘的4根柱子上，就像翻过来的桌子一样。因为车厢是挂在底盘上的，所以人们渐渐将其称为“悬架(Suspension)”，并沿用至今，以描述整个一类的解决方案。车厢吊起式的悬架还不是一个真正的弹簧系统，但它确实使车厢与车轮的运动分离开来。半椭圆形的弹簧设计(也称为车载弹簧)迅速取代了皮带式的悬架。半椭圆形弹簧广泛用在四轮或两轮载人、载货马车上，并且通常在前、后轴上使用。不过，它们确实容易造成前后晃动，并且有较高的重心。当动力汽车面世时，人们陆续开发出其他更高效的弹簧系统，使乘客享有更平稳的行驶感觉。因此，车辆悬架是指汽车的车架与车桥或车轮之间的一切连接装置的总称，其作用是传递作用在车轮和车架之间的力和力矩，缓冲行驶过程中由路面不平引起并传递给车架或车身的冲击力，衰减由此引起的振动，以保证汽车能平顺地行驶，保证乘坐舒适和货物完好。悬架决定着车辆的操纵稳定性、乘坐舒适性和行驶安全性，是现代汽车十分重要的部件之一。车辆悬架在现代汽车中的装配如图1.1所示。

由汽车构造可知，车辆底盘包含了位于车身下方的所有重要系统，其中包括如下几项。

(1) 车架——承载负荷的结构性部件，用于支撑汽车的发动机和车身，而它本身由悬架支撑。

(2) 悬架系统——用于支撑重量、吸收和消除振动以及帮助维持轮胎接触的装置。

(3) 转向系统——使驾驶员能够操控车辆方向的机械。

(4) 轮胎和车轮——利用抓地与路面的摩擦力使车辆能够运动起来的部件。

因此，车辆悬架在任何车辆中都是主要系统之一。

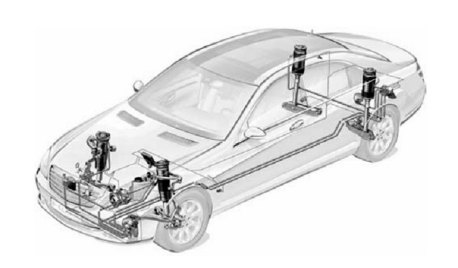


图 1.1　车辆悬架在汽车上的装配图

1.1.2　车辆悬架的作用

人们在考虑汽车的性能时，通常会关注马力、转矩和“0～100km/h”加速时间等参数。但是如果驾驶员无法操控汽车，那么活塞发动机产生的所有动力都将毫无用处。鉴于此，车辆工程人员在掌握了四冲程内燃发动机后，立即就把注意力转向了车辆悬架系统。

汽车悬架的工作是最大限度地增加轮胎与路面之间的摩擦力，提供能够良好操纵的转向稳定性，以及确保乘客的舒适度。但由于道路往往并不平坦，即使是新铺的高速公路，其路面也会略有凹凸不平而对汽车车轮造成影响，路面将力作用在车轮上。根据牛顿第三定律，车轮也会给地面一个反作用力，力的大小取决于车轮颠簸的程度。总之，车辆在通过颠簸不平的路面时，车轮垂直于路面上下运动，并使车轮产生一个垂直加速度。如果没有一个居间结构，所有车轮的垂直能量将直接传递给在相同方向上运动的车架。在此情况下，车轮会完全丧失与路面的接触，然后在向下的重力作用下再次撞击路面。因此，车辆需要一个能够吸收垂直加速车轮的能量，使车轮顺着路面上下颠簸的同时车架和车身不受干扰的系统，即悬架系统。

行驶中车辆的动力学特性包括行驶特性和操纵特性，其中，车辆的行驶特性是指汽车平稳驶过崎岖不平的路面的性能；而车辆的操纵特性是指汽车安全地加速、制动和转弯的性能。这两个特征可通过路面隔离性能、抓地性能和转弯性能指标要求来反映，见表 1-1。

表 1-1　路面隔离性能、抓地性能和转弯性能指标要求

性能指标	定义	目标	解决方案
路面隔离性能	车辆吸收路面振动或将其与乘客席隔离的性能	使车身在驶过不平路面时不受干扰	吸收并消化路面颠簸产生的能量，从而使车辆不至于产生过度的振动
抓地性能	在各种类型的方向变化以及直线行驶过程中，汽车保持与路面接触的程度	保持轮胎与地面接触，因为轮胎与路面之间的摩擦力会影响车辆转向、制动和加速性能	尽量减少车身重量的左右和前后转移，因为这会降低轮胎的抓地性能
转弯性能	车辆沿弯路行驶的性能	尽量减少在车辆转弯时，车身的侧倾趋势	转弯时将汽车的重量从较高的一侧转移到较低一侧

车辆悬架及其各种部件提供了上面所述性能指标要求，即路面隔离性能、抓地性能和转弯性能的全部解决方案。

1.1.3 车辆悬架系统的性能要求

汽车悬架性能是影响汽车行驶平顺性、操纵稳定性和行驶速度的重要因素，在悬架的设计中应满足如下性能的要求。

(1) 保证汽车有良好的行驶平顺性。为此，汽车应有较低的振动频率，乘客在车中承受的振动加速度应满足国际标准 ISO—2631—97 规定的人体承受振动界限值。

(2) 有合适的减振性能。它应与悬架的弹性特性很好地匹配，保证车身和车轮在共振区的振幅小，振动衰减快，使汽车具有良好的乘坐舒适性。

(3) 保证汽车有良好的操纵稳定性。导向机构在车轮跳动时，应不使主销定位参数变化过大，车轮运动与导向机构运动应协调，不出现摆振现象。转向时整车应有一些不足转向特性。

(4) 汽车制动和加速时能保持车身稳定，减少车身纵倾(即“点头”或“后仰”)的可能性。

(5) 能够可靠地传递车身与车轮间的一切力和力矩，零部件质量轻并有足够的强度和寿命，保证车辆的正行和减少轮胎磨损等功能。

1.2 车辆悬架的组成

典型的悬架系统结构由弹簧、减振器、导向机构及稳定杆等组成，个别结构还有缓冲块，如图 1.2 所示。

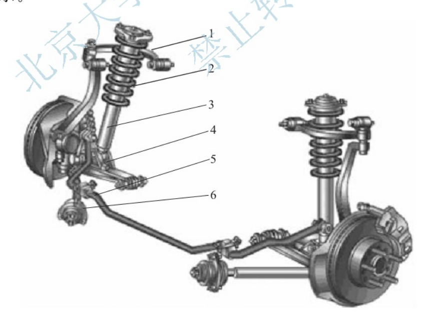


图 1.2 车辆悬架组成元件示意图

1—上摆臂；2—弹簧；3—减振器；4—下摆臂；5—稳定杆；6—纵向推力杆

1.2.1 弹簧

悬架弹簧的软硬对车辆行驶的安全性和乘坐舒适性有重要的影响。弹簧较软的汽车(如林肯城市这样的豪华汽车)可以彻底消除颠簸并提供极平稳的行驶感觉，车辆的舒适性

高，但同时在制动和加速过程中易产生俯冲和蹲伏现象，在转弯时易产生侧倾和翻滚趋势，即车辆的安全性差。然而，弹簧较硬的汽车(如马自达 Miata)在颠簸路面上的平稳性稍差，乘坐舒适性差，但车身移动非常小，这意味着即使是在转弯处，也可以用较激烈的方式来驾驶，即车辆的行驶安全性高。

现在的弹簧系统均以下面 4 种基本设计之一为基础。

1. 螺旋弹簧

螺旋弹簧是最常见的弹簧类型。它其实是一个绕轴盘绕的重型扭杆，通过伸缩来缓冲车轮的运动。螺旋弹簧结构简单，制造容易，应用最为广泛，常见的车辆悬架螺旋弹簧如图 1.3 所示。

2. 钢板弹簧

由若干片钢板组合在一起充当一个单元的金属层(称为“叶片”)组成，即由多片钢板弹簧叠加而成。扁平长方形的钢板呈弯曲形，以数片叠成的底盘用弹簧，一端以销子安装在吊架上，另一端使用吊耳连接到大梁上，使弹簧能伸缩。起初用在马车上，直到 1985 年才开始在大多数美国汽车上应用。目前适用于一些非承载车身的硬派越野车及中大型的货卡车上，如图 1.4 所示。



图 1.3　车辆悬架螺旋弹簧



图 1.4　钢板弹簧

钢板弹簧主要有多片钢板弹簧、少片变截面弹簧、两级变刚度复式钢板弹簧、渐变刚度弹簧等类型。

钢板弹簧与车架的连接方式有两种：一种是摆动吊耳式连接；另一种是滑板式连接。其中，滑板式连接方式的钢板弹簧一端有卷耳，另一端没有卷耳，插入与车架固定连接的支架内并可滑动。第一片簧片为平直的端头，第二片的端部有向下的弯角，以免车架剧烈跳动时钢板从支架中脱出。为避免钢板弹簧变形时直接摩擦支架，在后支架上装有滑块和两侧的垫板。由于钢板弹簧变形时，主片上表面与弧形滑块的接触点是变动的，因而钢板弹簧工作长度变化，其刚度也略有改变。当载荷小时，钢板弹簧有效长度较长，弹性好；而当载荷增大时，钢板弹簧的有效长度减小，刚度略有增加。

钢板弹簧有摩擦阻尼和变刚度两个特点。

1）摩擦阻尼

由于钢板弹簧在载荷作用下变形时，各片钢板之间有摩擦产生，对车辆振动有衰减作用。因此，在对减振要求不高的车辆，例如，一般中型货车的后悬架或重型货车悬架中，大都采用钢板弹簧的悬架，而不安装单独的减振器。但是各片钢板之间的干摩擦，将使车轮所受的冲击在很大程度上传给了车架，即降低了悬架缓和冲击的能力，并使各钢板之间的磨损加快。为了保证钢板片之间产生定值摩擦力以及消除噪声，可在钢板片之间夹入耐磨的塑料片，如在某些高级轿车的后悬架钢板弹簧，就采用了这种结构。

2）变刚度

钢板弹簧采用不同的安装方式，可得到二级刚度钢板弹簧和渐变刚度钢板弹簧。其中，当货车上采用纵置式钢板弹簧非独立悬架时，如果主钢板弹簧的上面叠加副钢板弹簧，二者用U形螺栓固定装到后桥上，其中，主簧上端的连接如前所述，副簧两端平直，如图1.5所示，便可得到二级刚度钢板弹簧。

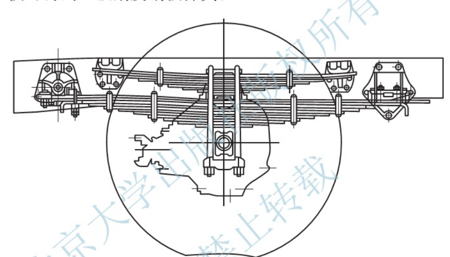


图1.5　二级刚度的主、副钢板弹簧悬架

由图1.5可知，当汽车载荷不大时，其两端上表面与铆接在车架上的副簧托架之间存在空隙而不接触，故只有主簧起作用，副簧不起作用。当汽车重载或满载时，主簧变形大，副簧与托架接触，此时主、副簧同时工作，悬架刚度随之增大。

为了提高汽车的平顺性，有些轻型货车把副簧置于主簧下面，便形成渐变刚度的钢板弹簧，如图1.6所示。

由图1.6可知，渐变刚度钢板弹簧的主钢板弹簧1较薄，刚度小，翘度大，而副钢板弹簧2较厚，刚度大，翘度小，主、副钢板弹簧通过中心螺栓3叠加在一起，在两端主、副钢板弹簧之间有间隙。因此，当载荷小时，仅有主钢板弹簧起作用，而当载荷增大到一定程度时，副簧开始与主簧逐片接触，悬架刚度也随之平缓变化，从而改善了汽车行驶平顺性。

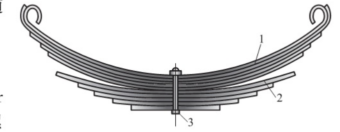


图1.6　渐变刚度钢板弹簧后悬架

1—主钢板弹簧；2—副钢板弹簧；3—中心螺栓

3．扭杆弹簧

扭杆弹簧的英文名称为Torsion - Bar Spring，利用钢棒的扭转特性来提供类似螺旋弹簧的性能，并靠扭转弹力来吸收振动能量。扭杆用合金弹簧钢做成，具有较高的弹



性，既可扭曲变形又可复原，实际上起到与螺旋弹簧相同的作用，只不过表现形式不一样而已。

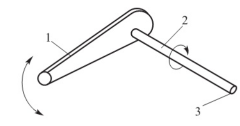


图 1.7　扭杆弹簧示意图

1—控制臂；2—扭杆弹簧；
3—与车架固定端

从截断面上看，扭杆弹簧有圆形、管形、矩形、叠片及组合式等。其工作原理是：钢棒的一端锚固在车架上，另一端与一个 A 形控制臂相连。A 形控制臂的作用就像一个垂直于扭杆移动的杠杆。当车轮遇到颠簸路面时，其垂直运动传递至 A 形控制臂，通过杠杆作用传递至扭杆，使扭杆被迫扭转变形，吸收冲击能量扭杆沿轴发生扭曲以提供弹力，当冲击力减弱时，杆的自然还原能力能迅速恢复到它原来的位置，使车轮回到地面，避免车架受到颠簸，如图 1.7 所示。

扭杆弹簧能够储存较大的能量，比相等应力的螺旋弹簧和钢板弹簧大得多。杆越短越粗，刚度也越大。在 20 世纪的五六十年代，欧洲的汽车制造商普遍使用此系统，同样的还有美国的 Packard 和克莱斯勒公司。

一般来讲，扭杆弹簧单位重量的储能量较大，且占用的空间位置最小，易于布置，还可以适度调整车身的高度，所以不少乘用车悬架采用扭杆弹簧。厂家在制造扭杆弹簧时施加了预应力，增大疲劳强度。由于预应力是有方向的，所以，应该注意扭杆弹簧也是有方向的。扭杆弹簧标记有左边或右边，用来识别安装在哪一侧。

4. 空气弹簧

由车轮和车身之间的柱状充气室构成。它是利用空气压缩后所产生的弹力性而制成的弹簧形式，减缓车轮振动。这一设计概念实际上已经出现了上百年，在两轮马车上就有它的踪迹。最初的空气弹簧由充气的皮囊制成，很像一个风箱。到 20 世纪 30 年代，它们被模压橡胶空气弹簧取代，目前主要是应用在各式车辆的避振器系统之中。空气弹簧这一名称来自日文，英文则称之为 Air Suspension，即气压式悬吊系统，其结构原理如图 1.8 所示。

汽车橡胶空气弹簧是利用橡胶的弹性和空气压力获得综合吸振、减振、隔振、防噪和缓冲的性能，从而起到承载负荷的弹性支撑作用。橡胶空气弹簧作为汽车减振的核心部件，它的性能的好坏直接影响着汽车的舒适性和对公路的破损性。目前在车辆上广泛使用的空气弹簧如图 1.9 所示。

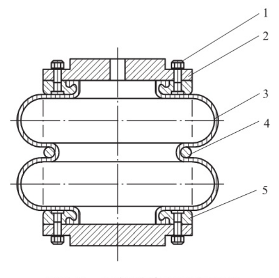


图 1.8　空气弹簧结构原理图

1—特制螺栓；2—上盖板(用户自配)；
3—橡胶空气弹簧；4—腰环；5—铝合金法兰



图 1.9　空气弹簧

空气弹簧从结构形式上分为膜式、囊式和复合式。另外，还有一种可以动态调整空气弹簧内部空气量的空气弹簧系统，其内部的空气量可根据需求进行动态调整。但因为其需要考虑调整空气量的额外装置与调整后车辆高度的变化，故此空气悬架系统的设计比一般空气弹簧的设计要复杂。

根据弹簧在汽车上的位置(例如位于车轮与车架之间)，一般为了便于分析，将车辆质量分为簧上质量(Sprung Weight)和簧下质量(Unsprung Weight)。其中，簧上质量是弹簧所支撑的与车体直接连接的零部件和车体的质量，而簧下质量为弹簧未支撑的质量，没有与车体直接连接的零部件的质量，也即除去簧上质量以外的车辆的质量。

1.2.2 减振器

弹簧具有极佳的能量吸收或释放性能，但在耗散能力方面要稍差一些。因此，如果车辆不使用阻尼结构，也无其他阻尼部件，汽车弹簧将以不可控制的速率弹开并释放它所吸收的振动能量，并继续按其自身频率往复振动，直到耗尽最初施加在它上面的所有能量，所以，仅构建在弹簧上的悬架自身会使汽车根据地形以弹跳方式行驶且不受控制，势必使汽车振动加剧，甚至发生共振，因此，为了满足车辆的行驶安全性、乘坐平顺性和操纵稳定性的要求，车辆悬架一般都安装一个重要的阻尼部件，即悬架减振器，并且使其阻尼特性与弹性元件特性相匹配。

减振器也称为缓冲器，它通过一种称为阻尼的过程来控制不希望发生的弹簧运动。减振器通过将悬架运动的动能转换为可通过液压油耗散的热能，来降低和减弱车辆的振动。因为减振器和滑柱与汽车操控性能密切相关，可以将其视为非常重要的安全性能。已磨损的减振器和滑柱会使过多的车身重量向前后左右转移，这会降低轮胎的抓地性能以及操控和制动性能。

按照不同的结构、工作介质和作用方式等，减振器有不同的分类。

1. 按能量转换介质分类

按能量转换介质进行分类，减振器可分为摩擦式减振器、液压式减振器、电磁式减振器，其中，摩擦式减振器原先用在重型载重车上，现已很少使用；电磁式减振器分为电流变减振器、磁流变减振器，国外已经有应用，但目前国内正处于开发研制阶段；液压式减振器目前广泛采用，如图1.10所示。

- 减振器
  - 摩擦式减振器
  - 液压式减振器
  - 电磁式减振器
    - 电流变减振器
    - 磁流变减振器

图1.10 按能量转换介质减振器分类框图

2. 按结构分类

按结构进行分类，减振器分为摇臂式减振器和筒式液压减振器，其中，摇臂式减振器目前很少使用；筒式液压减振器又分为双筒式液压减振器和单筒式液压减振器，双筒式和单筒式液压减振器可分为非充气式液压减振器和低压充气式液压减振器，非充气式双筒式液压减振器目前广泛用于卡车、中低档轿车等；低压充气式液压减振器用于中高档轿车，国内外已广泛采用，其中单筒低压充气式减振器用于中高档轿车，但使用比例比较少。按结构减振器分类如图1.11所示。

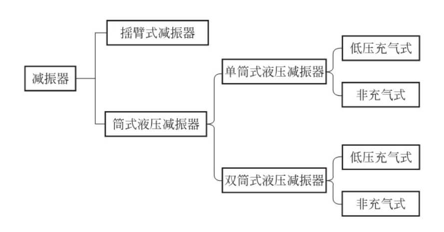


图 1.11　按结构减振器分类框图

3. 按作用方式分类

按作用方式减振器可分为双向作用式减振器和单向作用式减振器，其中，双向作用式减振器在复原和压缩行程都起作用，在汽车上广泛采用；而单向作用式减振器仅在复原行程时起作用，现在很少采用。减振器按作用方式分类如图 1.12 所示。

4. 按阻尼是否可调进行分类

按阻尼是否可调减振器可分为不可调阻尼减振器和可调阻尼减振器，而可调阻尼减振器又可分为有级可调阻尼式和无级可调阻尼式减振器，如图 1.13 所示。

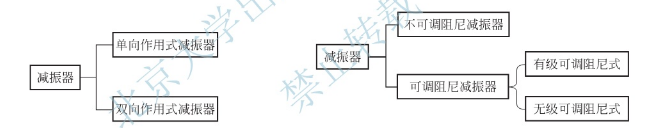


图 1.12　按作用方式减振器分类框图　　图 1.13　按阻尼调节方式减振器分类框图

在车辆悬架中所采用的减振器有很多种类型，目前被应用最为广泛的是筒式液压减振器，如图 1.14 所示。



图 1.14　车辆悬架减振器

筒式液压减振器如果按内部节流阀的结构进行分类，可分为节流孔式、弹簧框架式、弹性阀片式以及弹簧阀片组合式。减振器的核心是其复原阀和压缩阀，不同阀系结构其内部特性和外部特性都会有差别，其中，节流孔式和弹簧框架式筒式液压减振器，由于阻尼力非线性特性不好，不能满足汽车对减振器阻尼力非线性特性的要求，而弹性阀片式液压减振器的阻尼力非线性特性好，恰好满足车辆对减振器阻尼力特性非线性的要求，因此，现在节流孔式和弹簧框架式筒式液压减振器，逐渐被目前广泛采用的弹性阀片式筒式液压减振器所代替；而弹簧阀片组合式一般用在车辆对减振器阻尼力特性有特殊要求的情况下，因此，弹簧阀片组合式筒式液压减振器应用不广泛。筒式液压减振器按内部节流阀的结构进行分类，如图1.15所示。

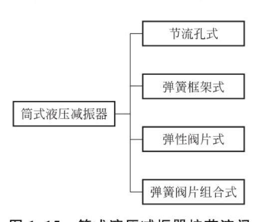


图1.15　筒式液压减振器按节流阀结构分类框图

1.2.3　稳定杆

稳定杆，也叫防侧倾杆、横行稳定器，它是汽车悬架系统的一部分，与减振器或滑柱配合使用，以便为行驶的汽车提供附加稳定性，其结构如图1.16所示。

稳定杆是一个横跨整个车轴的金属杆，它连接到前轮前方的车架上，但要用衬套连接以使其可以旋转，两臂连接到两侧的前悬架梁上，将悬架的两侧有效地连接在一起。稳定杆在悬架中的安装如图1.17所示。

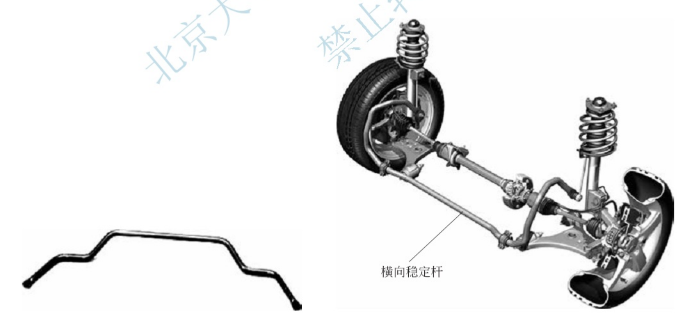


图1.16　车辆悬架稳定杆　　**图1.17　稳定杆的安装示意图**

如果汽车左右轮分别通过不同路面凸起或坑洞时，也就是左右两轮的水平高度不相同时，会使横向稳定杆扭转而产生防倾阻力抑制车身侧倾。也就是说当左右两边的悬架上下同步小动作时横向稳定杆就不会发生作用，只有在左右两边悬架因为路面起伏或转向过弯造成的不同步动作时横向稳定杆才产生作用。横向稳定杆只有在起作用时才会使悬架变硬，不像硬的弹簧会全面地使悬架变硬。当汽车转弯时，弯道外侧的前悬架梁会向上推稳定杆的臂，



从而对稳定杆施加转矩，转矩会使另一端的臂发生转动，导致车辆另一侧的悬架也发生压缩，这样可以使行驶更平稳，并减少了车辆的倾斜度，尤其是它能抵消转弯时悬架上的汽车的侧倾趋势。如果不安装稳定杆，而完全依靠弹簧来减少车身的侧倾，可能需要非常硬的弹簧，更要用阻尼系数很高的减振器来抑制弹簧的弹跳，这样必然会造成乘坐舒适性变差、行经不平路面时循迹性不良的后遗症。但是如果配合适当的横向稳定杆不但可以减少侧倾，还可以提高车辆的舒适性和循迹性。鉴于此，当今几乎所有汽车都将稳定杆作为标准配备。

横向稳定杆和弹簧所提供的防倾阻力是相辅相成的，而且防倾阻力是成对发生的，也就是说车头的防倾阻力是和车尾防倾阻力伴随发生的，但是由于车身配重比例以及其他外力的作用会使得前后的防倾阻力并不平衡，这样便会直接影响车身重量的转移和操控的平衡。假如后轮的防倾阻力太大会造成转向过度，反之如果前轮的防倾阻力太大会造成转向不足。为了改善操控，不仅可利用横向稳定杆来抵制车身侧倾，还可以用来控制车身倾阻力的前后分配比例。横向稳定杆的功能就是保持车身的良好平衡和限制过弯时的车身侧倾，以及改善轮胎的贴地性。因此，设计合适刚度的稳定杆，在不影响车辆转弯性能的情况下，不仅可降低车身侧倾度，还可改善车辆的舒适性。

横向稳定杆的软硬度是由制作的材质、杆身、杆径、杆臂的长度以及杆臂与杆身所成的角度决定的。杆身越长横向稳定杆就越软，但杆臂的角度和长度却是容易调整的。一般来说横向稳定杆的材质大同小异，所以横向稳定杆的软硬度都是通过改变杆径来实现的。另外，根据杠杆原理，改变悬架与横向稳定杆臂的连接点就可改变杆臂的力矩，可调式横向稳定杆就是从这里着手的。此外，把固定横向稳定杆的橡皮垫换成硬的材质会有意想不到的效果，在实际测试中，使用一支直径 20mm 的横向稳定杆配上硬质的衬垫和使用直径 25mm 的横向稳定杆配上橡皮衬垫具有相同的效果。要计算所需横向稳定杆的软硬度是很复杂的，不但要考虑自身的软硬度更要考虑与弹簧的搭配情况，因此，要升级和调校好一套优秀的横向稳定杆系统，除了进行合理优化设计外，还应该多次进行弯道的行驶测试。

1.3 车辆悬架的类型

汽车的 4 个车轮是在两个独立系统上协同工作的，其中，两个车轮通过前轴连接，另外两个通过后轴连接，也就是说，汽车可以并且通常在前后轴上具有不同的悬架类型，即车轮可以通过刚性轴连接在一起，也可以各自独立运动。因此，根据汽车导向机构不同，悬架系统可分为非独立悬架系统和独立悬架系统。根据阻尼和刚度是否随着行驶条件的变化而变化，悬架系统又可分为被动悬架、半主动悬架和主动悬架，而半主动悬架还可分为有级式半主动悬架和无级式半空动悬架两类。由此可知，悬架系统的分类如图 1.18 所示。

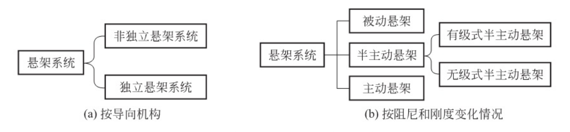


图 1.18 悬架系统分类框图

1.3.1 非独立悬架系统

非独立悬架系统如图1.19所示，具有一个连接两个轮的刚性轴，两侧车轮安装于一整体式车桥上。

其特点是，当一侧车轮受冲击力时会直接影响到另一侧车轮，当车轮上下跳动时定位参数变化小。若采用钢板弹簧作弹性元件，它可兼起导向作用，使结构大为简化，降低成本。一般用作汽车的前悬架，它看起来像是车前部下方由叶片弹簧和减振器固定就位的一个实心杆。非独立悬架由于非簧载质量比较大，高速行驶时悬架受到冲击载荷比较大，平顺性较差。非独立式前悬架在卡车和大客车上很常见，有些轿车后悬架也有采用的，但多年以来一直没有用在主流汽车上。

重型货车的前桥大多采用纵置板簧式非独立悬架，由于钢板弹簧本身可兼起导向机构的作用，并且钢板弹簧还有一定的减振作用，使得悬架结构大为简化，而且工作可靠。双后桥重型载货汽车及越野车在不平路面上行驶时，为保持车轮有良好的接地性，中后桥往往采用平衡悬架，如图1.20所示。

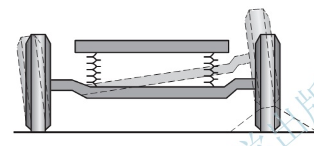


图1.19 非独立悬架

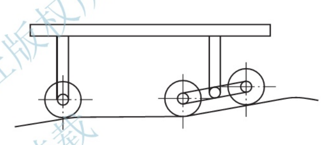


图1.20 中后桥为平衡悬架的三轴汽车不平路面行驶情况

其特点是，将两个车桥（如三桥汽车中、后桥）装在平衡杆的两端，这样，当一个车桥抬高时，将使另一车桥下降。如果平衡杆两臂等长，则两个车桥上的垂直载荷在任何情况下都相等，即作用在中后桥车轮上的垂直载荷相等，因此，在制动和驱动时两车轴间轴荷转移小。为保证转向运动关系，钢板弹簧平衡悬架在三桥和四桥越野汽车上得到普遍应用。

1.3.2 独立悬架系统

独立悬架系统如图1.21所示，两侧车轮分别独立地与车架(或车身)弹性连接。

当独立悬架系统的一侧车轮受冲击，其运动不直接影响到另一侧车轮，即两侧车轮独立移动，相互不影响，提高了汽车的平稳性和舒适性。独立悬架所采用的车桥是断开式的，这样使得发动机可放低安装，有利于降低汽车重心，并使结构紧凑。独立悬架允许前轮有大的跳动空间，有利于转向，便于选择软的弹簧元件使平顺性得到改善。同时独立悬架的簧下质量小，可改善汽车车轮的附着性，提高车辆行驶的安全性。

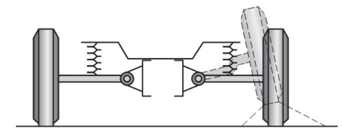


图1.21 独立悬架

独立悬架的左右车轮不是由一个整体车轴连在一起的，它的两边的车轮运动相互没有联系，这类悬架形式有如下优点。

（1）汽车悬架弹簧下的重量减轻了，乘用车的舒适性得到了改善。

（2）可以装用很软的弹簧，从而能提高乘车的舒适性。

（3）能预防前轮摆振的发生。

（4）对于 FR 型汽车的后轮，它可将差速器固定在车身的侧面，从而使车身底板和后座椅的离地高度降低、汽车的重心也能降低。

同时，独立悬架系统与非独立悬架系统比较，也存在如下不足。

（1）独立悬架的结构复杂，制造成本高。

（2）汽车保养、修理困难。

（3）汽车行驶时前轮定位和轮距常发生变化，因此有时轮胎磨损较大。

根据独立悬架的独立特点，它多用在乘用车的前后轮和中小型货车的前轮上。独立悬架系统有横臂式悬架系统、纵臂式独立悬架系统、烛式悬架系统、麦弗逊式悬架系统、多连杆式悬架系统、拖曳臂式悬架系统等。

1. 横臂式悬架系统

横臂式悬架系统是指车轮在汽车横向平面内摆动的独立悬架系统，按横臂数量的多少又分为双横臂式和单横臂式悬架系统。

单横臂式具有结构简单、侧倾中心高、有较强的抗侧倾能力的优点。但随着现代汽车速度的提高，侧倾中心过高会引起车轮跳动时轮距变化大，轮胎磨损加剧，而且在急转弯时左右车轮垂直力转移过大，导致后轮外倾增大，减少了后轮侧偏刚度，从而产生高速甩尾的严重工况。单横臂式独立悬架系统多应用在后悬架系统上，但由于不能适应高速行驶的要求，目前应用不多。

双横臂式独立悬架系统按上下横臂是否等长，又分为等长双横臂式和不等长双横臂式两种悬架系统。等长双横臂式悬架系统在车轮上下跳动时，能保持主销倾角不变，但轮距变化大(与单横臂式类似)，造成轮胎磨损严重，现已很少用。对于不等长双横臂式悬架系统，只要适当选择、优化上下横臂的长度，并通过合理的布置就可以使轮距及前轮定位参数变化均在可接受的限定范围内，保证汽车具有良好的行驶稳定性。横臂式独立悬架系统的分类如图 1.22 所示。

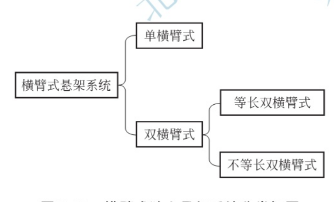
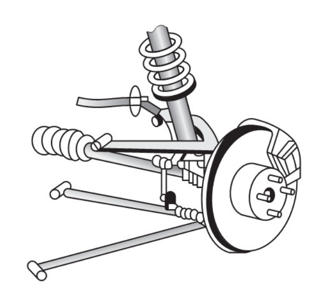
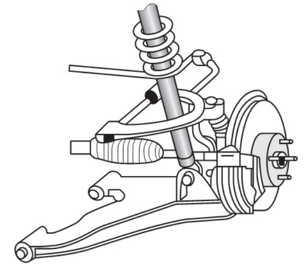


图 1.22　横臂式独立悬架系统分类框图

双横臂式独立悬架在麦弗逊式悬架出现后，逐渐被麦弗逊式悬架所替代，但是进入 20 世纪 90 年代以来，随着轿车豪华高性能化，采用该结构的车种不断增加，在一些对平顺性和操纵稳定性要求较高的汽车上，不仅前悬架，而且后悬架也采用了双横臂式悬架。目前，不等长双横臂式悬架系统已广泛应用于轿车和轻型客、货汽车的前悬架上，部分运动型轿车及赛车的后轮也采用这一悬架系统结构。双横臂式悬架系统的双横臂的臂一般做成 A 字形或 V 字形，V 形臂的上下两个 V 形摆臂以一定的距离，分别安装在车轮上，另一端安装在车架上，如图 1.23 所示。



(a) A字形



(b) V字形

图 1.23　双横臂式悬架系统

双横臂式独立悬架的特点、优点及主要应用如下。

(1) 弹簧刚度和减振器阻尼可以根据需要较容易地调整；非簧载质量小，有利于行驶平顺性。

(2) 由于设计的自由度大，可通过合理布置，使悬架与转向杆系的运动干涉减小，不易发生跳摆。

(3) 可以通过调整其导向机构较容易地得到所需要的前轮定位参数，得到较好的整车性能。

(4) 能够降低发动机和驾驶室高度，从而降低质心。

(5) 有效弹簧距等于轮距，有利于提高横向角刚度，但一般来讲，其侧倾中心高度低，不利于其侧倾稳定性，一般需加横向稳定杆。

2. 纵臂式独立悬架系统

纵臂式独立悬架系统是指车轮在汽车纵向平面内摆动的悬架系统结构，又分为单纵臂式和双纵臂式两种形式。单纵臂式悬架系统当车轮上下跳动时会使主销后倾角产生较大的变化，因此，单纵臂式悬架系统不用在转向轮上。双纵臂式悬架系统的两个摆臂一般做成等长的，形成一个平行四杆结构，这样，当车轮上下跳动时主销的后倾角保持不变，因此，双纵臂式悬架系统多应用在转向轮上。纵臂式独立悬架系统如图 1.24 所示。

3. 多连杆式悬架系统

多连杆式悬架系统是由 3～5 根杆件组合起来控制车轮的位置变化的悬架系统，如图 1.25所示。

多连杆式悬架系统可分为多连杆前悬架系统和多连杆后悬架系统。多连杆前悬架系统一般为 3 连杆或 4 连杆式独立悬架系统；多连杆后悬架系统则一般为 4 连杆或 5 连杆式后悬架系统，其中，5 连杆式后悬架系统应用较为广泛。



图 1.24　纵臂式独立悬架



图 1.25　多连杆式悬架系统

多连杆式悬架系统能使车轮绕着与汽车纵轴线成一定角度的轴线内摆动，是横臂式和纵臂式的折中方案，适当地选择摆臂轴线与汽车纵轴线所成的夹角，可不同程度地获得横臂式与纵臂式悬架系统的优点，能满足不同的使用性能要求。多连杆式悬架系统的主要优点是：车轮跳动时轮距和前束的变化很小，不管汽车是在驱动还是制动状态都可以按司机的意图进行平稳的转向，其不足之处是汽车高速时有轴摆动现象。

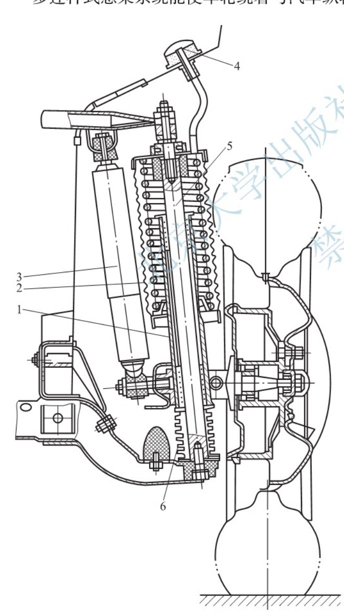


图 1.26　烛式悬架系统的结构原理图

1—通气管；2—减振器；

3—套筒；4、6—防尘罩；5—主销

4. 烛式悬架系统

烛式悬架系统的结构特点是车轮沿着刚性的固定在车架上的主销轴线上下移动，其结构原理如图 1.26 所示。

烛式悬架系统的优点是：当悬架系统变形时，主销的定位角不会发生变化，仅是轮距、轴距稍有变化，因此特别有利于汽车的转向操纵稳定和行驶稳定。但烛式悬架系统有一个大缺点：就是汽车行驶时的侧向力会全部由套在主销套筒的主销承受，致使套筒与主销间的摩擦阻力加大，磨损也较严重。烛式悬架系统现已应用不多。

5. 麦弗逊式悬架系统

通用公司的厄尔·S·麦弗逊，在1947 年研发的麦弗逊式滑柱是使用最广泛的独立悬架系统之一，在欧洲原产汽车中得到了广泛使用，如图 1.27 所示。

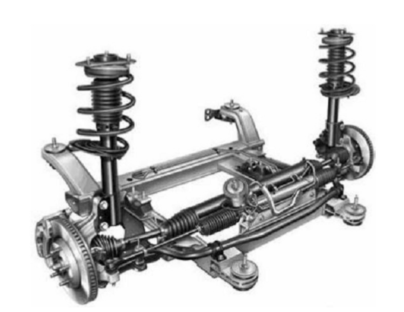


图1.27 麦弗逊式悬架系统

麦弗逊式滑柱是通过A字形托臂将一个减振器和一个螺旋弹簧合并组成一个可以上下运动的装置，下托臂通常是A字形的设计，用于给车轮提供部分横向支撑力，以及承受全部的前后方向应力，减振器支柱除了减振还有支撑整个车身的作用。因此，麦弗逊式悬架系统提供了一种结构更紧凑、重量更轻的独立悬架系统，可用在前轮驱动的车辆上，是当今世界用的最广泛的轿车前悬架之一。

麦弗逊式悬架结构简单所以它轻量、响应速度快，并且在一个下摇臂和支柱的几何结构下能自动调整车轮外倾角，让其能在过弯时自适应路面，让轮胎的接地面积最大化。与双横臂式悬架系统相比，麦弗逊式悬架系统的优点是：结构紧凑，车轮跳动时前轮定位参数变化小，有良好的操纵稳定性，加上由于取消了上横臂，给发动机及转向系统的布置带来方便。与烛式悬架系统相比，它的滑柱受到的侧向力又有了较大的改善。麦弗逊式悬架系统多应用在中小型轿车的前悬架系统上，保时捷911、国产奥迪、桑塔纳、夏利、富康等轿车的前悬架系统均为麦弗逊式独立悬架系统。虽然麦弗逊式悬架系统并不是技术含量最高的悬架系统结构，但它仍是一种经久耐用的独立悬架系统，具有很强的道路适应能力。

6. 拖曳臂式悬架系统

拖曳臂式悬架系统也称为单纵臂扭转梁独立悬架，多用于轿车的后悬架系统，由于这种悬架还装有横向连接两侧车轮的弹性元件(一般是扭杆弹簧或者扭力梁)，因此有些厂家称之为半独立式悬架。常见的拖曳臂式悬架系统如图1.28所示。

拖曳臂式悬架本身具有非独立悬架存在的缺点，但同时也兼有独立悬架的优点，拖曳臂式悬架的最大优点是左右两轮的空间较大，而且车身的外倾角没有变化，避振器不发生弯曲应力，所以摩擦小。但是，这种悬架的舒适性和操控性均有限，当其刹车时除了车头较重会往下沉外，拖曳臂式悬架的后轮也会

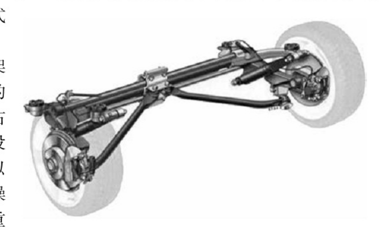


图1.28 拖曳臂式悬架系统



往下沉平衡车身，无法提供精准的几何控制。桑塔纳、捷达、宝来、东风悦达起亚 Rio 等车型都使用这种后悬架。此外，富康和东风标致 206 也使用这种后悬架，但因为这两款车的后悬架增加了车轮自偏转弹性元件(即后轮随动转向技术)，因此，行驶表现比一般拖曳臂式后悬架要好。拖曳臂式悬架系统的特点是拖曳臂式悬架使用的元件不多，日常维护方便，同时能起到不错的减振效果。

1.3.3 半主动悬架系统

随着生活水平的不断提高，用户对汽车舒适性的要求也越来越高，传统的汽车悬架系统已不能满足人们的要求。人们希望汽车车身的高度、悬架的刚度、减振器的阻尼大小能随汽车行驶速度以及路面状况等行驶条件的变化而自动调节，从而提高乘坐舒适性。

1973 年，美国加州大学戴维斯分校的 D. A. Crosby 和 D. C. Karnopp 首先提出了半主动悬架的概念。其基本原理是：用可调刚度弹簧或可调阻尼的减振器组成悬架，并根据簧载质量的加速度响应等反馈信号，按照一定的控制规律调节弹簧刚度或减振器的阻尼，以达到较好的减振效果。

1975 年，Margolis 等人提出了“开关”控制的半主动悬架，1983 年日本丰田汽车公司开发了具有 3 种减振工况的“开关”式半主动悬架，并应用于 Toyota Soarer 280GT 型轿车上。

1986 年，KimBrough 在半主动悬架控制方法中引入了 Lyapunov 方法，改进了控制算法的稳定性。1988 年日本日产公司首次将“声纳”式半主动悬架系统应用于 Maximas 轿车上，它可预测路面信息，悬架减振器有“柔和”、“适中”和“稳定”3 种选择状态。

1994 年，Prinkos 等人使用电流变体和磁流变体作为工作介质，研究了新型半主动悬架系统。2002 年，采用美国德尔福 (Delphi)公司磁流变减振器的 MagneRide 半主动悬架系统应用在 Cadillac Seville STS 高档车上，此悬架系统能根据行驶情况自动改变减振阻尼。

半主动悬架由无源但可控制的阻尼元件组成，在车辆悬架中，弹性元件除了吸收和存储能量外，还得承受车身重量及载荷，因此，半主动悬架不考虑改变悬架的刚度而只考虑改变悬架的阻尼。由于半主动悬架结构简单、成本低、在工作时几乎不消耗车辆动力，又能获得与主动悬架相近的性能，因而具有巨大的发展潜力，故应用较广。常用的半主动悬架系统如图 1.29 所示。


图 1.29 半主动悬架系统

半主动悬架分为刚度可调和阻尼可调两大类。目前，在半主动悬架的控制研究中，以对阻尼控制的研究居多。阻尼可调半主动悬架又可分为有级可调半主动悬架和连续可调半主动悬架，有级可调半主动悬架的阻尼系数只能取几个离散的阻尼值，而连续可调半主动悬架的阻尼系数在一定的范围内可连续变化。

1. 有级可调减振器

有级可调减振器阻尼可在 2～3 挡之间快速切换，切换时间通常为 10～20ms。有级可调减振器实际上是在减振器结构中采

用较为简单的控制阀，使通流面积在最大、中等或最小之间进行有级调节。通过减振器顶部的电机控制旋转阀的旋转位置，使减振器的阻尼在“软、中、硬”3挡之间变化。有级可调减振器的结构及其控制系统相对简单，但在适应汽车行驶工况和道路条件的变化方面有一定的局限性。

2. 连续可调减振器

连续可调减振器的阻尼调节可采取以下两种方式。

(1) 节流孔径调节。早期的可调阻尼器主要是节流孔可实时调节的油液阻尼器。通过步进电机驱动减振器的阀杆，连续调节减振器节流阀的通流面积来改变阻尼，节流阀可采用电磁阀或其他形式的驱动阀来实现。这类减振器的主要问题是节流阀结构复杂，制造成本高。

(2) 减振液粘性调节。使用粘度连续可调的电流变或磁流变液体作为减振液，从而实现阻尼无级变化，是当前的研究热点。减振液只需通过改变电场强度，使电流变液体的粘度改变，就可改变减振器的阻尼力。电流变减振器的阻尼可随电场强度的改变而连续变化，无需高精度的节流阀，结构简单，制造成本较低，且无液压阀的振动、冲击与噪声，不需要复杂的驱动机构，作为半主动悬架的执行器是一个非常好的选择。

1.3.4 主动悬架系统

传统悬架系统的刚度和阻尼系数是按经验设计或优化设计方法选择的，一经选定后，在车辆行驶过程中，就无法进行调节，因此其减振性能的进一步提高受到限制，这种悬架称为被动悬架。

为了克服被动悬架的缺陷，国外在20世纪60年代就提出了主动悬架的概念，主动悬架由在悬架系统中采用有源或无源可控制的元件组成。它是一个闭环控制系统，根据车辆的运动状态和路面状况，由中央控制单元ECU实时进行运算，而后ECU马上对减振器上的控制器发出相应的指令，主动作出反应，控制车辆悬架参数，使悬架始终处于最优减振状态，并抑制和控制车身运动。当汽车制动或拐弯时的惯性引起弹簧变形时，主动悬架系统会产生一个与惯性力相对抗的力，减少车身位置的变化。目前大部分的主动悬架系统都是通过空气、液压、电磁液这3种方式来实现悬架的可调性的。所以主动悬架的特点就是能根据外界输入或车辆本身状态的变化进行动态自适应调节。因此，系统必须是有源的。图1.30所示为凯迪拉克电磁主动悬架系统。

磁流变减振器当接通电流后所采用的磁流变体材料，原来处于分散状态的磁性体便会横向排成一列，减振器内部的液体形状会发生变化，因此，减振器的阻尼会变硬，并且可随着磁场强弱无级变化。由于磁流变减振器结构很简单，所以反应速度是微秒级的，每秒可以动作1000次，这是普通主动悬架难以实现的，更快的反应速度，在高速行驶时也会应付自如，而且磁流变减振器对车辆是低功率要求的（每一减振器最大需要20W），这几乎不会损耗引擎的动力。

主动悬架系统是近十几年发展起来的由电脑控制的一种新型悬架系统，它具备以下3个条件。

(1) 具有能够产生作用力的动力源。

(2) 执行元件能够传递这种作用力并能连续工作。

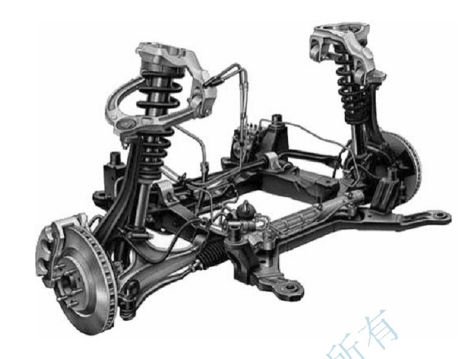


图 1.30　电磁主动悬架系统

(3) 具有多种传感器并将有关数据集中到微型计算机中进行运算并决定控制方式。

主动悬架系统汇集了力学和电子学的技术知识，是一种比较复杂的高技术装置。例如法国桑蒂雅车装配了主动悬架系统，该悬架系统的中枢是一个微型计算机，5 种传感器分别向微型计算机传送车速、前轮制动压力、踏动油门踏板的速度、车身垂直方向的振幅及频率、转向盘角度及转向速度等数据。微型计算机不断接收这些数据并与预先设定的临界值进行比较，选择相应的悬架系统状态。同时，微型计算机独立控制每一只车轮上的执行元件，通过控制减振器内油压的变化产生抽动，从而能在任何时候、任何车轮上产生符合要求的悬架系统运动。因此，该悬架系统具有多种驾驶模式，驾车者只要扳动位于副仪表板上的“正常”或“运动”按钮，轿车就会自动设置在最佳的悬架系统状态，以求最好的舒适性能。

主动悬架系统还具有控制车身运动的功能，当汽车制动或拐弯时的惯性引起弹簧变形时，主动悬架系统会产生一个力与惯性力相对抗，减少车身位置的变化。例如德国奔驰 2000 款 Cl 型跑车，当车辆拐弯时悬架系统传感器会立即检测出车身的倾斜和横向加速度，微型计算机根据传感器的信息，与预先设定的临界值进行比较计算，立即确定在什么位置上将多大的负载加到悬架系统上，使车身的倾斜减到最小。

1.4　车辆悬架研究与发展状况

由于汽车行驶平顺性和操纵稳定性的要求，具有安全、智能和清洁的绿色智能悬架将是今后汽车悬架发展的趋势。

1.4.1　被动悬架的研究及发展状况

被动悬架是传统的机械结构，刚度和阻尼都是不可调的，依照随机振动理论，它只能

保证在特定的路况下达到较好效果。但它的理论相对比较成熟、结构简单、性能可靠、成本相对低廉且不需额外能量，因而应用最为广泛。在我国现阶段仍然有较高的研究价值。被动悬架研究主要集中在以下几个方面。

(1) 通过对车辆悬架进行力学分析，建立悬架力学模型，然后再用计算机仿真技术或有限元法，寻找悬架的最优结构参数。

(2) 通过建立车辆系统动力模型，对车辆进行动力学分析，根据车辆舒适性、安全性优化设计目标，利用悬架动挠度作为约束条件，建立车辆悬架最佳阻尼比优化设计目标函数和数学模型。

(3) 对减振器设计和特性仿真的基本理论进行研究，建立减振器油液非线性节流损失理论和减振器节流阀片弯曲变形解析计算公式。

(4) 对减振器阀系参数优化设计方法进行研究，建立减振器阀系参数优化参数设计数学模型，使车辆具有最佳减振器效果。

(5) 对减振器特性仿真进行研究，建立减振器特性模型，使得减振器特性仿真值与减振器特性试验吻合，减少减振器设计和试验费用，加快设计开发速度。

(6) 开发减振器 CAD 及特性仿真软件，实现减振器现代化 CAD 设计及特性计算机仿真，提高设计质量和水平。

(7) 对导向机构，建立稳定杆的优化设计理论和方法，使汽车悬架在满足平顺性的前提下，提高车辆的稳定性。

1.4.2 半主动悬架的研究及发展状况

半主动悬架的研究集中在两个方面：执行策略的研究；执行器的研究。阻尼可调减振器主要有两种：一种是通过改变节流孔的大小调节阻尼；另一种是通过改变减振液的粘性调节阻尼。节流孔的大小一般通过电磁阀或步进电机进行有级或无级的调节，这种方法成本较高，结构复杂。通过改变减振液的粘性来改变阻尼系数，具有结构简单、成本低、无噪声和冲击等特点，因此是目前发展的主要方向。半主动悬架研究主要集中在以下几个方面。

(1) 通过对车辆进行动力学分析，根据车辆舒适性、安全性优化设计目标，利用悬架动挠度作为约束条件，建立在不同车速、不同路况、不同车辆参数以及不同振动情况下的车辆悬架最佳阻尼比优化设计目标函数和数学模型。

(2) 控制策略的研究。半主动悬架系统的控制几乎涉及了所有的现代控制理论和方法，但由于每种控制方法都有其各自的优缺点，因此，综合应用多种控制方法是半主动悬架控制发展的方向。

(3) 控制器的研究。研究开发智能化控制器，能够根据路况和汽车振动等信息，自动地调节悬架系统的参数，使汽车具有良好的行驶平顺性和稳定性。

(4) 可控减振器的研制。对节流孔面积可调式减振器的结构进行研究，建立随车辆参数、路况、车速及振动情况变化的节流孔面积变化数学模型，研究与开发可靠的电流变和磁流变可控减振器。目前，磁流变虽然已进入商品化阶段，但在减振器上使用还存在如噪声、耐久性、稳定性等问题，还需深入研究。

(5) 低成本和高可靠性的传感器开发。开发低成本和高可靠性的传感器，以及高性能微处理器，降低半主动悬架的成本，是半主动悬架实用化的前提。

1.4.3 主动悬架的研究及发展状况

1. 主动悬架研究现状

主动悬架研究也是集中在主动悬架的可靠性和执行器上，同时，还必须对悬架系统最佳参数控制及理论进行研究。

1）可靠性研究

主动悬架采用了大量的传感器、单片机、输出输入电路和各种接口，由于元器件较多，降低了悬架的可靠性，所以，加大元件的集成程度、增加可靠性、降低成本，是主动悬架研究一个不可逾越的阶段。

2）执行器研究

执行器的研究主要是用电动器件代替液压器件。电气动力系统中的直线伺服电机和永磁直流直线伺服电机具有较多的优点，今后将会取代液压执行机构。运用电磁蓄能原理，结合参数估计自校正控制器，可望设计出高性能低功耗的电磁蓄能式自适应主动悬架，使主动悬架由理论研究转化为实际应用。

3）悬架系统最佳参数控制

根据车辆舒适性、安全性优化设计要求，利用车辆进行动力学模型，对车辆悬架系统进行研究，通过对相互矛盾和相互制约的车辆振动加速度、车辆动载和悬架动挠度进行分析，建立在不同车速、不同路况、不同车辆参数以及不同振动情况下的车辆悬架系统最佳控制参数的数学模型；将在不同车速、不同路况、不同车辆参数下的悬架系统最佳控制设计参数，与主动悬架系统的控制相结合，使悬架系统本身的参数与车辆当时的状态相适应，使车辆达到最佳减振效果，满足车辆对乘坐舒适性和操纵稳定性的要求。这应该是将来在主动悬架设计和控制方面要研究的基本问题，为主动悬架真正实现在现代车辆上实际的推广使用，奠定坚实的理论基础。

4）悬架系统控制理论研究

主动悬架需对悬架参数进行控制，所采用的许多控制方法有天棚阻尼控制、PID 控制、最优控制、自适应控制、神经网络控制、滑模变结构控制、模糊控制、预测控制等。因此，必须根据车辆类型、悬架结构、减振器类型，对控制方法和控制理论进行研究，选择最佳控制策略和控制方法。

2. 主动悬架发展状况

随着电子技术的发展，目前研制开发的新型主动悬架有可变特性手动控制悬架、电控主动液压悬架、电控主动空气悬架、ABC 主动车身控制悬架系统、Bose 新型主动悬架系统等几种，下面作简单介绍。

1）可变特性手动控制悬架

可变特性手动控制悬架是根据车辆运行条件与路况，以手动控制悬架特性。手动开关可以选择以下两种挡位。

（1）SPORT 挡位，刚性高，相当于高级跑车的悬架特性。

（2）TOURING 挡位，柔性好，相当于高级旅行车的悬架特性。

可变特性手动控制悬架的结构原理如图 1.31 所示。

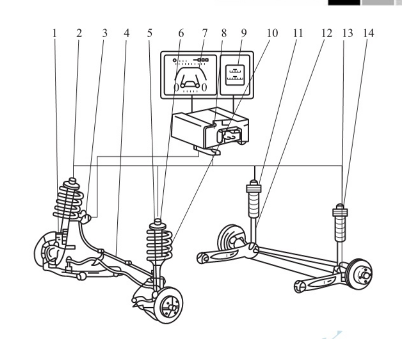


图 1.31　可变特性手动控制悬架结构原理

1—前支架；2、6、11、14—减振器驱动器；3—稳定器驱动器；4—稳定器缆绳；
5—稳定杆；7—显示器；8—控制组件；9—挡位转化开关；
10—前支柱；12、13—后减振器

2）电控主动液压悬架

电控主动液压悬架的最大特点在于可手动调节悬架高度，并能自动调节减振器的刚度和阻尼。电控主动液压悬架如图 1.32 所示。

电控主动液压悬架以液压球替代了传统的螺旋弹簧，并且通过液压球实现人工控制车身高度，无论车辆装了多少人或行李，行驶过程中车身高度能始终保持不变。电控主动液压悬架提高了 ECU 控制单元的计算速度，并且还提供舒适和运动两种模式供选择。

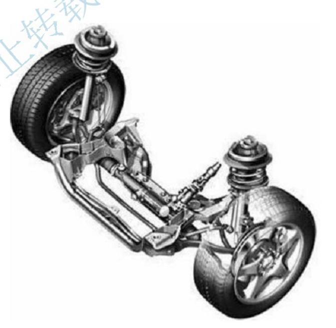


图 1.32　电控主动液压悬架

电控主动液压悬架包括一个电子液压集成模块(包括 ECU 中央控制单元、电磁液压分配阀、液压泵和一个电动机)、4 个新型球状液压承重部件、前后减振器调压装置、储液缸、简化液压网和车内显示屏。其中，电子液压集成模块是整个系统的核心部分，它的作用是采集车速、减振器振动频率等数据信息来决定液压球是增高还是降低车身。而遍布全车的多个纵向、横向加速度以及横摆陀螺仪传感器，监测着车身跳动、高度、倾斜状态和加速度，然后这些信号传向 ECU 控制单元，根据预设程序来控制液压减振器里的油缸是增压还是泄压，以保持合适的减振器阻尼和足够支撑力。

3）电控主动空气悬架

电控主动空气悬架软硬程度和车身高度可以自行调节控制，空气弹簧和减振器令舒适性更好。空气悬架中的空气弹簧是作为一种隔离振动的设备运用于大型机械上，20 世纪

40 年代，通用汽车在其生产的客车上首次采用了装备空气弹簧的空气悬架，并由此开始了长达 9 年的验证，最终于 1953 年顺利装备到量产车上。电控主动空气悬架的结构如图 1.33 所示。

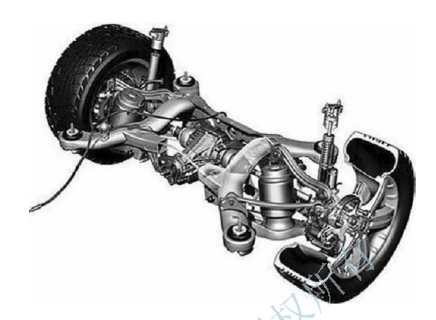


图 1.33　电控主动空气悬架

与电控主动液压悬架不同的是，空气悬架在世界范围内的最大客户为大型客车和商用车，尤其在大型客车上采用空气悬架后较传统的钢板弹簧在舒适性上有较大改善，当然出于成本和用途的考虑，在这类大型车辆上空气悬架多半不具备电子控制功能，更谈不上可升降底盘。

与传统的液压减振器配螺旋弹簧的悬架相比，空气悬架利用气体的压缩性实现弹性作用，在 ECU 的计算下可根据车重和路面情况来调节压缩气体的压力，空气悬架由此而表现出的特点就是对高频振动和车身平稳控制得很到位，但侧向支撑不足又是空气悬架最大的不足。

4）ABC 主动车身控制悬架系统

ABC(Active Body Control)主动车身控制悬架系统是比较先进的主动悬架的代表。它是通过感应轻微的车轮及车身的动作，在任何大的车身振动之前，及时对悬架系统进行调整，保持车身的平衡，简称主动式车身控制悬架系统，即 ABC。该系统能够很好地适应各种路面情况，在异常崎岖不平的路面，车辆也能保持优良的操纵性、舒适性及方向稳定性。

5）Bose 新型主动悬架系统

Bose 主动悬架系统在每个车轮处使用一个线性电磁电机(LEM)取代了传统的减振器和弹簧装置。放大器以随着系统的每次压缩重新产生动力的方式向电机提供电力。这种电机的主要优点是不受传统液压式减振器固有的惯性限制。因此，LEM 能够以更快的速度伸缩，从而几乎完全消除了车厢的振动。车轮的运动可以控制得如此之好，以至于不管车轮发生什么情况，车身都能保持平稳。LEM 还可以抵消汽车加速、制动和转弯时的车身运动，为驾驶员提供更美妙的操控体验。

虽然针对弹簧和减振器已经有了许多改进，但在过去的若干年中，汽车悬架的基本设计仍未有重大突破，但随着 Bose 全新的悬架设计理念的引入，可能会使汽车悬架设计发

生变化。有些专业人士甚至表示，Bose悬架是独立悬架面世以来汽车悬架领域的最大进步。

小 结

本章介绍了车辆悬架的定义、作用和性能要求，介绍了车辆悬架的组成，其中包括弹簧、减振器和稳定杆，介绍了车辆悬架的类型，其中包括非独立悬架系统、独立悬架系统、半主动悬架系统和主动悬架系统。最后介绍了目前车辆悬架研究与发展状况，包括被动悬架的研究及发展状况、半主动悬架的研究及发展状况和主动悬架的研究及发展状况。

第 2 章
车辆简化模型及振动

2.1 车辆振动简化模型

当一个实际振动系统较复杂时，建立的模型越复杂越接近实际情况，也越能进行逼真的模拟，但往往使分析困难；建立的模型越简单，分析越容易，但得到的结果可能不精确。因此在建立振动系统力学模型时，总是在求得简化表达和逼真模拟二者之间的折中。但一个完整系统的力学模型不仅与实际机械的结构有关，还与所研究的内容有关。以汽车这样一个复杂的振动系统为例，必须要根据所分析的问题进行简化。

1. 整车七自由度模型

图 2.1 为一个把汽车车身质量看作为刚体的立体模型。汽车的簧上(车身)质量为 m_2，它由车身、车架及其上的零部件总成组成，通过减振器和悬架弹簧与车轴、车轮相连接。车轮和车轴构成的簧下(车轮)质量为 m_1。车轮再经过具有一定弹性和阻尼的轮胎支撑在不平路面上。这个模型中，讨论车身质量平顺性时主要考虑垂直、俯仰、侧倾 3 个自由度，4 个车轮质量有 4 个垂直自由度，共 7 个自由度。

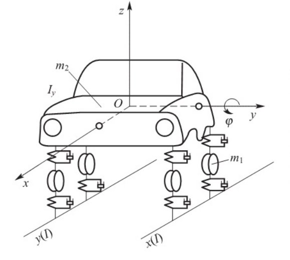


图 2.1　整车七自由度模型

2. 双轴车四自由度模型

当汽车对称于其纵轴线时，汽车车身只有垂直振动 z 和俯仰振动 φ 对平顺性影响最大。这时将汽车简化成如图 2.2 所示的双轴汽车 4 个自由度平面模型。因轮胎阻尼较小，在此予以忽略。在这个模型中，车身质量 $m_{2c}=m_{2f}+m_{2r}$ 主要考虑垂直和俯仰两个自由度，前、后车轴质量 m_{1f}、m_{1r} 有两个垂直自由度。

3. 单轮二自由度模型

当汽车前、后轴悬架质量分配达到一定值时，

即满足以下关系：

$$m_2=m_{2c}=m_{2f}+m_{2r} \tag{2-1}$$

$$m_2\rho_y^2=m_{2f}a^2+m_{2r}b^2 \tag{2-2}$$

$$a+b=L \tag{2-3}$$

$$m_{2f}=m_2\frac{a}{L} \tag{2-4}$$

$$m_{2r}=m_2\frac{b}{L} \tag{2-5}$$

则由以上各式可得

$$\rho_y^2=ab \tag{2-6}$$

上式表明，当质心位置 c 到前后悬架的距离 a 和 b 的乘积 ab，等于或接近于车身绕 y 轴的回转半径的平方 ρ_y^2 时，则前后悬架系统的垂直振动几乎是独立的。因此，可以将汽车振动系统进一步简化为如图 2.3 所示的车身和车轮二自由度振动系统模型。图 2.3 中，m_2 为簧上质量；m_1 为簧下质量，$m_1=m_{1f}+m_{1r}$。所以分析平顺性时，只考虑两个质量的垂直自由度。

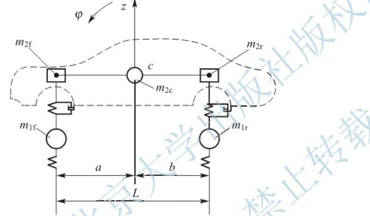


图 2.2　汽车振动系统四自由度模型　　图 2.3　汽车振动系统二自由度模型

4. 单轮单自由度模型

在远离车轮部分，其固有频率(10～16Hz)在较低激振频率范围(如 5Hz 以下)，轮胎动变形很小，忽略其弹性和轮胎质量，就得到如图 2.4 所示的汽车振动系统单自由度振动模型。

5. 车身二自由度平面振动模型

如果忽略图 2.2 中的车轮质量和刚度，则双轴汽车平面振动模型可简化为车身二自由度平面振动模型，如图 2.5 所示。

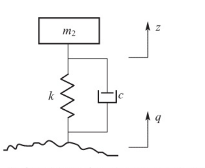


图 2.4　汽车振动系统单自由度振动模型

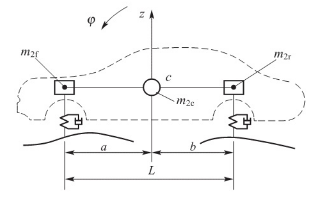


图 2.5　车身二自由度平面振动模型

尽管简化模型与实际情况有差别，但是由于实际问题非常复杂，难以进行分析研究，而通过简化模型能够为分析实际问题提供一种简便可行的方法，且简化模型的分析结果与实际情况相差不是很大，因此简化振动模型对于分析解决实际问题还是具有重要参考价值的。

2.2 单质量车身振动

2.2.1 单质量车身振动微分方程

图 2.6 是分析车身振动的单质量系统模型，由车身质量 m_2 和弹簧刚度 k、减振器阻尼系数为 c 的悬架组成，q 为路面不平度函数，它是沿路前进方向的坐标 x 为参数的随机过程。

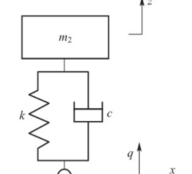


图 2.6 单质量车身振动模型

取车身垂直位移坐标 z 的原点在静力平衡位置，可得到系统运动的微分方程为

$$m_2\ddot{z}+c(\dot{z}-\dot{q})+k(z-q)=0 \tag{2-7}$$

即

$$m_2\ddot{z}+c\dot{z}+kz=c\dot{q}+kq \tag{2-8}$$

这是单自由度系统随机基础位移激励问题，系统的响应由系统自由振动响应和强迫振动响应叠加组合而成，系统振动响应等于振动微分方程的齐次方程的解和非齐次方程的特解之和。

2.2.2 单质量系统的自由振动响应

令 $2n=\dfrac{c}{m_2}$，$p^2=\dfrac{k}{m_2}$，当激励 $q=0$ 时，则由式(2-8)可得单质量系统的自由振动微分方程为

$$\ddot{z}+2n\dot{z}+p^2z=0 \tag{2-9}$$

式中，p 为系统的固有圆频率；而阻尼对系统的影响取决于 n 与 p 的比值 ξ，称 ξ 为阻尼比，即

$$\xi=\frac{n}{p}=\frac{c}{2\sqrt{km_2}} \tag{2-10}$$

汽车悬架系统阻尼比 ξ 通常在 0.25 左右，属于小阻尼。因此，振动系统的齐次微分方程的解也就是车身自由衰减的振动响应为

$$z=Ae^{-\xi pt}\sin(\sqrt{(1-\xi^2)}pt+\varphi) \tag{2-11}$$

式中，A 是由初始条件所决定的常数，$A=\sqrt{\dfrac{z_0^2+2\xi p\dot{z}_0z_0+p^2z_0^2}{(1-\xi^2)p^2}}$；$\varphi$ 是由初始条件决定的初相角，$\varphi=\arctan\dfrac{z_0\sqrt{(1-\xi^2)}p}{\dot{z}_0+\xi pz_0}$。

由式（2-11）可知，车身质量为 m_2 的汽车以有阻尼的固有频率 $\sqrt{(1-\xi^2)}p$ 振动，而

振幅却按 $e^{-\xi pt}$ 规律衰减，如图 2.7 所示。

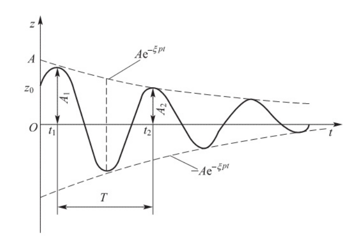


图 2.7　自由衰减振动曲线

由上可知，阻尼对自由振动有以下两个方面的影响。

1. 阻尼使固有频率降低

如果无阻尼自由振动系统原固有圆频率 $p=\sqrt{\dfrac{k}{m_2}}$，则弱阻尼悬架系统的固有频率 p' 为

$$p'=\sqrt{(1-\xi^2)}\,p \tag{2-12}$$

因此，可知小阻尼悬架系统的固有频率 p'，随 ξ 增大而下降。

由于汽车悬架系统的阻尼比 ξ 在 0.25 左右，因此阻尼使悬架系统的固有频率仅下降了 3%左右，可以忽略不计，所以工程上小阻尼振动系统的固有圆频率 p'，可以近似地认为等于无阻尼自由振动系统的原固有圆频率 p，即 $p'\approx p$。因此，车身振动的固有圆频率 p 和固有频率 f_0 分别为

$$p=\sqrt{\frac{k}{m_2}} \tag{2-13}$$

$$f_0=\frac{p}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_2}} \tag{2-14}$$

2. 阻尼决定振幅的衰减程度

设相邻两振幅分别为 A_i 和 A_{i+1}(图 2.7)，它们的比值 η 称为减幅系数

$$\eta=\frac{A_i}{A_{i+1}}=\frac{Ae^{-\xi pt_i}}{Ae^{-\xi p(t_i+T)}}=e^{\xi pT}=e^{nT}=e^{\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \tag{2-15}$$

式中，n 为衰减系数。n 越大表示阻尼越大，振幅衰减也就越大。

令 $\delta=\ln\eta=\ln\dfrac{A_i}{A_{i+1}}=\xi pT=\dfrac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}$ 为对数衰减率，因此，可得

$$\ln\eta=\frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \tag{2-16}$$

所以，由式(2-16)可得振动系统的阻尼比为

$$\xi=\sqrt{\frac{1}{\left(\dfrac{2\pi}{\ln\eta}\right)^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{\dfrac{4\pi^2}{\ln^2\eta}+1}} \tag{2-17}$$

若 $\xi \ll 1$，则由式（2-16）得，$\ln\eta \approx 2\pi\xi$，因此，小阻尼车辆悬架系统的阻尼比可近似表示为

$$\xi \approx \frac{\ln\eta}{2\pi} \tag{2-18}$$

2.2.3 单质量系统在简谐激振力下的响应

由于阻尼会使自由振动逐渐衰减，最后达到完全停止。工程上大都是一些能持续下去的振动必定有外加能源，弥补阻尼所消耗的能量，使系统的振动不会衰减。因此，工程上只是关心强迫振动的响应。

若简谐激振力 $f(t)=F_0\sin\omega t$，则根据牛顿第二定律，可得单质量振动系统在简谐激振力 $f(t)=F_0\sin\omega t$ 作用下的振动微分方程（2-8）可表示为

$$m_2\ddot{z}+c\dot{z}+kz=F_0\sin\omega t \tag{2-19}$$

上式可写为

$$\ddot{z}+2\xi p\dot{z}+p^2z=F\sin\omega t \tag{2-20}$$

式中，$2\xi p=\frac{c}{m_2}$；$p^2=\frac{k}{m_2}$；$F=\frac{F_0}{m_2}$。

振动微分方程式(2-20)的解包括齐次方程的通解 z_1 和方程的特解 z_2 两部分，即

$$z=z_1+z_2$$

由 2.2.2 节可知，在弱阻尼($\xi<1$)的情况下，有阻尼自由振动齐次方程的解 z_1 为

$$z_1=Ae^{-\xi pt}\sin(\sqrt{1-\xi^2}pt+\varphi) \tag{2-21}$$

式(2-21)代表的是一种衰减振动，只在振动开始的一段时间内才有意义，故为瞬态振动。在一般情况下实际工程意义不大，可以不予考虑。

振动微分方程式(2-20)的特解 z_2 代表系统在简谐激振力下所产生的强迫振动，它是一种持续的等幅振动，故为稳态振动。设特解 z_2 为

$$z_2=Z\sin(\omega t-\psi) \tag{2-22}$$

式中，Z 为振动响应的幅值；ω 为激振力圆频率，也是振动响应的圆频率；ψ 为响应滞后于激励的相位差。

又因为

$$\dot{z}_2=\omega Z\cos(\omega t-\psi) \tag{2-23}$$

$$\ddot{z}_2=-\omega^2Z\sin(\omega t-\psi) \tag{2-24}$$

将式(2-22)~式(2-24)代入微分方程(2-20)，可得

$$-\omega^2Z\sin(\omega t-\psi)+2\xi p\omega Z\cos(\omega t-\psi)+p^2Z\sin(\omega t-\psi)=F\sin\omega t \tag{2-25}$$

利用三角函数关系得

$$F\sin\omega t=F\sin\left[(\omega t-\psi)+\psi\right]=F\cos\psi\sin(\omega t-\psi)+F\sin\psi\cos(\omega t-\psi) \tag{2-26}$$

比较式(2-26)和式(2-25)，由于对任何瞬时 t 都成立，故 $\sin(\omega t-\psi)$ 和 $\cos(\omega t-\psi)$ 前的系数必须分别相等，即

$$(p^2-\omega^2)Z=F\cos\psi$$

$$2\xi p\omega Z=F\sin\psi$$

因此，可得 $$Z=\frac{F}{p^2\sqrt{\left(1-\left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right)^2+\left(2\xi\frac{\omega}{p}\right)^2}}=\frac{Z_0}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}} \tag{2-27}$$

$$\psi=\arctan\frac{2\xi\left(\frac{\omega}{p}\right)}{1-\left(\frac{\omega}{p}\right)^2}=\arctan\frac{2\xi\lambda}{1-\lambda^2} \tag{2-28}$$

式中，$\lambda=\frac{\omega}{p}$为频率比；$Z_0=\frac{F}{p^2}=\frac{F_0/m}{k/m}=\frac{F_0}{k}$为系统的最大静位移。

因此，强迫振动的稳态解为

$$z_2=\frac{Z_0}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}}\sin(\omega t-\psi) \tag{2-29}$$

由上述强迫振动的稳态解可见：在简谐激振力作用下，强迫振动响应也为简谐振动，其频率与激振频率 ω 相同，但相位角滞后 ψ，这是由于阻尼存在的关系。振幅 Z 与相位差 ψ 都只与系统固有特性及激振力的性质有关，而与初始条件无关。

由式(2-27)可得，Z 与 Z_0 之比 β 称为放大因子，即

$$\beta=\frac{Z}{Z_0}=\frac{1}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}} \tag{2-30}$$

放大因子 β 代表稳态振幅 Z 与激振力 F_0 作用于弹簧上的静位移 Z_0 之比。β 值不仅随 λ 而变，而且还随 ξ 值而变。

在不同的阻尼比 ξ 值情况下，放大因子 β 与 λ 的关系以及相位角 φ 与 λ 的关系，如图 2.8 和图 2.9 所示。其中图 2.8 为幅频响应曲线，而图 2.9 为相频响应曲线。

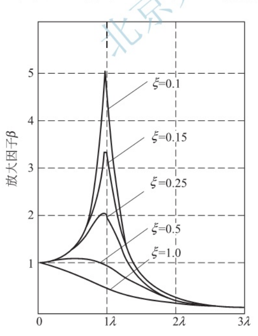


图 2.8 幅频响应曲线

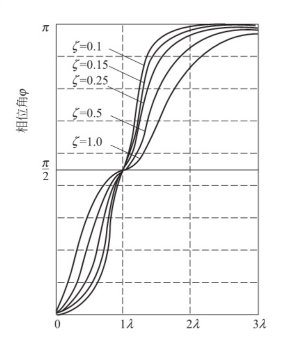


图 2.9 相频响应曲线

由图可见。

(1) 当 $\lambda \ll 1$，即激振频率 ω 远小于系统的固有频率 p 时，无论阻尼大小如何，β 都接近于 1，即振幅近似等于激振力幅值 F_0 作用下的静变形 Z_0。故在低频区内，振幅 Z 主要

由弹簧刚度控制。此时，相位差 $\psi\approx 0$，即位移与激振力接近于同相位。

（2）当 $\lambda\gg 1$，即激振频率 ω 远大于系统的固有频率 p 时，β 趋近于 0。因为激振力方向改变太快，振动物体由于惯性来不及跟随，几乎停止不动。故在高频区内，振幅 Z 主要决定于系统的惯性。这一特性正是隔振和惯性传感器的理论依据。相位差 $\psi\approx\pi$，即在高频范围内位移与激振力接近于反相位。

（3）当 $\lambda\approx 1$ 时，即 ω 接近 p，振幅 Z 急剧增加，β 趋向 β_{max}，这种现象称为共振。严格地讲，β_{max}发生在 $\lambda=\sqrt{1-2\xi^2}$ 处，但通常 $\xi^2\ll 1$，故 $\omega=p$ 时系统发生共振。由式(2-27)可以看出，振幅 Z 达到最大值 $Z_{max}=\dfrac{Z_0}{2\xi}$时，并由式(2-28)得 $\psi=\dfrac{\pi}{2}$。

可见在共振时，振幅最大值 Z_{max}与阻尼比 ξ 的值有关，ξ 越小，则 Z_{max}将越大；在 $\xi\to 0$ 时，Z_{max}可达到无穷大。但共振时的 ψ 值与阻尼比 ξ 的值无关，不论 ξ 为何值，共振时的 ψ 总是$\dfrac{\pi}{2}$，这是共振时一个重要特征。从分析幅频响应与相频响应所引出的共振现象，是传统的共振试验法测定系统固有频率的理论基础。

2.2.4 单质量系统在单位谐波函数激励下的响应

单位谐波函数激励为复数形式的单位幅值简谐激振力即 $f_c(t)=e^{j\omega t}=\cos\omega t+j\sin\omega t$，则单质量系统的振动微分方程为

$$m\ddot{z}_c+c\dot{z}_c+kz_c=e^{j\omega t} \tag{2-31}$$

单质量系统在单位谐波函数激励下的复数形式的响应为 $z_c(t)$。由于复数激振力和复数响应既是 t 的函数，又是 ω 的函数，故可令复数响应与复数激振力之比为 $H(\omega)$，即

$$H(\omega)=\frac{z_c(t)}{f_c(t)} \tag{2-32}$$

称 $H(\omega)$为频率响应函数。它是一个由系统特性确定的参数，表示系统在单位幅值的简谐激振力 $f_c(t)=e^{j\omega t}$ 作用下所产生的振幅。对于简谐激励，若知道系统的频率响应函数，便可由式(2-32)求得振动系统的输出响应，即

$$z_c(t)=H(\omega)f_c(t) \tag{2-33}$$

根据式(2-31)可得单位简谐激振力作用下的响应为

$$z_c=H(\omega)e^{j\omega t}$$

$$\dot{z}_c=j\omega H(\omega)e^{j\omega t}$$

$$\ddot{z}_c=-\omega^2H(\omega)e^{j\omega t}$$

将上述 3 式代入式(2-32)，两边消去 $e^{j\omega t}$，即得频率响应函数为

$$H(\omega)=\frac{1}{k-m\omega^2+jc\omega}=\frac{\frac{1}{k}}{1-\lambda^2+j2\xi\lambda}=|H(\omega)|e^{-j\psi} \tag{2-34}$$

式中，λ 为频率比；ξ 为阻尼比。

频率响应函数的模为$|H(\omega)|=\dfrac{1}{k\sqrt{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}}$，称为幅频特性。

频率响应函数的相位角为 $\psi=\arctan\dfrac{2\xi\lambda}{1-\lambda^2}$，称为相频特性。

将复数形式的简谐激振力 $F_0e^{j\omega t}$ 代入式(2-33)，则复数形式的响应为

$$z_c=|H(\omega)|e^{-j\psi}F_0e^{j\omega t}=F_0|H(\omega)|e^{j(\omega t-\psi)} \tag{2-35}$$

若实际激振力为正弦函数 $F_0\sin\omega t$，则实际响应取复数形式响应的虚部，得实际解为

$$z=F_0|H(\omega)|\sin(\omega t-\psi)=\frac{Z_0}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}}\sin(\omega t-\psi)$$

若实际激振力为余弦函数 $F_0\cos\omega t$，则实际响应取复数形式响应的实部，得实际解为

$$z=F_0|H(\omega)|\cos(\omega t-\psi)=\frac{Z_0}{\sqrt{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}}\cos(\omega t-\psi)$$

2.2.5 单质量系统振动响应的傅氏积分法

激励函数 $f(t)$的傅氏积分形式为

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(\omega)e^{j\omega t}d\omega \tag{2-36}$$

式中
$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-j\omega t}dt \tag{2-37}$$

式(2-37)右端的积分运算称为激励 $f(t)$的傅氏变换，式(2-36)相应的称为傅氏逆变换。由式(2-36)和式(2-37)所联系的两个量 $f(t)$和 $F(\omega)$称为一个傅氏变换对。

响应函数 $z(t)$可以用傅氏积分式(2-36)表示为

$$z(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}Z(\omega)e^{j\omega t}d\omega \tag{2-38}$$

式中，$Z(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}z(t)e^{-j\omega t}dt$，$Z(\omega)$是响应 $z(t)$的傅氏变换。

可以把非周期函数看成是由无数个复振幅为$\frac{F(\omega)}{2\pi}\Delta\omega$ 的谐波分量所组成的，于是根据式(2-35)求出对应于每个谐波分量的响应后，再根据线性系统的叠加原理，就可求得系统的响应

$$z(t)=\lim_{\Delta\omega\to 0}\sum_{-\infty}^{\infty}H(\omega)\frac{F(\omega)}{2\pi}\Delta\omega e^{j\omega t}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}H(\omega)F(\omega)e^{j\omega t}d\omega \tag{2-39}$$

比较式(2-38)和式(2-39)，得

$$Z(\omega)=H(\omega)F(\omega) \tag{2-40}$$

它表示输出和输入傅氏变换之比等于频率响应函数 $H(\omega)$，简称频响函数。这与在简谐激振力作用下的输出与输入关系式相同。这说明频率响应函数能表示系统的动态特性。简谐激振力作用下线性单质量系统的频率响应函数为

$$H(\omega)=\frac{1}{k-m\omega^2+jc\omega} \tag{2-41}$$

模 $|H(\omega)|=\frac{1}{k\sqrt{(1-\lambda^2)+(2\xi\lambda)^2}}$，虚部与实部之比为相位角 $\psi=\arctan\frac{2\xi\lambda}{1-\lambda^2}$，它们分别确定系统的幅频特性和相频特性，能全面反映系统的传递特性。

2.2.6 单质量车身在路面激励下的振动响应

对式(2-8)通常关心其稳态随机响应，它取决于路面不平度函数随机激励 $q(x)$和系统

的频率响应特性函数 $H(\omega)$。由上可知，系统频率响应函数 $H(\omega)_{z\sim q}$ 为系统的振动响应 z 的傅氏变换与激励 q 的傅氏变换之比，即

$$H(\omega)_{z\sim q}=\frac{Z(\omega)}{Q(\omega)} \tag{2-42}$$

式中，$Z(\omega)$ 为响应 $z(t)$ 的傅氏变换；$Q(\omega)$ 为激励 $q(t)$ 的傅氏变换。

对式(2-8)进行傅氏变换，可得单质量车身在路面激励下响应的频响函数为

$$H(\omega)_{z\sim q}=\frac{1+\mathrm{j}2\xi\lambda}{1-\lambda^2+\mathrm{j}2\xi\lambda} \tag{2-43}$$

式中，$\xi=\dfrac{c}{2\sqrt{km_2}}$ 为阻尼比；λ 为频率比，$\lambda=\dfrac{\omega}{p}$；$\omega$ 为路面激励的圆频率；$p=\sqrt{k/m_2}$ 为系统固有圆频率。

由式(2-43)可得单质量车身在路面激励下的幅频特性和相频特性，分别为

幅频特性为

$$|H(\omega)_{z\sim q}|=\sqrt{\frac{p^4+(2\xi p\omega)^2}{(p^2-\omega^2)^2+(2\xi p\omega)^2}}=\sqrt{\frac{1+(2\xi\lambda)^2}{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}} \tag{2-44}$$

相频特性为

$$\psi_{z\sim q}=\arctan\frac{2\xi p\omega^3}{p^2(p^2-\omega^2)^2+(2\xi p\omega)^2}=\arctan\frac{2\xi\lambda^3}{1-\lambda^2+(2\xi\lambda)^2} \tag{2-45}$$

汽车在具有一定幅值的正弦波路面上行驶，即路面激励为

$$q(t)=a\sin\omega t$$

则单质量车身在路面激励下的响应为

$$z(t)=|H(\omega)_{z\sim q}|q(t)=|H(\omega)|a\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-\psi)}=a\sqrt{\frac{1+(2\xi\lambda)^2}{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-\psi)}$$

又路面激励 $q(t)=a\sin\omega t$ 为正弦函数，所以系统的实际响应为

$$z(t)=a\sqrt{\frac{1+(2\xi\lambda)^2}{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}}\sin(\omega t-\psi) \tag{2-46}$$

式中，$a\sqrt{\dfrac{1+(2\xi\lambda)^2}{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}}$ 为幅值 Z。即路面激励的幅值为

$$Z=a\sqrt{\frac{1+(2\xi\lambda)^2}{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}} \tag{2-47}$$

如果路面激励以 $\dot{q}(t)=b\sin\omega t$ 来表达，则

$$Z=\frac{b}{\omega}\sqrt{\frac{1+(2\xi\lambda)^2}{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}} \tag{2-48}$$

若以加速度 $\ddot{q}=c\sin\omega t$ 来表达，则

$$Z=\frac{c}{\omega^2}\sqrt{\frac{1+(2\xi\lambda)^2}{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}} \tag{2-49}$$

根据 $|H(\omega)_{z\sim q}|$ 可以得到单质量系统的幅频特性曲线如图 2.10 所示。

由幅频特性函数式(2-44)和图 2.10 可知以下结论。

(1) 当频率比 $\lambda=1$ 时，系统出现共振，幅频特性达到最大，即共振时的幅值

$$|H(\omega)_{z\sim q}|_{\omega=p_0}=\sqrt{1+\frac{1}{4\xi^2}}$$

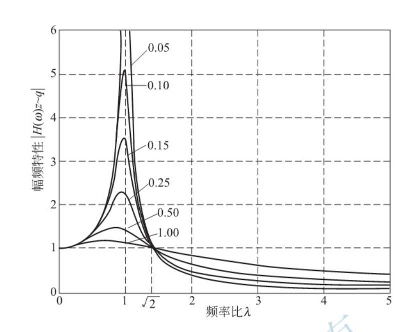


图 2.10 单质量系统的幅频特性曲线

(2) 低频段($0 \leqslant \lambda \leqslant 0.75$)，$|H(\omega)_{z\sim q}|$略大于1，不呈现明显的动态特性，阻尼比对低频段的影响不大。

(3) 共振段($0.75 < \lambda < \sqrt{2}$)，$|H(\omega)_{z\sim q}|$出现峰值，将输入激励放大，增大阻尼比$\xi$，可使共振峰值明显降低。

(4) 高频段($\lambda \geqslant \sqrt{2}$)，其中当$\lambda = \sqrt{2}$时，$|H(\omega)_{z\sim q}| = 1$，系统响应与阻尼比$\xi$无关；当$\lambda > \sqrt{2}$时，$|H(\omega)_{z\sim q}| < 1$，对输入位移有衰减作用，且阻尼比减小对减振有利。

2.3 双质量车身车轮振动

2.3.1 双质量系统振动微分方程

对于双轴汽车4个自由度的振动模型，当悬挂质量分配系数$\varepsilon = \rho_y^2/ab$的数值接近1时，前后悬挂系统的垂直振动几乎是独立的，于是汽车可以简化为1/4汽车双质量二自由度系统振动模型，如图2.11所示。

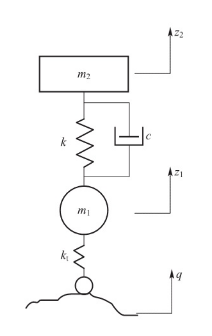


图 2.11 单轮双质量二自由度模型

双质量系统振动模型不仅可以反映车身部分的动态特性，还能反映车轮部分在10～15Hz范围产生高频共振时的动态特性，它对平顺性和车轮的接地性有较大影响，比单质量系统更接近汽车悬挂系统的实际情况。

设车轮与车身垂直位移坐标为z_1、z_2，坐标原点选在各自的平衡位置，则振动微分方程为

$$\begin{cases} m_2\ddot{z}_2+c(\dot{z}_2-\dot{z}_1)+k(z_2-z_1)=0 \\ m_1\ddot{z}_1+c(\dot{z}_1-\dot{z}_2)+k(z_1-z_2)+k_t(z_1-q)=0 \end{cases} \tag{2-50}$$

式中，m_2为悬挂质量(簧上质量，包括车身等)；m_1为非悬挂质量(簧下质量，包括车轮、车轴等)；k、k_t分别为悬挂和轮胎刚度；c为悬挂阻尼系数。

2.3.2 双质量无阻尼系统的自由振动

当系统不计阻尼时，双质量系统的自由振动微分方程为

$$\begin{cases} m_2\ddot{z}_2+k(z_2-z_1)=0 \\ m_1\ddot{z}_1+k(z_1-z_2)+k_t z_1=0 \end{cases} \tag{2-51}$$

由运动方程可以看出，m_2与m_1的振动是相互耦合的。若m_1不动($z_1=0$)，则得

$$m_2\ddot{z}_2+kz_2=0$$

这相当于只有车身质量m_2作单质量无阻尼自由振动。

其固有圆频率为 $p_0=\sqrt{k/m_2}$

同样，若m_2不动($z_2=0$)，相当于车轮质量m_1作单自由度无阻尼自由振动，于是可得

$$m_1\ddot{z}+(k+k_t)z_1=0 \tag{2-52}$$

车轮部分固有圆频率为

$$p_t=\sqrt{(k+k_t)/m_1} \tag{2-53}$$

固有圆频率p_0与p_t是只有一个质量(车身质量或车轮质量)振动时的部分频率，称为偏频。

在无阻尼自由振动时，车身质量和车轮质量将以相同的圆频率ω和相角φ作简谐振动，设车轮和车身的振幅分别为z_{10}和z_{20}，则它们的振动响应分别为

$$z_1=z_{10}e^{j(\omega t+\varphi)} \tag{2-54}$$

$$z_2=z_{20}e^{j(\omega t+\varphi)} \tag{2-55}$$

将上面两式代入振动微分方程组(2-51)，可得

$$\begin{cases} -z_{20}\omega^2+\dfrac{k}{m_2}z_{20}-\dfrac{k}{m_2}z_{10}=0 \\ -z_{10}\omega^2+\dfrac{k}{m_1}z_{20}-\dfrac{k+k_t}{m_1}z_{10}=0 \end{cases} \tag{2-56}$$

将$k/m_2=p_0^2$、$(k+k_t)/m_1=p_t^2$代入式(2-56)，可得

$$\begin{cases} (p_0^2-\omega^2)z_{20}-p_0^2 z_{10}=0 \\ -\dfrac{k}{m_1}z_{20}+(p_t^2-\omega^2)z_{10}=0 \end{cases} \tag{2-57}$$

此方程组有非零解的条件是z_{20}、z_{10}的系数行列式为零，即

$$\begin{vmatrix} (p_0^2-\omega^2) & -p_0^2 \\ -\dfrac{k}{m_1} & (p_t^2-\omega^2) \end{vmatrix}=0$$

得系统的特征方程

$$\omega^4-(p_t^2+p_0^2)\omega^2+p_0^2p_t^2-p_0^2k/m_1=0 \tag{2-58}$$

方程(2-58)的两个根即为二自由度系统的两个主频率ω_1和ω_2的平方。

$$\omega_{1,2}^2=\frac{1}{2}(p_t^2+p_0^2)\mp\sqrt{\frac{1}{4}(p_t^2+p_0^2)^2-\frac{kk_t}{m_2m_1}} \tag{2-59}$$

将 ω_1 和 ω_2 代入式(2－57)中的任何一式，可得一阶主振型和二阶主振型，即

一阶主振型
$$\left(\frac{z_{10}}{z_{20}}\right)_1=\frac{p_0^2-\omega_1^2}{p_0^2} \tag{2-60}$$

二阶主振型
$$\left(\frac{z_{10}}{z_{20}}\right)_2=\frac{p_0^2-\omega_2^2}{p_0^2} \tag{2-61}$$

例如，某汽车车身固有圆频率 $p_0=2\pi \text{rad/s}$，质量比 $r_m=m_2/m_1=10$，刚度比 $r_k=k_t/k=9$，求系统的主频率和主振型。

由式(2－53)车轮的固有圆频率为

$$p_t=\sqrt{(k+k_t)/m_1}=\sqrt{(k+9k)/(m_2/10)}=\sqrt{100k/m_2}=10p_0$$

由式(2－59)可得，系统两个主频率分别为

$$\omega_1=0.95p_0,\quad \omega_2=10.01p_0$$

由此可见，低的主频率 ω_1 与车身固有圆频率 p_0 接近，高的主频率 ω_2 与车辆轮固有圆频率 p_t 接近，且有 $\omega_1<p_0<p_t<\omega_2$

将两个主频率 ω_1 和 ω_2 分别代入式(2－60)和式(2－61)，可确定两个主振型。

一阶主振型
$$\left(\frac{z_{10}}{z_{20}}\right)_1=\frac{p_0^2-\omega_1^2}{p_0^2}=0.1$$

二阶主振型
$$\left(\frac{z_{10}}{z_{20}}\right)_2=\frac{p_0^2-\omega_2^2}{p_0^2}=-99.2$$

车身与车轮两个自由度系统的主振型，如图2.12所示。在强迫振动情况下，激振频率 ω 接近系统主频率 ω_1 时将产生低频共振，按一阶主振型振动，车身质量 m_2 的振幅比车轮质量 m_1 的振幅大将近10倍。所以主要是车身质量 m_2 在振动，称为车身型振动。

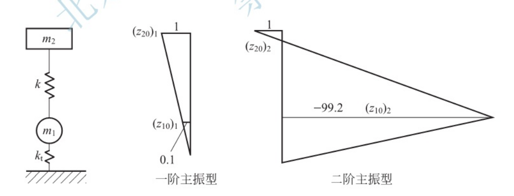


图2.12　二自由度系统的主振型

当激振频率 ω 接近系统主频率 ω_2 时，产生高频共振，按二阶主振型振动，此时车轮质量 m_1 的振幅比车身质量 m_2 的振幅大将近100倍(实际由于阻尼存在而不会相差这样多)，称为车轮型振动。

在图2.12中二自由度系统的车轮型振动，由于车身基本不动，所以可将两个自由度系统简化为如图2.13所示的车轮部分的单质量系统来分析车轮部分在高频共振区的振动。

由图2.13可知，车轮质量 m_1 的运动方程为

$$m_1\ddot{z}_1+c\dot{z}_1+(k+k_t)z_1=k_tq \tag{2-62}$$

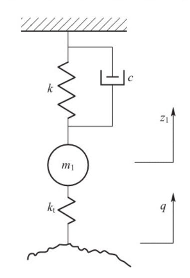


图 2.13 车轮部分单质量系统

利用对单自由度系统的一般解法，可求得车轮位移 z_1 对路面激励 q 的频率响应函数为

$$H(\omega)_{z_1\sim q}=\frac{k_t}{k+k_t-\omega^2 m_1+j\omega c}$$

将上式分子、分母同除以 $k+k_t$，并把车轮部分固有频率 p_t、车轮部分阻尼比 $\xi_t=c/2\sqrt{(k+k_t)m_1}$ 以及 $\lambda_t=\omega/p_t$ 代入上式得

$$H(\omega)_{z_1\sim q}=\frac{k_t/(k+k_t)}{1-\lambda_t^2+j2\xi_t\lambda_t}$$

其幅频特性为

$$|H(\omega)_{z_1\sim q}|=\frac{k_t/(k+k_t)}{\sqrt{[1-\lambda_t^2]^2+(2\xi_t\lambda_t)^2}} \tag{2-63}$$

在高频共振 $\omega=p_t$ 时，车轮的加速度均方根值谱 $\sqrt{G_{\ddot{z}_1}(\omega t)}$ 正比于车轮响应加速度 $\ddot{z}_1$ 对路面激励速度 $\dot{q}$ 的幅频特性，即

$$|H_{\ddot{z}_1\sim\dot{q}}|_{\omega=\omega_t}=\left|\frac{\ddot{z}_1}{\dot{q}}\right|_{\omega=\omega_t}=\left|\omega\frac{\ddot{z}_1}{q}\right|_{\omega=\omega_t}=|\omega H(\omega)_{z_1\sim q}|_{\omega=\omega_t}=\frac{p_t k_t/(k+k_t)}{2\xi_t} \tag{2-64}$$

可见，降低轮胎刚度 k_t 能使车轮固有圆频率 p_t 下降，使簧下质量系统的阻尼比 ξ_t 加大，这是减小车轮部分高频共振时加速度的有效方法；降低非悬挂质量 m_1 使 p_t 和 ξ_t 都加大，车轮部分高频共振时的加速度基本不变，但车轮部分动载 $m_1\ddot{z}_1$ 下降，车轮相对动载 F_d/G 降低，有利于提高车辆的行驶安全性。

2.3.3 双质量振动系统的传递特性

先求双质量系统的频率响应函数，将有关各复振幅代入方程(2-50)，可得

$$\begin{cases} z_2(-\omega^2 m_2+j\omega c+k)=z_1(j\omega c+k) \\ z_1(-\omega^2 m_1+j\omega c+k+k_t)=z_2(j\omega c+k)+qk_t \end{cases} \tag{2-65}$$

由式(2-65)的第 1 式可得车身响应 z_2 对车轮响应 z_1 的频率响应函数，即

$$H(\omega)_{z_2\sim z_1}=\frac{j\omega c+k}{k-\omega^2 m_2+j\omega c}=\frac{A_1}{A_2}=\frac{1+2j\xi\lambda}{1-\lambda^2+2j\xi\lambda} \tag{2-66}$$

式中，$A_1=j\omega c+k=k(1+2j\xi\lambda)$；$A_2=k-\omega^2 m_2+j\omega c=k(1-\lambda^2+2j\xi\lambda)$；$\lambda$ 为频率比，$\lambda=\omega/p_0$；ξ 为阻尼比，$\xi=c/2\sqrt{km_2}$。

由式(2-66)可知，双质量系统的车身响应 z_2 对车轮响应 z_1 的幅频特性 $|H(\omega)_{z_2\sim z_1}|$ 与单质量系统幅频特性 $|H(\omega)_{z\sim q}|$ 完全一样，即

$$|H(\omega)_{z_2\sim z_1}|=\sqrt{\frac{1+(2\xi\lambda)^2}{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}} \tag{2-67}$$

将式(2-66)代入方程组(2-65)，可得车轮响应 z_1 对路面激励 q 的频率响应函数，即

$$H(\omega)_{z_1\sim q}=\frac{A_2 k_t}{A_3 A_2-A_1^2}=\frac{A_2 k_t}{N} \tag{2-68}$$

式中，$N=A_3A_2-A_1^2$；$A_3=k+k_t-\omega^2 m_1+j\omega c$。

由式(2-68)可得车轮响应 z_1 对路面激励 q 的幅频特性 $|H(\omega)_{z_1\sim q}|$，即

$$|H(\omega)_{z_1\sim q}|=r_{\mathrm{k}}\sqrt{\frac{(1-\lambda^2)^2+4\xi^2\lambda^2}{\Delta}} \tag{2-69}$$

式中，$\Delta=\left[(1-\lambda^2)\left(1+r_{\mathrm{k}}-\frac{1}{r_{\mathrm{m}}}\lambda^2\right)-1\right]^2+4\xi^2\lambda^2\left[r_{\mathrm{k}}-\left(\frac{1}{r_{\mathrm{m}}}+1\right)\lambda^2\right]^2$；$\lambda$ 为频率比，$\lambda=\omega/p_0$；r_{k}为刚度比，$r_{\mathrm{k}}=k_{\mathrm{t}}/k$；$r_{\mathrm{m}}$为质量比，$r_{\mathrm{m}}=m_2/m_1$。

由式(2-66)及式(2-68)可得车身振动位移响应 z_2 对路面激励位移 q 的频率响应函数 $H(\omega)_{z_2\sim q}$

$$H(\omega)_{z_2\sim q}=\frac{Z_2(\omega)}{Q(\omega)}=\frac{Z_2(\omega)Z_1(\omega)}{Z_1(\omega)Q(\omega)}=H(\omega)_{z_2\sim z_1}H(\omega)_{z_1\sim q}$$

即

$$H(\omega)_{z_2\sim q}=\frac{A_1A_2k_{\mathrm{t}}}{A_2N}=\frac{A_1k_{\mathrm{t}}}{N} \tag{2-70}$$

因此，车身振动位移响应 z_2 对路面激励位移 q 的幅频特性就为两个环节幅频特性的乘积，即

$$|H(\omega)_{z_2\sim q}|=|H(\omega)_{z_2\sim z_1}||H(\omega)_{z_1\sim q}|=\sqrt{\frac{1+4\xi^2\lambda^2}{(1-\lambda^2)^2+4\xi^2\lambda^2}}\cdot r_{\mathrm{k}}\sqrt{\frac{(1-\lambda^2)^2+4\xi^2\lambda^2}{\Delta}}$$

即

$$|H(\omega)_{z_2\sim q}|=r_{\mathrm{k}}\sqrt{\frac{1+4\xi^2\lambda^2}{\Delta}} \tag{2-71}$$

图2.14、图2.15分别是对应式(2-69)和式(2-71)的幅频特性曲线。

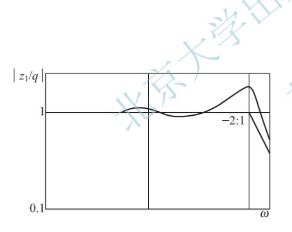


图2.14 z_1对 q 的幅频特性曲线图

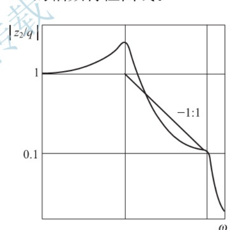


图2.15 z_2对 q 的幅频特性曲线

从曲线可以看出，对于车身车轮二自由度模型，当激振频率接近系统一阶固有频率 ω_1 和二阶固有频率 ω_2 时，都会发生共振，车身位移 z_2 对 q 的幅频特性和车轮位移 z_1 对 q 的幅频特性都有低频、高频两个共振峰。

2.4 双轴汽车垂直和俯仰平面振动

前面讨论的单质量和双质量系统都是双轴汽车的局部系统，只分析了单输入下车身的垂直振动，实际汽车还存在整体的垂直振动和俯仰振动。现在进一步讨论汽车垂直和俯仰两个自由度振动系统，在前、后车轮的两个路面不平输入下的强迫振动。

2.4.1 双轴汽车垂直振动和俯仰振动微分方程

在分析车身振动时，忽略了车轮部分质量和轮胎刚度的影响，把汽车简化成如图 2.16(a)所示的二自由度系统。

由于已知前后悬挂的刚度 k_1、k_2，阻尼 c_1、c_2，车身质量 m_2，系统绕质心轴的转动惯量 $J_c = m\rho_c^2$，质心到前后悬挂的距离分别为 l_1 和 l_2；设由于路面不平在前后轮处产生的位移输入用 $q_1(t)$ 和 $q_2(t)$ 来表示；系统的坐标为质心偏离静平衡位置的铅垂距离 x 和绕质心的转角 θ；x 和 θ 的正向如图 2.16(b)所示。

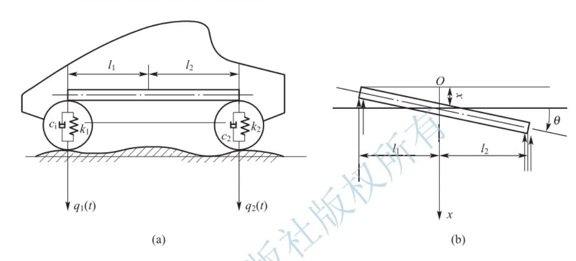


图 2.16 双轴汽车振动模型

根据图 2.16(b)可写出车身的平面运动微分方程。

$$\begin{cases} m_2\ddot{x} = -k_1(x+l_1\theta-q_1)-k_2(x-l_2\theta-q_2)-c_1(\dot{x}+l_1\dot{\theta}-\dot{q}_1) \\ \qquad -c_2(\dot{x}-l_2\dot{\theta}-\dot{q}_2) \\ m_2\rho_c^2\ddot{\theta} = -k_1(x+l_1\theta-q_1)l_1+k_2(x-l_2\theta-q_2)l_2-c_1(\dot{x}+l_1\dot{\theta}-\dot{q}_1)l_1 \\ \qquad +c_2(\dot{x}-l_2\dot{\theta}-\dot{q}_2)l_2 \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} m_2\ddot{x}+(c_1+c_2)\dot{x}+(k_1+k_2)x-(c_2l_2-c_1l_1)\dot{\theta}-(k_2l_2-k_1l_1)\theta \\ \qquad =c_1\dot{q}_1+k_1q_1+c_2\dot{q}_2+k_2q_2 \\ m_2\rho_c^2\ddot{\theta}+(c_2l_2^2+c_1l_1^2)\dot{\theta}+(k_2l_2^2+k_1l_1^2)\theta-(c_2l_2-c_1l_1)\dot{x}-(k_2l_2-k_1l_1)x \\ \qquad =c_1l_1\dot{q}_1+k_1l_1q_1-c_2l_2\dot{q}_2-k_2l_2q_2 \end{cases} \tag{2-72}$$

设 $x_2=l_1\theta$，$x_1=x$ 代入上式，并引入下列参数。

$$\omega_1=\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m_2}} \qquad \xi_1=\frac{c_1+c_2}{2\sqrt{m_2(k_1+k_2)}}$$

$$\omega_2=\sqrt{\frac{k_1+r_1^2k_2^2}{m_2\rho_c^2}} \qquad \xi_2=\frac{c_1+r_1^2c_2}{2\sqrt{m_2(k_1+r_1^2k_2)}}$$

$$\omega_a=\sqrt{\frac{k_1}{m_2}} \qquad \xi_a=\frac{c_1}{2\sqrt{m_2k_1}}$$

$$\omega_b=\sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \qquad \xi_b=\frac{c_2}{2\sqrt{m_2k_2}}$$

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k_1-r_1k_2}{m_2}} \qquad \xi_0=\frac{c_1-r_1c_2}{2\sqrt{m(k_1-r_1k_2)}}$$

$$r_1=\frac{l_2}{l_1} \qquad r_\rho=\frac{\rho_c}{l_1}$$

于是将式(2-71)简化为

$$\begin{cases}\ddot{x}_1+2\xi_1\omega_1\dot{x}_1+\omega_1^2x_1+\omega_0^2x_2+2\xi_0\omega_0\dot{x}_2\\ \qquad=\omega_a^2q_1+2\xi_a\omega_a\dot{q}_1+\omega_b^2q_2+2\xi_b\omega_b\dot{q}_2\\ r_\rho^2\ddot{x}_2+2\xi_2\omega_2\dot{x}_2+\omega_2^2x_2+\omega_0^2x_1+2\xi_0\omega_0\dot{x}_1\\ \qquad=\omega_a^2q_1+2\xi_a\omega_a\dot{q}_1-r_l(\omega_b^2q_2+2\xi_b\omega_b\dot{q}_2)\end{cases} \tag{2-73}$$

式中，ω_1 为垂直振动的固有频率，$\omega_1=\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m_2}}$；$\omega_2$ 为俯仰振动的固有频率，$\omega_2=\sqrt{\frac{k_1+r_1^2k_2^2}{m_2\rho_c^2}}$。

2.4.2 双轴汽车振动频率响应函数及振动响应

求 x_1、x_2对应于输入 q_1 的频率响应函数 $H_{11}(\omega)$、$H_{21}(\omega)$。令

$$\begin{cases}q_1(t)=e^{j\omega t}\\ x_1(t)=H_{11}(\omega)e^{j\omega t}\\ \ddot{x}_1(t)=-\omega^2H_{11}(\omega)e^{j\omega t}\end{cases} \qquad \begin{cases}q_2(t)=0\\ x_2(t)=H_{21}(\omega)e^{j\omega t}\\ \ddot{x}_2(t)=-\omega^2H_{21}(\omega)e^{j\omega t}\end{cases}$$

代入式(2-73)，得

$$\begin{cases}(\omega_1^2-\omega^2+2j\xi_1\omega\omega_1)H_{11}(\omega)+(\omega_0^2+2j\xi_0\omega\omega_0)H_{21}(\omega)=\omega_a^2+2j\xi_a\omega\omega_a\\ (\omega_0^2+2j\xi_0\omega\omega_0)H_{11}(\omega)+(\omega_2^2-r_\rho^2\omega^2+2j\xi_2\omega\omega_2)H_{21}(\omega)=\omega_a^2+2j\xi_a\omega\omega_a\end{cases}$$

由此方程组可解得

$$H_{11}=\frac{\begin{vmatrix}\omega_a^2+2j\xi_a\omega\omega_a & \omega_0^2+2j\xi_0\omega\omega_0\\ \omega_a^2+2j\xi_a\omega\omega_a & \omega_2^2-r_\rho^2\omega^2+2j\xi_2\omega\omega_2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}\omega_1^2-\omega^2+2j\xi_1\omega\omega_1 & \omega_0^2+2j\xi_0\omega\omega_0\\ \omega_0^2+2j\xi_0\omega\omega_0 & \omega_2^2-r_\rho^2\omega^2+2j\xi_2\omega\omega_2\end{vmatrix}}$$

$$H_{21}=\frac{\begin{vmatrix}\omega_1^2-\omega^2+2j\xi_1\omega\omega_1 & \omega_a^2+2j\xi_a\omega\omega_a\\ \omega_0^2+2j\xi_0\omega\omega_0 & \omega_a^2+2j\xi_a\omega\omega_a\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}\omega_1^2-\omega^2+2j\xi_1\omega\omega_1 & \omega_0^2+2j\xi_0\omega\omega_0\\ \omega_0^2+2j\xi_0\omega\omega_0 & \omega_2^2-r_\rho^2\omega^2+2j\xi_2\omega\omega_2\end{vmatrix}}$$

同理，可求出 x_1、x_2对应于输入 q_2 的频率响应函数 $H_{12}(\omega)$、$H_{22}(\omega)$，令

$$\begin{cases}q_1(t)=0\\ x_1(t)=H_{12}(\omega)e^{j\omega t}\\ \ddot{x}_1(t)=-\omega^2H_{12}(\omega)e^{j\omega t}\end{cases} \qquad \begin{cases}q_2(t)=e^{j\omega t}\\ x_2(t)=H_{22}(\omega)e^{j\omega t}\\ \ddot{x}_2(t)=-\omega^2H_{22}(\omega)e^{j\omega t}\end{cases}$$

代入式(2-73)，得

$$H_{12}=\frac{\begin{vmatrix}\omega_b^2+2j\xi_b\omega\omega_b & \omega_0^2+2j\xi_0\omega\omega_0\\ -(\omega_b^2+2j\xi_b\omega\omega_b)p & \omega_2^2-r_\rho^2\omega^2+2j\xi_2\omega\omega_2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}\omega_1^2-\omega^2+2j\xi_1\omega\omega_1 & \omega_0^2+2j\xi_0\omega\omega_0\\ \omega_0^2+2j\xi_0\omega\omega_0 & \omega_2^2-r_\rho^2\omega^2+2j\xi_2\omega\omega_2\end{vmatrix}}$$

$$H_{22}=\frac{\begin{vmatrix}\omega_1^2-\omega^2+2j\xi_1\omega\omega_1 & \omega_b^2+2j\xi_b\omega\omega_b\\ \omega_0^2+2j\xi_0\omega\omega_0 & -r_l^2(\omega_b^2+2j\xi_b\omega\omega_b)\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}\omega_1^2-\omega^2+2j\xi_1\omega\omega_1 & \omega_0^2+2j\xi_0\omega\omega_0\\ \omega_0^2+2j\xi_0\omega\omega_0 & \omega_2^2-r_\rho^2\omega^2+2j\xi_2\omega\omega_2\end{vmatrix}}$$

根据以上的结果，便可写出完全确定的频率响应矩阵。

$$\boldsymbol{H}(\omega)=\begin{bmatrix}H_{11}(\omega) & H_{12}(\omega)\\ H_{21}(\omega) & H_{22}(\omega)\end{bmatrix}\tag{2-74}$$

令 $\begin{bmatrix}Q_1(\omega)\\ Q_2(\omega)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\int_{-\infty}^{\infty}q_1(t)e^{-j\omega t}d\omega\\ \int_{-\infty}^{\infty}q_2(t)e^{-j\omega t}d\omega\end{bmatrix}$，可得响应的矩阵表达式为

$$\boldsymbol{X}(t)=\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\begin{bmatrix}H_{11}(\omega) & H_{12}(\omega)\\ H_{21}(\omega) & H_{22}(\omega)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Q_1(\omega)\\ Q_2(\omega)\end{bmatrix}e^{j\omega t}d\omega\tag{2-75}$$

2.5 “人—车”三自由度系统的振动

2.5.1 “人—车”系统振动模型

在单轮模型的基础上，增加乘员座椅模型，即为考虑乘员座椅的单轮模型，如图 2.17 所示。

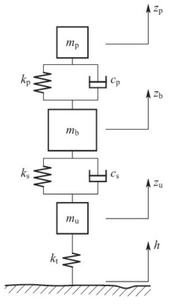


图 2.17 考虑乘员座椅的单轮模型

图 2.17 中，m_b 为一个单轮上对应的车身质量，即簧上质量；k_s 为车身悬架弹性系数；c_s 为车身悬架阻尼系数；m_p 为一个车轮上对应的座椅和人体质量；k_p 和 c_p 分别是座椅弹性系数和阻尼系数；m_u 为簧下质量，k_t 为轮胎刚度。

对于如图 2.17 所示的 3 质量振动系统，其振动微分方程为

$$m_p\ddot{z}_p+c_p(\dot{z}_p-\dot{z}_b)+k_p(z_p-z_b)=0\tag{2-76}$$

$$m_b\ddot{z}_b-c_p(\dot{z}_p-\dot{z}_b)-k_p(z_p-z_b)+c_s(\dot{z}_b-\dot{z}_u)+k_s(z_b-z_u)=0\tag{2-77}$$

$$m_u\ddot{z}_u-c_s(\dot{z}_b-\dot{z}_u)-k_s(z_b-z_u)+k_tz_u=0\tag{2-78}$$

定义如下参数。

(1) $\omega_p=\sqrt{\dfrac{k_p}{m_p}}$，座椅—人体无阻尼固有频率。

(2) $\omega'_b=\sqrt{\dfrac{k_s}{m_b+m_p}}\approx\sqrt{\dfrac{k_s}{m_b}}=\omega_b$，车身无阻尼固有频率。

(3) $\xi_p=\dfrac{c_p}{2\sqrt{k_p m_p}}=\dfrac{c_p}{2m_p\omega_p}$，座椅—人体阻尼比。

(4) $\xi'_b=\dfrac{c_s}{2\sqrt{k_s(m_p+m_b)}}=\dfrac{c_s}{2(m_b+m_p)\omega'_b}\approx\dfrac{c_s}{2\sqrt{k_s m_b}}=\xi_b$，车身阻尼比。

(5) m_b/m_p，车身与人体的质量比。

(6) $(m_b+m_p)/m_u$，簧上与簧下的质量比。

(7) $s_t=\dfrac{F_{zs}}{k_t}$，轮胎次切距，约等于轮胎静挠度。

(8) $\omega'_t=\sqrt{\dfrac{k_t+k_s}{m_u}}\approx\sqrt{\dfrac{k_t}{m_u}}=\omega_t$，在无耦合、无阻尼时的车轮固有频率。

(9) $\xi_t=\dfrac{c_s}{2\sqrt{(k_s+k_t)m_u}}\approx\dfrac{c_s}{2\sqrt{k_t m_u}}\approx\sqrt{\dfrac{k_s m_b}{k_t m_u}}\xi'_b$，簧下质量阻尼比。

根据式(2-76)~式(2-78)，可以求出对行驶安全性有重要影响的车轮动载荷为

$$F_d=k_t(q-z_u)=m_u\ddot{z}_u+m_b\ddot{z}_b+m_p\ddot{z}_p \tag{2-79}$$

2.5.2 振动响应传递特性

为求出各响应量对路面不平度 q 的频率响应函数，对式(2-76)~(2-78)两边求拉氏变换，其中振动响应位移 z_u、z_b和 z_p的傅氏变换分别为 Z_u、Z_b和 Z_p，路面不平度 q 的傅氏变换为Q。因此，可求得振动位移响应 z_u、z_b和 z_p对路面不平度 q 的传递函数为

$$\begin{cases}\dfrac{Z_u}{Q}=\dfrac{N_1}{D}\\[2mm]\dfrac{Z_b}{Q}=\dfrac{N_2}{D}\\[2mm]\dfrac{Z_p}{Q}=\dfrac{N_3}{D}\end{cases} \tag{2-80}$$

式中，$D=s^6+\dfrac{m_u+m_b}{m_u}(2\xi_b\omega_b s+\omega_b^2)s^4+\dfrac{m_p+m_b}{m_b}(2\xi_p\omega_p s+\omega_p^2)s^4$

$+\dfrac{m_u+m_b+m_p}{m_u}(2\xi_b\omega_b s+\omega_b^2)(2\xi_p\omega_p s+\omega_p^2)s^2$

$+\omega_t^2(s^2+2\xi_b\omega_b s+\omega_b^2)(s^2+2\xi_p\omega_p s+\omega_p^2)+\dfrac{m_p}{m_b}(2\xi_p\omega_p s+\omega_p^2)\omega_t^2 s^2$；

$N_1=\omega_t^2\left[(s^2+2\xi_b\omega_b s+\omega_b^2)(s^2+2\xi_p\omega_p s+\omega_p^2)+\dfrac{m_p}{m_b}(2\xi_p\omega_p s+\omega_p^2)s^2\right]$；

$N_2=\omega_t^2(2\xi_b\omega_b s+\omega_b^2)(s^2+2\xi_p\omega_p s+\omega_p^2)$；

$N_3=\omega_t^2(2\xi_b\omega_b s+\omega_b^2)(2\xi_p\omega_p s+\omega_p^2)$。

令 z_u、z_b和 z_p传递函数式(2-80)中的 $s=\mathrm{j}\omega$，即得到振动位移响应 z_u、z_b和 z_p对路面不平度 q 的频率响应函数，即

$$\begin{cases} H(j\omega)_{z_u \sim q} = \dfrac{N_1}{D} \\ H(j\omega)_{z_b \sim q} = \dfrac{N_2}{D} \\ H(j\omega)_{z_p \sim q} = \dfrac{N_3}{D} \end{cases} \tag{2-81}$$

其他响应量和车轮动载荷 F_d 对路面激励位移 q 的频率响应函数，也可按照类似方法求得

$$H(j\omega)_{\ddot{z}_p \sim q} = \frac{N_3\omega^2}{D} \quad H(j\omega)_{z_p \sim z_b} = \frac{N_3 - N_2}{D}$$
$$H(j\omega)_{\ddot{z}_b \sim q} = \frac{N_2\omega^2}{D}; \quad H(j\omega)_{z_b \sim z_u} = \frac{N_2 - N_1}{D}$$
$$H(j\omega)_{\ddot{z}_u \sim q} = \frac{N_1\omega^2}{D} \quad H(j\omega)_{F_d \sim q} = k_t\frac{D - N_1}{D} \tag{2-82}$$

根据各振动响应量对路面激励位移 q 的频率响应函数，便可以求得各振动响应量。

2.6 车辆随机振动

2.6.1 随机振动的基本概念

对于汽车而言，最典型的非确定性振动是由于路面不平度引起的汽车振动。这些振动的共同特征是系统的激励和响应在事先都无法利用时间的确定性函数予以描述，称这种不确定性的振动过程为随机振动。随机振动虽然具有不确定性，但是仍然可以利用统计分析的方法进行规律性的研究。

1. 平稳随机振动

随机过程为大量现象的数学描述，因此需要在同样的条件下重复进行同样的试验。例如，在同样的道路以及同样的行驶工况下进行 n 次道路行驶试验，记录车身上特定点加速度的时间历程 $x_k(t)(k=1, 2, \cdots, n)$。每次的记录称为一个样本函数，样本函数的数目必须很大，理论上应该是无穷多个。随机过程为所有样本函数的集合，记作 $X(t)$。在任一采样时刻 t_i，随机过程的各个样本函数值都不相同，构成随机变量 $X(t_i)$。各个随机变量 $X(t_i)$都存在差别，是因为路面不平度等许多不确定因素的影响造成的。但是，对于随机过程的研究不是局限于样本函数本身，而是在于随机过程的总体统计特性。

例如，随机过程 $X(t)$在时刻 t_1 的随机变量 $X(t_1)$的集合平均为

$$\mu_x(t_1) = E(X(t_1)) = \lim \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k(t_1) \tag{2-83}$$

集合平均 $\mu_x(t_1)$一般与采样时刻 t_1 有关。

再如，随机过程 $X(t)$对应于各样本在时刻 t_1 和 $t_1+\tau$ 的两个随机变量 $x_k(t_1)$和 $x_k(t_1+\tau)$的乘积的集合平均为

$$R_x(t_1, t_1+\tau) = E[x(t_1)x(t_1+\tau)] = \lim \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k(t_1)x_k(t_1+\tau) \tag{2-84}$$

集合平均 $R_x(t_1, t_1+\tau)$ 称作随机过程 $X(t)$ 在时刻 t_1 和 $t_1+\tau$ 的自相关函数，它既与时刻 t_1 有关，也是 τ 的函数。

如果随机过程的均值和自相关函数与采样时刻 t_1 无关，则称随机过程为(弱)平稳过程。平稳过程的均值为常数，即

$$\mu_x(t_1)=\mu_x \tag{2-85}$$

自相关函数仅仅是时间差 τ 的函数，即

$$R_x(t_1, t+\tau)=R_x(\tau) \tag{2-86}$$

2. 各态历经随机振动

如果平稳随机过程的均值和自相关函数可利用任何一个足够长的样本函数的时间平均值来计算，即

$$\begin{cases}\mu_x = \lim\limits_{T\to\infty}\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_{-T/2}^{T/2} x_k(t)\mathrm{d}t \\ R_x(\tau) = \lim\limits_{T\to\infty}\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_{-T/2}^{T/2} x_k(t)x_k(t+\tau)\mathrm{d}t\end{cases} \tag{2-87}$$

则平稳随机过程称为(弱)各态历经随机过程。随机过程的各态历经性对于工程实际具有十分重要的意义，为根据实际测量得到的少量样本函数估计整个随机过程的统计特性提供了理论依据。下面讨论的随机过程都是平稳各态历经随机过程。

2.6.2 随机振动的统计特性

1. 幅值域(时域)特性

在工业结构研究中，结构可靠性和寿命的研究占据非常重要的地位。在汽车设计中，结构强度分析中需要载荷谱，也需要设计随机疲劳试验和进行结构寿命的预估，这都需要对测量得到的随机信号进行幅值域的分析。这里主要阐述均值、方差和均方值的计算方法。

1) 均值

通常的随机信号总是存在最大值(峰值)和最小值(谷值)的。最大值和最小值给出了随机过程变化的上下极限，但是并没有也无法说明信号的中心位置和变化波动的程度。因为信号的极限值相同，但其平均值可能并不相同。因此，说明随机过程信号的平均位置的平均值，简称为均值或者静态分量，对于确切描述随机过程非常重要。

前面已经给出均值的计算公式，在这里重写为如下形式。

对于连续的随机过程

$$\mu_x=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x(t)\mathrm{d}t \tag{2-88}$$

对于随机过程的离散数据系列

$$\mu_x=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i \tag{2-89}$$

2) 方差和标准差

但是仅仅给出信号的均值还不能说明信号在均值位置上下波动的情况，两个随机过程样本的均值相同，但信号在均值上下波动的程度可能相差很大。为了描述信号在均值附近

波动的程度，引入了方差的概念。方差的计算公式如下。

对于连续的随机过程

$$\sigma_x^2=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T[x(t)-\mu_x]^2\mathrm{d}t \tag{2-90}$$

对于随机过程的离散数据系列

$$\sigma_x^2=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu_x)^2 \tag{2-91}$$

方差的开方值称为标准差，根据式(2－90)和式(2－91)易知标准差的计算公式如下。

对于连续的随机过程

$$\sigma_x=\sqrt{\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T[x(t)-\mu_x]^2\mathrm{d}t} \tag{2-92}$$

对于随机过程的离散数据系列

$$\sigma_x=\sqrt{\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu_x)^2} \tag{2-93}$$

3）均方值和有效值

任何随机信号的强度可以利用均方值进行描述，反映了信号动态和静态的总的平均能量水平，当然这里的能量不一定是真正能量的量纲，而是实际测量信号的物理量纲的平方，即为广义的能量。其计算公式如下。

对于连续的随机过程

$$\psi_x^2=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)\mathrm{d}t \tag{2-94}$$

对于随机过程的离散数据系列

$$\psi_x^2=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i^2 \tag{2-95}$$

在工程应用中，经常希望利用一个当量幅值来表示信号的大小，即称为有效值，它是均方值的根值，也称为均方根值。计算公式如下。

对于连续的随机过程

$$\psi_x=\sqrt{\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)\mathrm{d}t} \tag{2-96}$$

对于随机过程的离散数据系列

$$\psi_x=\sqrt{\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x_i^2} \tag{2-97}$$

4）均值、方差和均方值之间的关系

均方值等于方差与均值的平方之和，即

$$\psi_x^2=\mu_x^2+\sigma_x^2 \tag{2-98}$$

下面对此进行证明。对于连续的随机过程

$$\begin{aligned}\sigma_x^2&=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T[x(t)-\mu_x]^2\mathrm{d}t\\&=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T[x^2(t)-2x(t)\mu_x+\mu_x^2]\ \mathrm{d}t\\&=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)\mathrm{d}t-2\mu_x\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x(t)\mathrm{d}t+\mu_x^2\end{aligned}$$

$$=\psi_x^2-2\mu_x^2+\mu_x^2=\psi_x^2-\mu_x^2$$

因此，$\psi_x^2=\mu_x^2+\sigma_x^2$

2. 相关域特性

这里主要讲述自相关函数。自相关函数表征随机过程在一个时刻和另外一个时刻采样值之间的相互依赖程度，即表征信号随机变化的程度。

表征随机过程 $X(t)$在时刻 t_1 和 $t_1+\tau$ 的相关性的自相关函数的表达式为

$$R_x(\tau)=\lim\frac{1}{T}\int_0^T x(t)x(t+\tau)\mathrm{d}t \tag{2-99}$$

下面考察自相关函数的性质。

(1) 自相关函数 $R_x(\tau)$为以时间差 τ 为变量的实值偶函数，即

$$R_x(\tau)=R_x(-\tau) \tag{2-100}$$

(2) 自相关函数 $R_x(\tau)$在 $\tau=0$ 时取得最大值，且等于均方值，即

$$R_x(0)=\lim\frac{1}{T}\int_0^T x(t)x(t+0)\mathrm{d}t=\lim\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)\mathrm{d}t=\psi_x^2 \tag{2-101}$$

(3) 自相关函数与均值、方差和均方值之间的关系为

$$\mu_x^2-\sigma_x^2\leqslant R_x(\tau)\leqslant\mu_x^2+\sigma_x^2=\psi_x^2 \tag{2-102}$$

(4) 当 $\tau\to\infty$时，$R_x(\tau)\to\mu_x^2$。

(5) 周期函数的自相关函数仍为同周期的周期函数。

3. 频率域特性

对于随机过程在频率域内的描述，主要是应用功率谱密度函数来表征随机振动过程在各频率成分上的统计特性。

平稳随机过程 $X(t)$的功率谱密度函数为自相关函数 $R_x(\tau)$的傅里叶变换，即

$$S_x(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}R_x(\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau}\mathrm{d}\tau \tag{2-103}$$

其逆变换为

$$R_x(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}S_x(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau}\mathrm{d}\omega \tag{2-104}$$

以上两式构成傅里叶变换对，称为维纳一辛钦关系式。

对于式(2-104)，如果 $\tau=0$，则

$$R_x(0)=\int_{-\infty}^{\infty}S_x(\omega)\mathrm{d}\tau=\psi_x^2 \tag{2-105}$$

可见，功率谱密度函数 $S_x(\omega)$表示随机过程的均方值(总能量)在频率域内的分布情况。在随机振动中，$S_x(\omega)$表示能量在各圆频率上的分布密度。根据其物理意义可知，$S_x(\omega)\geqslant0$。前面已经讲过，自相关函数为偶函数，由式(2-103)可得

$$S_x(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}R_x(\tau)(\cos\omega\tau-\mathrm{j}\sin\omega\tau)\mathrm{d}\tau$$

即

$$S_x(\omega)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}R_x(\tau)\cos\omega\tau\mathrm{d}\tau \tag{2-106}$$

由此可知，$S_x(\omega)$为 ω 的偶函数。称在整个频率域内定义的 $S_x(\omega)$为双边功率谱。但是在实际的工程应用中，只有正频率才是有意义的，为此将只在非负频率范围内定义的功

率谱称为单边功率谱，记作$G_x(\omega)$。单边谱和双边谱的关系为

$$G_x(\omega)=2S_x(\omega) \quad 0\leqslant\omega\leqslant\infty \tag{2-107}$$

实际计算功率谱时，通常利用频率 f(Hz)代替圆频率 ω(rad/s)，则维纳一辛钦关系式变为

$$S_x(f)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}R_x(\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau \tag{2-108}$$

其逆变换为

$$R_x(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}S_x(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau}\mathrm{d}\omega \tag{2-109}$$

式(2-107)变化为

$$G_x(f)=2S_x(f) \quad 0\leqslant f\leqslant\infty \tag{2-110}$$

4. 随机振动的概率分布

1）基本概念

如图 2.18 所示的随机过程，小于特定值 x_1 的概率可以如此确定：以特定数值 x_1 作水平直线，将 $x(t)$ 中小于 x_1 的时间区间 Δt_i 相加，并除以总时间，即可得到 $x(t)$ 中小于 x_1 的概率，记为 $P(x_1)$，即

$$P(x_1)=\lim_{t\to\infty}\frac{\sum\Delta t_i}{t} \tag{2-111}$$

显然，$P(x_1\to-\infty)=0$；$P(x_1\to\infty)=1$。

由此可以得到如图 2.19 所示的累积概率分布函数，取值在 0～1 之间。

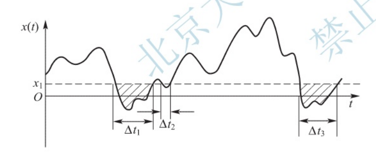


图 2.18 累积概率的计算方法

图 2.19 累积概率

如果要求取值位于 x_1 和 $x_1+\Delta x$ 之间的概率，应为

$$P(x_1\leqslant x\leqslant x_1+\Delta x)=P(x+\Delta x)-P(x)$$

引入概率密度函数 $p(x)$，为

$$p(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{P(x+\Delta x)-P(x)}{\Delta x}=\frac{\mathrm{d}P(x)}{\mathrm{d}x} \tag{2-112}$$

如图 2.20 所示，显然 $p(x)$ 为 $P(x)$ 的导数，且 $P(x_1)$ 与 $p(x)$ 二者存在以下关系

$$P(x_1)=\int_{-\infty}^{x_1}p(x)\mathrm{d}x \tag{2-113}$$

另外

$$P(\infty)=\int_{-\infty}^{\infty}p(x)\mathrm{d}x=1.0 \tag{2-114}$$

这说明，$p(x)$ 曲线下面的面积总和为 1。

随机过程时域统计特性与概率密度函数的关系为

均值 $$\mu_x=\int_{-\infty}^{\infty}xp(x)\mathrm{d}x \tag{2-115}$$

方差 $$\sigma_x^2=\int_{-\infty}^{\infty}(x-\mu_x)^2p(x)\mathrm{d}x \tag{2-116}$$

均方值 $$\psi_x^2=\int_{-\infty}^{\infty}x^2p(x)\mathrm{d}x \tag{2-117}$$

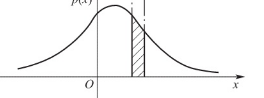


图 2.20 概率密度函数

2）概率分布

正态分布和瑞利分布是两种最常见的概率分布，数学表达式如下。

正态分布 $$p(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-x^2/2\sigma^2} \tag{2-118}$$

图形为对称于均值的钟形曲线，而且标准差越小，曲线越狭窄。

瑞利分布 $$p(x)=\frac{x}{\sigma^2}\mathrm{e}^{-x^2/2\sigma^2},\quad x>0 \tag{2-119}$$

两种概率分布函数如图 2.21 和图 2.22 所示。

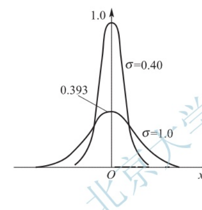


图 2.21 正态分布

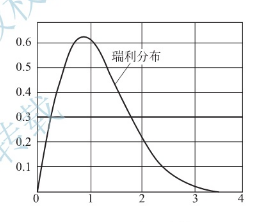


图 2.22 瑞利分布

2.6.3 线性振动系统的随机响应计算

1. 单输入单输出系统

通常可用频率响应函数来描述系统特性。为了求解线性系统在稳态随机激励下的响应特性，首先要建立线性系统的随机响应统计特性与输入的统计特性以及系统传递特性三者之间的关系。

线性系统在任意激励下的解可以根据杜哈梅积分写出

$$x(t)=\int_0^t F(\tau)h(t-\tau)\mathrm{d}\tau \tag{2-120}$$

将积分的上下限扩展为$-\infty$和∞不影响积分结果，即

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty}F(\tau)h(t-\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{\infty}F(t-\tau)h(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{2-121}$$

因为激励 $F(t)$为平稳随机过程，因此响应 $x(t)$也是平稳随机过程，其统计特性可以按照以下方法进行计算。

1）均值

$$\mu_x=E[x(t)]=E\left[\int_{-\infty}^{\infty}F(\tau)h(t-\tau)\mathrm{d}\tau\right]$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}E[F(t-\tau)]h(\tau)\mathrm{d}\tau$$

即
$$\mu_x=\mu_F\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)\mathrm{d}\tau=\mu_F H(\mathrm{j}\omega)\mid_{\omega=0}=\mu_F H(0) \tag{2-122}$$

即响应的均值为激励均值的 $H(0)$倍。

2）自相关函数

$$R_x(\tau)=E[x(t)x(t+\tau)]=E\left[\int_{-\infty}^{\infty}F(t-\tau_1)h(\tau_1)\mathrm{d}\tau_1\int_{-\infty}^{\infty}F(t+\tau-\tau_2)h(\tau_2)\mathrm{d}\tau_2\right]$$
$$=E\left[\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau_1)E[F(t-\tau_1)F(t+\tau-\tau_2)]h(\tau_2)\mathrm{d}\tau_1\mathrm{d}\tau_2\right]$$

即
$$R_x(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau_1)\int_{-\infty}^{\infty}R_F(t+\tau_1-\tau_2)h(\tau_2)\mathrm{d}\tau_2\mathrm{d}\tau_1 \tag{2-123}$$

3）激励与响应的互相关函数

$$R_{Fx}(\tau)=E[F(t)x(t+\tau)]$$
$$=E\left[F(t)\int_{-\infty}^{\infty}F(t+\tau-\lambda)h(\lambda)\mathrm{d}\lambda\right]$$
$$=\left[\int_{-\infty}^{\infty}E[F(t)F(t+\tau-\lambda)]h(\lambda)\mathrm{d}\lambda\right]$$

即
$$R_{Fx}(\tau)=\left[\int_{-\infty}^{\infty}[R_F(\tau-\lambda)]h(\lambda)\mathrm{d}\lambda\right] \tag{2-124}$$

4）响应自谱

$$S_x(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}R_x(\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau}\mathrm{d}\tau$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau_1)h(\tau_2)R_F(t+\tau_1-\tau_2)\mathrm{d}\tau_1\mathrm{d}\tau_2\right]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau}\mathrm{d}\tau$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau_1)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau_1}\mathrm{d}\tau_1\left[\int_{-\infty}^{\infty}R_F(t+\tau_1-\tau_2)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega(\tau+\tau_1-\tau_2)}\mathrm{d}\tau\right]\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau_2)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau_2}\mathrm{d}\tau_2$$

即
$$S_x(\omega)=H^*(\omega)S_F(\omega)H(\omega)=\mid H(\omega)\mid^2S_F(\omega) \tag{2-125}$$

显然，根据激励谱和系统的频率响应函数，可以求出系统的响应谱。

5）均方值

根据自相关与均方值之间关系，可知

$$\psi_x^2=R_x(0)=\int_{-\infty}^{\infty}S_x(\omega)\mathrm{d}\omega=\int_{-\infty}^{\infty}\mid H(\omega)\mid^2S_F(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{2-126}$$

当激励为白噪声时，激励谱为常数，所以

$$\psi_x^2=\frac{S_0}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\mid H(\omega)\mid^2\mathrm{d}\omega \tag{2-127}$$

积分 $I_n=\int_{-\infty}^{\infty}\mid H_n(\omega)\mid^2\mathrm{d}\omega$,其中，$H_n(\omega)=\dfrac{\sum_{k=0}^{n-1}B_k(\mathrm{i}\omega)^k}{\sum_{k=0}^{n}A_k(\mathrm{i}\omega)^k}$ 的求解公式见表 2-1。

表 2-1 均方值积分公式

n	I_n
1	$I_1=\dfrac{\pi B_0^2}{A_0A_1}$
2	$I_2=\dfrac{\pi(A_0B_1^2+A_2B_0^2)}{A_0A_1A_2}$
3	$I_3=\dfrac{\pi\left[A_0A_3(2B_0B_2+B_1^2)-A_0A_1B_2^2-A_2A_3B_0^2\right)}{A_0A_3(A_0A_3-A_1A_2)}$
4	$I_4=\dfrac{\pi\begin{bmatrix}A_0B_3^2(A_0A_3-A_1A_2)+A_0A_1A_4(2B_1B_3-B_2^2)\\-A_0A_3A_4(B_1^2-2B_0B_2)+A_4B_0^2(A_1A_4-A_2A_3)\end{bmatrix}}{A_0A_4\left[A_0A_3^2+A_1^2A_4-A_1A_2A_3\right)}$
5	$I_5=\dfrac{\pi M}{N}$
	$M=A_0B_4^2(A_0A_3^2+A_1^2A_4-A_0A_1A_5-A_1A_2A_3)+A_0A_5(2B_2B_4-B_3^2)(A_1A_2-A_0A_3)$ $+A_0A_5(2B_0B_4-2B_1B_3+B_2^2)(A_0A_5-A_1A_4)+A_0A_5(2B_0B_2-B_1^2)(A_3A_4-A_2A_5)$ $+A_5B_0^2(A_1A_4^2+A_2^2A_5-A_0A_4A_5-A_4A_2A_3)$
	$N=A_0A_5^2(A_0^2A_5^2-2A_0A_1A_4A_5-A_0A_5A_2A_3+A_1A_2^2A_5+A_1^2A_4^2+A_0A_3^2A_4-A_1A_2A_3A_4)$

6）激励与响应的互谱

对激励与响应的互相关函数作傅里叶变换得到互谱，即

$$S_{Fx}=\int_{-\infty}^{\infty}R_{Fx}(\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau}\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}R_{Fx}(\tau-\lambda)h(\lambda)\mathrm{d}\lambda\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau}\mathrm{d}\tau$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}R_{Fx}(\tau-\lambda)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega(\tau-\lambda)}\mathrm{d}(\tau-\lambda)\int_{-\infty}^{\infty}h(\lambda)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau}\mathrm{d}\tau$$

即

$$S_{Fx}=H(\omega)S_F(\omega) \tag{2-128}$$

7）谱相干函数

$$\gamma_{Fx}(\omega)=\frac{|S_{Fx}(\omega)|^2}{S_F(\omega)S_x(\omega)} \tag{2-129}$$

对于线性系统

$$\gamma_{Fx}(\omega)=\frac{|S_{Fx}(\omega)|^2}{S_F(\omega)S_x(\omega)}=\frac{|H(\omega)S_F(\omega)|^2}{S_F(\omega)|H(\omega)|^2S_F(\omega)}=1 \tag{2-130}$$

即线性系统的谱相干函数为1。但是实际测量得到的谱相干函数一般小于1，可能是由非线性因素或测试信号中的噪声引起的。

至此，已经完成了线性系统随机振动响应的统计特性的计算，将上述结果进行整理，见表2-2。

表 2-2　线性系统随机振动响应

序号	名称	计算公式
1	响应均值	$\mu_x=\mu_F H(0)$
2	自相关函数	$R_x(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1)\int_{-\infty}^{\infty} R_F(t+\tau_1-\tau_2)h(\tau_2)\mathrm{d}\tau_2\mathrm{d}\tau_1$
3	响应自谱	$S_x(\omega)=\mid H(\omega)\mid^2 S_F(\omega)$
4	响应均方值	$\psi_x^2=\int_{-\infty}^{\infty}\mid H(\omega)\mid^2 S_F(\omega)\mathrm{d}\omega$
5	激励与响应互相关函数	$R_{Fx}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} R_F(\tau-\lambda)h(\lambda)\mathrm{d}\lambda$
6	激励与响应互谱	$R_{Fx}(\omega)=H(\omega)S_F(\omega)$
7	激励与响应互相干函数	$\gamma_{Fx}(\omega)=\dfrac{\mid S_{Fx}(\omega)\mid^2}{S_F(\omega)S_x(\omega)}$

2. 单(多)输入多输出系统

上述的分析结果对于 SISO(单输入单输出)、SIMO(单输入多输出)和 MIMO(多输入多输出)系统的随机响应问题同样适用。但是需要注意，对于 SIMO 系统，计算第 i 个广义坐标 $x_i(t)$ 的统计特性，需要将第 i 个广义坐标 $x_i(t)$ 的对应激励 $F(t)$ 的脉冲响应函数 $h(\lambda)$ 和频率响应函数 $h_i(\omega)$ 代入到相应的公式中。

MIMO 系统相对比较复杂，现在对此进行简单的阐述。假设 n 自由度线性系统受到 m 个平稳随机激励($m\leqslant n$)，则第 i 个坐标 $x_i(t)$ 对于沿第 j 个坐标的激励 $F_j(t)$ 的脉冲响应函数为 $h_{ij}(\lambda)$，频率响应函数为 $H_{ij}(\omega)$($i=1$，2，…，n；$j=1$，2，…，m)，它们构成脉冲响应函数矩阵和频率响应函数矩阵，即

$$\begin{cases}\boldsymbol{h}(t)=[h_{ij}(t)]\\ \boldsymbol{H}(\omega)=[H_{ij}(\omega)]\end{cases}\tag{2-131}$$

将 $F_j(t)$ ($j=1$，2，…，m)和 $x_i(t)$ ($i=1$，2，…，n)排成列阵，即

$$\begin{cases}\boldsymbol{F}(t)=[F_j(t)]\\ \boldsymbol{x}(t)=[x_i(t)]\end{cases}\tag{2-132}$$

忽略中间的推导过程，得到响应统计特性的计算公式如下。

(1) 响应的自相关矩阵

$$\boldsymbol{R}_{xx}=\int_{-\infty}^{\infty}\boldsymbol{h}(\tau_1)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau_1}\mathrm{d}\tau_1\left[\int_{-\infty}^{\infty}\boldsymbol{R}_F(t+\tau_1-\tau_2)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega(\tau+\tau_1-\tau_2)}\mathrm{d}\tau\right]\int_{-\infty}^{\infty}\boldsymbol{h}(\tau_2)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\tau_2}\mathrm{d}\tau_2\tag{2-133}$$

(2) 响应的自谱矩阵

$$\boldsymbol{S}_x(\omega)=\boldsymbol{H}^*(\omega)\boldsymbol{S}_{FF}(\omega)\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}(\omega)\tag{2-134}$$

（3）激励与响应的互相关矩阵

$$\boldsymbol{R}_{Fx}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}\boldsymbol{R}_{F}(\tau-\lambda)\boldsymbol{h}^{\mathrm{T}}(\lambda)\mathrm{d}\lambda \tag{2-135}$$

（4）激励与响应的互谱矩阵

$$\boldsymbol{S}_{Fx}(\omega)=\boldsymbol{S}_{FF}(\omega)\boldsymbol{H}^{T}(\omega) \tag{2-136}$$

小　　结

本章介绍了车辆振动简化模型，其中包括整车七自由度模型、双轴车四自由度模型、单轮二自由度模型、单轮单自由度模型和车身二自由度平面振动模型；介绍了单质量车身振动及特性，其中包括单质量车身振动微分方程、单质量系统的自由振动响应、单质量系统在简谐激振力下的响应、单质量系统在单位谐波函数激励下的响应、单质量系统振动响应的傅氏积分法和单质量车身在路面激励下的振动响应；介绍了双质量车身车轮振动、双轴汽车垂直和俯仰平面振动、“人—车”三自由度系统的振动和车辆随机振动。其中，双质量车身车轮振动介绍了双质量系统的振动微分方程、双质量无阻尼系统的自由振动和双质量振动系统的传递特性；双轴汽车垂直和俯仰平面振动介绍了双轴汽车垂直振动和俯仰振动微分方程和双轴汽车振动频率响应函数及振动响应；“人—车”三自由度系统的振动介绍了“人—车”系统振动模型和振动响应传递特性；车辆随机振动介绍了随机振动的基本概念、随机振动的统计特性和线性振动系统随机响应的计算。

第3章 汽车行驶平顺性与安全性

3.1 道路路面不平度的统计描述

3.1.1 路面谱及其分类

图 3.1 为一路面的纵剖面图。路面相对于基准平面的高度 q 沿道路走向长度 I 的变化 $q(I)$ 称为路面纵断面曲线或不平度函数。这个函数的自变量为路面与选定的坐标原点的距离 I，而不是时间 t，因此，对应于路面激励 $q(I)$ 的功率谱为 $G_q(n)$。

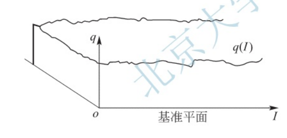


图 3.1 路面的纵剖面图

1984 年由国际标准化组织在 ISO/TC108/SC2N67 文件中提出的“路面不平度表示方法草案”和由国内长春汽车研究所起草制定的 GB/T 7031—1986《车辆振动输入——路面不平度表示》标准中，均建议路面功率谱密度 $G_q(n)$ 用下式作为拟合表达式

$$G_q(n)=G_q(n_0)\left(\frac{n}{n_0}\right)^{-w} \tag{3-1}$$

式中，n 为空间频率(m^{-1})，它是波长 λ 的倒数，表示每米长度中所包括的波的个数；n_0 为参考空间频率，$n_0=0.1m^{-1}$；$G_q(n_0)$ 为参考空间频率 n_0 下的路面功率谱密度值，称为路面不平度系数($m^2/m^{-1}=m^3$)；w 为频率指数，为双对数坐标上斜线的斜率，它决定路面功率谱密度的频率结构。

式(3-1)在双对数坐标上为一斜线，对实测路面功率谱密度拟合时，为了减少误差，在不同空间频率范围可以选用不同的拟合系数进行分段拟合，但不应超过 4 段。

上述两个标准还提出了按路面功率谱密度，将路面的不平度分为 A、B、C、D、E、F、G、H 共 8 级，见表 3-1。

表 3-1 路面不平度 8 级分类标准

路面等级	$G_q(n_0)/10^{-6}\mathrm{m}^3$ （$n_0=0.1\mathrm{m}^{-1}$）几何平均值	$\sigma_q/10^{-3}\mathrm{m}$ （$0.011\mathrm{m}^{-1}<n<2.83\mathrm{m}^{-1}$）几何平均值
A	16	3.81
B	64	7.61
C	256	15.23
D	1024	30.45
E	4096	60.90
F	16384	121.80
G	65536	243.61
H	262144	487.22

表 3-1 规定了 5 级路面不平度系数 $G_q(n_0)$的几何平均值，分级路面谱的频率指数 $w=2$。表中还同时列出了 $0.011\mathrm{m}^{-1}<n<2.83\mathrm{m}^{-1}$ 范围路面不平度相应的均方根值 $q_{rms}(\sigma_q)$的几何平均值。

图 3.2 为路面不平度分级图，可以看出路面功率谱密度随空间频率 n 的提高或波长 λ 的减小而变小。当 $w=2$ 时，$G_q(n)$与 λ^2 成正比，$G_q(n)$是不平度幅值的均方值谱密度，故 $G_q(n)$又与不平度幅值的平方成正比，所以不平度幅值 q_0 大致与波长 λ 成正比。

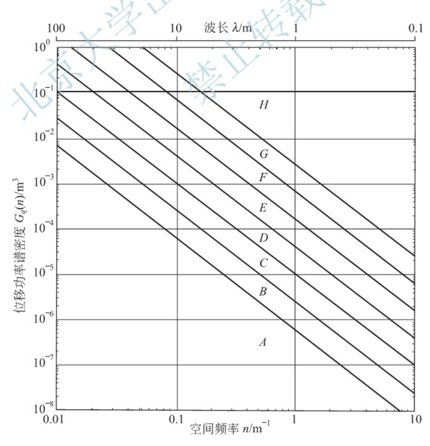


图 3.2 路面不平度分级图

上述路面功率谱密度 $G_q(n)$指的是垂直位移功率谱密度，还可以采用不平度函数 $q(I)$

对纵向长度 I 的一阶导数，即速度功率谱密度 $G_{\dot{q}}(n)$ 和二阶导数，即加速度功率谱密度 $G_{\ddot{q}}(n)$ 来补充描述路面不平度的统计特性。$G_{\dot{q}}(n)$（m）和 $G_{\ddot{q}}(n)$（m^{-1}）与 $G_q(n)$ 的关系如下

$$G_{\dot{q}}(n)=(2\pi n)^2 G_q(n) \tag{3-2}$$

$$G_{\ddot{q}}(n)=(2\pi n)^4 G_q(n) \tag{3-3}$$

当频率指数 $w=2$ 时，由式(3-2)、式(3-3)可得

$$G_{\dot{q}}(n)=(2\pi n_0)^2 G_q(n_0) \tag{3-4}$$

$$G_{\ddot{q}}(n)=(2\pi n_0)^4 G_q(n_0) \tag{3-5}$$

可以看出，此时路面速度功率谱密度幅值在整个频率范围内为一常数，即为一“白噪声”，幅值大小只与不平度系数 $G_q(n_0)$ 有关，用它来计算分析振动响应的功率谱会带来方便。

3.1.2 空间频率与时间频率功率谱密度的关系

路面不平度的空间频率功率谱密度为 $G_{\dot{q}}(n)$，计算要用到时间频率谱密度 $G_q(f)$，因而须将路面空间功率谱 $G_{\dot{q}}(n)$ 换算为路面不平度的时间功率谱 $G_q(f)$。

设汽车速度为 v(m/s)，则时间频率 f 是空间频率 n 与车速 v 的乘积，即

$$f=vn \tag{3-6}$$

又根据自功率谱密度与相关函数为傅里叶变换对的关系，可得空间频率功率谱密度为

$$G_q(n)=\int_{-\infty}^{\infty} R(\zeta)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi n\zeta}\mathrm{d}\zeta \tag{3-7}$$

式中，ζ 是路面上两点之间的距离，相当时域中自相关函数 $R(\tau)$ 中的时间间隔 τ，因而

$$\zeta=v\tau \tag{3-8}$$

将式(3-6)、式(3-8)代入式(3-7)，可得

$$G_q(n)=\int_{-\infty}^{\infty} R(\zeta)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi n\zeta}\mathrm{d}\zeta=\int_{-\infty}^{\infty} R(v,\ \tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\frac{f}{v}v\tau}\mathrm{d}(v\tau)$$

$$=v\int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\pi f\tau}\mathrm{d}\tau$$

即

$$G_q(n)=vG_q(f) \tag{3-9}$$

式中，$R(v,\ \tau)$ 表示自相关函数为速度 v 和时间间隔 τ 的函数，当速度一定时，即 v 为常数，则自相关只是时间间隔 τ 的函数，因此，$R(v,\ \tau)$ 可以写成 $R(\tau)$，整理式(3-9)，可得

$$G_q(f)=G_q(n)/v \tag{3-10}$$

将式(3-1)和式(3-6)代入式(3-10)，可得时间频率功率谱密度 $G_q(f)$ 的表达式，当 $w=2$ 时，为

$$G_q(f)=\frac{1}{v}G_q(n_0)\left(\frac{n_0}{n}\right)^2=G_q(n_0)\frac{n_0^2 v}{f^2} \tag{3-11}$$

因此，时间频率的速度和加速度的功率谱密度 $G_{\dot{q}}(f)$ 和 $G_{\ddot{q}}(f)$ 与位移功率谱密度 $G_q(f)$ 的关系式为

$$G_{\dot{q}}(f)=(2\pi f)^2 G_q(f)=4\pi^2 G_q(n_0)n_0^2 v \tag{3-12}$$

$$G_{\ddot{q}}(f)=(2\pi f)^4 G_q(f)=16\pi^4 G_q(n_0)n_0^2 v f^2 \tag{3-13}$$

由此可知，时间频率的路面不平度位移、速度和加速度的功率谱密度 $G_q(f)$、$G_{\dot{q}}(f)$ 和 $G_{\ddot{q}}(f)$ 都与路面不平度系数 $G_q(n_0)$ 以及车速 v 成正比。

3.1.3 车辆路面不平输入的功率谱密度

1. 前、后两车轮输入的功率谱密度与互谱密度

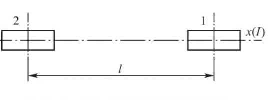


图 3.3 前、后车轮的两个输入

上面只讨论了一个车轮的自功率谱，如果考虑前、后车轮两个输入时，还要研究两个输入之间的互功率谱问题。图 3.3 中，$x(I)$ 为前轮遇到的不平度函数，假定前、后轮走同一个车辙，则后轮只是比前轮滞后一段长度 i(轴距)，因而后轮不平度函数为 $x(I-l)$。

如令 $x(I)$ 的傅氏变换为 $X(n)$，即

$$F[x(I)]=X(n) \tag{3-14}$$

则根据傅氏变换的性质可得

$$F[x(I-l)]=X(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi nl} \tag{3-15}$$

如果激励前、后轮的道路谱的自谱、互谱分别用 $G_{11}(n)$、$G_{22}(n)$、$G_{12}(n)$ 和 $G_{21}(n)$ 表示，则

$$G_{11}(n)=\lim_{L\to\infty}\frac{1}{L}X^*(n)X(n) \tag{3-16}$$

$$G_{12}(n)=\lim_{L\to\infty}\frac{1}{L}X^*(n)X(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi nl}=G_{11}(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi nl} \tag{3-17}$$

$$G_{21}(n)=\lim_{L\to\infty}\frac{1}{L}X^*(n)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi nl}X(n)=G_{11}(n)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi nl} \tag{3-18}$$

$$G_{22}(n)=\lim_{L\to\infty}\frac{1}{L}X^*(n)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi nl}X(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi nl}=G_{11}(n) \tag{3-19}$$

式中，L 为路面长度 I 方向上的分析距离；$X^*(n)$ 为 $X(n)$ 的共轭复数。

以上各式也可以写成矩阵形式，即

$$[G(n)]=\begin{bmatrix}G_{11}(n) & G_{12}(n)\\ G_{21}(n) & G_{22}(n)\end{bmatrix}=G_{11}(n)\begin{bmatrix}1 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi nl}\\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi nl} & 1\end{bmatrix} \tag{3-20}$$

写成时间频率的功率谱则为

$$[G(f)]=\begin{bmatrix}G_{11}(f) & G_{12}(f)\\ G_{21}(f) & G_{22}(f)\end{bmatrix}=\frac{v}{f^2}G_q(n_0)n_0^2\begin{bmatrix}1 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\frac{f}{v}l}\\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi\frac{f}{v}l} & 1\end{bmatrix} \tag{3-21}$$

2. 四车轮输入时的功率谱密度与互谱密度

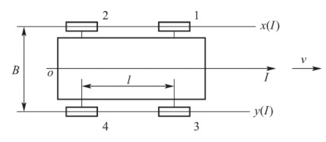


图 3.4 四车轮输入示意图

图 3.4 为四轮输入示意图，考虑四车轮输入时，如果 $x(I)$、$y(I)$ 分别为左、右前轮遇到的不平度函数，则左、右后轮不平度函数分别为 $x(I-l)$、$y(I-l)$。

根据不平度函数的傅里叶变换与功率谱之间关系，可得 4 个车轮输入的自功率谱和 4

个车轮彼此间输入的互功率谱，共 16 个谱量 $G_{ik}(n)$，(i，k=1，2，3，4)，可按下式进行计算

$$G_{i,k}(n)=\lim_{L\to\infty}\frac{1}{L}X_i^*(n)X_k(n),\quad (i,k=1,2,3,4) \tag{3-22}$$

因此，4 个车轮输入的自功率谱和互功率谱，共 16 个谱量分别为

$$\begin{cases} G_{11}(n)=G_{22}(n)=G_{xx}(n) \\ G_{33}(n)=G_{44}(n)=G_{yy}(n) \\ G_{12}(n)=G_{21}^*(n)=G_{xx}(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi nl} \\ G_{34}(n)=G_{43}^*(n)=G_{yy}(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi nl} \\ G_{14}(n)=G_{41}^*(n)=G_{xy}(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi nl} \\ G_{32}(n)=G_{23}^*(n)=G_{yx}(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi nl} \\ G_{13}(n)=G_{31}^*(n)=G_{xy}(n) \\ G_{42}(n)=G_{24}^*(n)=G_{yx}(n) \end{cases} \tag{3-23}$$

两个轮迹之间不平度的统计特性，用它们之间的互功率谱密度函数或相干函数来描述。互谱密度一般为复数，用指数形式表示时，左、右轮迹间的互谱可以表示为

$$G_{x,y}(n)=|G_{x,y}(n)|\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\phi_{x,y}(n)} \tag{3-24}$$

式中，$|G_{x,y}(n)|$为 $x(I)$与 $y(I)$的互振幅功率谱；$\phi_{xy}(n)$为 $x(I)$与 $y(I)$的互相位谱。

两个轮迹的相干函数可表示为

$$\mathrm{coh}_{xy}^2(n)=\frac{|G_{xy}(n)|^2}{G_{xx}(n)G_{yy}(n)} \tag{3-25}$$

相干函数 $\mathrm{coh}_{xy}^2(n)$在频域内描述了 $x(I)$与 $y(I)$中频率为 n 的分量之间线性相关的程度。当 $\mathrm{coh}_{xy}^2(n)=1$ 时，表明 $x(I)$与 $y(I)$中频率为 n 的分量之间幅值比和相位差保持不变，即完全线性相关；当 $\mathrm{coh}_{xy}^2(n)=0$ 时，表明 $x(I)$与 $y(I)$中频率为 n 的分量之间幅值比和相位差是完全无关地随机变化的。

当两个轮迹 $x(I)$与 $y(I)$的统计特性相同，即 $G_{xx}(n)=G_{yy}(n)=G_q(n)$，且相位差在 $\phi_{xy}(n)=0$ 时，由式(3-25)可得

$$G_{xy}(n)=G_{yx}(n)=\mathrm{coh}_{xy}(n)G_q(n) \tag{3-26}$$

路面对四轮汽车输入的谱矩阵可以表示为

$$[G_{ik}(n)]=G_q(n)\begin{bmatrix} 1 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi nl} & \mathrm{coh}_{xy}(n) & \mathrm{coh}_{xy}(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi nl} \\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi nl} & 1 & \mathrm{coh}_{xy}(n)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi nl} & \mathrm{coh}_{xy}(n) \\ \mathrm{coh}_{xy}(n) & \mathrm{coh}_{xy}(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi nl} & 1 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi nl} \\ \mathrm{coh}_{xy}(n)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi nl} & \mathrm{coh}_{xy}(n) & \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi nl} & 1 \end{bmatrix} \tag{3-27}$$

3.2 平顺性分析

车身加速度$\ddot{z}$是评价汽车平顺性的主要指标，另外悬架的动挠度 δ_d与其限位行程 $[\delta_d]$配合不当时，会经常撞击限位块，使平顺性变坏，而车轮与路面间的动载 F_d影响车轮与

路面的附着效果，影响操纵稳定性。因此，在进行平顺性分析时，要在路面随机输入情况下，对汽车振动系统的3个振动响应量，即车身振动加速度$\ddot{z}$、悬架动挠度δ_d和车轮动载荷F_d，进行分析计算，以综合选择悬架系统的设计参数。

3.2.1 系统响应量的功率谱密度和均方值

对于所讨论的汽车振动系统，路面只经一个车轮对系统输入并假设路面不平度函数为平稳随机过程，线性系统平稳随机激励下的振动响应x，包括车身振动加速度$\ddot{z}$、悬架动挠度δ_d和车轮动载荷F_d3个振动响应量，它们的功率谱密度$G_x(f)$与路面输入量的功率谱密度$G_q(f)$的关系可统一表示为

$$G_x(f)=|H(f)_{x\sim q}|^2 G_q(f) \tag{3-28}$$

式中，$f=\dfrac{\omega}{2\pi}$为频率(Hz)；$|H(f)_{x\sim q}|$即为幅频特性$|H(\omega)_{x\sim q}|_{\omega=2\pi f}$；下标$x$代表3个振动响应量$\ddot{z}$、$f_d$和$F_d$。

由于车身振动加速度$\ddot{z}$、悬架动挠度δ_d和车轮动载荷F_d3个振动响应量取正、负值的概率相同，所以其均值近似为零。因此，这些振动响应量的统计特征值——方差等于均方值，均方值可由其功率谱密度对频率积分求得

$$\sigma_x^2=\int_0^{\infty} G_x(f)\mathrm{d}f=\int_0^{\infty}|H(f)_{x\sim q}|^2 G_q(f)\mathrm{d}f \tag{3-29}$$

式中，σ_x为振动响应量的标准差，当均值为零时，它就等于均方根值。

进行平顺性分析时，通常根据路面不平度系数与车速共同确定的路面输入谱$G_q(f)$和由汽车悬架系统参数确定的频率响应函数$|H(f)_{x\sim q}|$，按式(3-28)、式(3-29)计算振动响应量的功率谱$G_x(f)$和均方根值σ_x。由此可以分析悬架系统参数对振动响应的影响，反过来也可根据汽车平顺性评价指标来优化悬架系统设计参数。

路面输入除了利用式(3-29)中的位移谱$G_q(f)$，还可以用速度谱$G_{\dot{q}}(f)$或加速度谱$G_{\ddot{q}}(f)$与相应的幅频特性$H(f)_{x\sim\dot{q}}$或$H(f)_{x\sim\ddot{q}}$的平方相乘，同样可以得到振动响应量的功率$G_x(f)$。

路面统计分析结果表明，路面速度功率谱在整个频率范围内为一常数，即为“白噪声”，且常数只与路面不平度系数和车速有关，而与频率无关，即$G_{\dot{q}}(f)$恒为某个常数。这给平顺性计算分析带来极大方便。用$G_{\dot{q}}(f)$作为输入谱代入式(3-28)并两边开方，得到输入与响应输出量均方根值谱之间的关系为

$$\sqrt{G_x(f)}=|H(f)_{x\sim\dot{q}}|\sqrt{G_{\dot{q}}(f)} \tag{3-30}$$

因为$G_{\dot{q}}(f)$为常数，即$\sqrt{G_{\dot{q}}(f)}=C$，因此由式(3-30)可知，振动响应量的均方根值谱与响应量x对速度输入$\dot{q}$的幅频特性$H(f)_{x\sim\dot{q}}$的图形完全相同，只差某常数倍。所以，完全可以用响应量对速度输入的幅频特性来定性分析响应量的均方根值谱，为车轮行驶平顺性和安全性分析提供了方便。

3.2.2 单质量系统的车辆平顺性分析

1. 单质量系统振动响应量的幅频特性

1) 车身加速度$\ddot{z}$对$\dot{q}$的幅频特性$|H(\omega)_{\ddot{z}\sim\dot{q}}|$

由定义可知，单质量车身加速度$\ddot{z}$对$\dot{q}$的幅频特性$|H_{\ddot{z}\sim\dot{q}}|$为

$$|H(\omega)_{\ddot{z}\sim\dot{q}}|=\left|\frac{\omega^2 Z(\omega)}{\omega Q(\omega)}\right|=\left|\frac{\omega Z(\omega)}{Q(\omega)}\right|$$

式中，$Z(\omega)$为单质量车身振动响应位移$z(t)$的傅氏变换；$Q(\omega)$为路面激励位移$q(t)$的傅氏变换。

由于$\left|\frac{Z(\omega)}{Q(\omega)}\right|=|H(\omega)_{z\sim q}|=\sqrt{\frac{1+(2\xi\lambda)^2}{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}}$，所以单质量车身振动响应加速度$\ddot{z}$对$\dot{q}$的幅频特性$|H(\omega)_{\ddot{z}\sim\dot{q}}|$可化为

$$|H(\omega)_{\ddot{z}\sim\dot{q}}|=\omega\sqrt{\frac{1+(2\xi\lambda)^2}{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}} \tag{3-31}$$

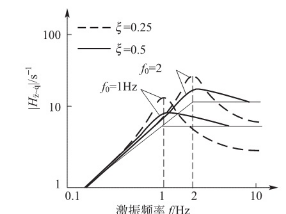


图 3.5　单质量系统的$\ddot{z}$对$\dot{q}$的幅频特性曲线

图 3.5 为两种不同固有频率ω_n和阻尼比ξ情况下的车身加速度$\ddot{z}$对$\dot{q}$的幅频特性曲线。

由曲线可以看出，随固有圆频率p_0的提高，$|H_{\ddot{z}\sim\dot{q}}|$在共振段和高频段都成比例提高。在共振时，激振频率$\omega$等于系统圆频率$p_0$，将$\omega=p_0$代入式(3-31)，可得

$$|H(\omega)_{\ddot{z}\sim\dot{q}}|_{\omega=p_0}=p_0\sqrt{1+\frac{1}{4\xi^2}} \tag{3-32}$$

即在共振点，$\ddot{z}$的均方根值谱与固有圆频率ω_n成正比。在共振段，阻尼比ξ增大，$|H_{\ddot{z}\sim\dot{q}}|$减小；在高频段，$\xi$增大，$|H_{\ddot{z}\sim\dot{q}}|$也增大，故$\xi$对共振段与高频段的效果相反，综合考虑，取单质量悬架系统的阻尼比ξ在0.2～0.4之间比较合适。

2）车轮相对动载w_d对$\dot{q}$的幅频特性$|H(\omega)_{w_d\sim\dot{q}}|$

车轮与路面间的动载F_d与车轮作用于路面的静载G之比值F_d/G，称为相对动载w_d。因此，单质量系统的车轮相对动载w_d可表示为

$$w_d=\frac{F_d}{G}=\frac{m_2\ddot{z}}{m_2 g}=\frac{\ddot{z}}{g} \tag{3-33}$$

当相对动载$w_d>1$时，车轮会跳离地面而完全失去附着，严重影响汽车操纵稳定性、行驶安全性。

可见，单质量系统的车轮相对动载w_d对$\dot{q}$的幅频特性$|H_{w_d\sim\dot{q}}|$，与$\ddot{z}$对$\dot{q}$的幅频特性只相差系数$1/g$，其中，g为重力加速度，即

$$|H(\omega)_{w_d\sim\dot{q}}|=\frac{1}{g}|H(\omega)_{\ddot{z}\sim\dot{q}}|$$

即

$$|H(\omega)_{w_d\sim\dot{q}}|=\frac{\omega}{g}\sqrt{\frac{1+(2\xi\lambda)^2}{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2}} \tag{3-34}$$

因此，单质量系统固有频率ω_n和阻尼比ξ对车轮相对动载的影响与上面讨论的$|H_{\ddot{z}\sim\dot{q}}|$完全一样，不再重复。

3）悬架动挠度δ_d对$\dot{q}$的幅频特性$|H_{\delta_d\sim\dot{q}}|$

由车身平衡位置起，悬架允许的最大压缩行程就是其限位行程$[\delta_d]$，动挠度δ_d与限

位行程［δ_d］应适当配合，否则会增加行驶中撞击限位的概率，使平顺性变坏，如图 3.6 所示。

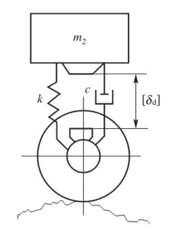


图 3.6　限位行程示意图

由图 3.6 可知，动挠度 $\delta_d = z - q$，所以动挠度 δ_d 对路面位移激励 q 的频率响应函数为

$$H(\omega)_{\delta_d \sim q} = \frac{Z(\omega) - Q(\omega)}{Q(\omega)} = \frac{Z(\omega)}{Q(\omega)} - 1 \tag{3-35}$$

即

$$H(\omega)_{\delta_d \sim q} = H(\omega)_{z \sim q} - 1 \tag{3-36}$$

因为单轮响应的频响函数为

$$H(\omega)_{z \sim q} = \frac{1 + 2\mathrm{j}\xi\lambda}{1 - \lambda^2 + 2\mathrm{j}\xi\lambda} \tag{3-37}$$

将式(3-37)代入式(3-36)得

$$H(\omega)_{\delta_d \sim q} = \frac{\lambda^2}{1 - \lambda^2 + 2\mathrm{j}\xi\lambda} \tag{3-38}$$

因此，动挠度 δ_d 对路面位移激励 q 的幅频特性为

$$|H(\omega)_{\delta_d \sim q}| = \frac{\lambda^2}{\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + (2\xi\lambda)^2}} \tag{3-39}$$

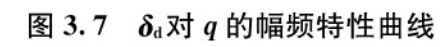
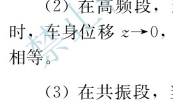


图 3.7　δ_d 对 q 的幅频特性曲线

动挠度 δ_d 对路面位移激励 q 的幅频特性曲线如图 3.7 所示。



由图 3.7 和式(3-39)可知以下结论。

(1) 在低频段，当 $\lambda \ll 1$ 时，$|H_{\delta_d \sim q}| \to \lambda^2$ 对输入位移起衰减作用。

(2) 在高频段，当 $\lambda \gg 1$ 时，$|H_{\delta_d \sim q}| \to 1$，此时，车身位移 $z \to 0$，即悬架变形与路面输入趋于相等。

(3) 在共振段，当 $\lambda \to 1$ 时，$|H_{\delta_d \sim q}|_{\lambda=1} = \dfrac{1}{2\xi}$，阻尼比对 $|H_{\delta_d \sim q}|$ 只在共振段起作用，而且当 $\xi = 0.5$ 时 $|H_{\delta_d \sim q}|$ 已不呈现峰值。

因为路面激励速度 $\dot{q}$ 的傅氏变换 $\dot{Q} = \omega Q(\omega)$，因此，动挠度 δ_d 对路面激励速度 $\dot{q}$ 的幅频特性应为

$$|H_{\delta_d \sim \dot{q}}| = \frac{1}{\omega}|H_{\delta_d \sim q}|$$

即

$$|H_{\delta_d \sim \dot{q}}| = \frac{1}{\omega}\frac{\lambda^2}{\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + (2\xi\lambda)^2}} \tag{3-40}$$

动挠度 δ_d 对路面激励速度 $\dot{q}$ 的幅频特性曲线如图 3.8 所示，给出了两种不同固有频率和阻尼比 ξ 情况下的 $|H_{\delta_d \sim \dot{q}}|$ 幅频特性曲线。

由图 3.8 曲线可以看出，随固有频率 p_0 的提高，幅频特性曲线 $|H_{\delta_d \sim \dot{q}}|$ 在共振段和低频段均与 p_0 成比例下降。

在共振时，激励频率 ω 等于悬架系统固有圆频率 p_0，即 $\omega = p_0$，由式(3-39)和式(3-40)可得

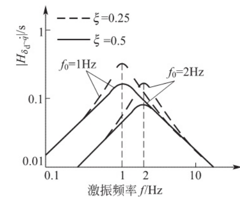


图 3.8　δ_d对 $\dot{q}$ 的幅频特性曲线

$$|H_{\delta_d \sim q}|_{\omega=p_0}=\frac{1}{2\xi p_0} \tag{3-41}$$

所以，共振点上 δ_d的均方根值谱与悬架系统的固有圆频率 p_0和阻尼比 ξ 成反比，即共振点的动挠度随悬架弹簧刚度和减振器阻尼的增加而降低。

2. 单质量系统振动响应量的功率谱与均方值

当确定了路面不平度系数 $G_q(n_0)$和车速 v 之后，根据随机振动理论，可求得路面激励速度的功率谱密度 $G_{\dot{q}}(f)$，即

$$G_{\dot{q}}(f)=(2\pi f)^2 G_q(f)=4\pi^2 G_q(n_0)n_0^2 v \tag{3-42}$$

按式(3-31)、式(3-34)、式(3-40)和悬挂系统具体参数，求出单质量系统的车身加速度$\ddot{z}$、车轮动载荷 w_d 和悬架动挠度 δ_d 对路面激励速度 $\dot{q}$ 的幅频特性，然后将式(3-42)代入式(3-28)，便求得单质量系统的车身加速度 $G_{\ddot{z}}(f)$、车轮相对动载荷 $G_{w_d}(f)$和悬架动挠度的功率谱密度 $G_{\delta_d}(f)$，它们分别为

$$G_{\ddot{z}}(f)=|H(j\omega)_{\ddot{z}\sim\dot{q}}|^2_{\omega=2\pi f}G_{\dot{q}}(f)=\frac{16\pi^4 G_q(n_0)n_0^2 v f^2[1+(2\xi\lambda)^2]}{(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2} \tag{3-43}$$

$$G_{w_d}(f)=|H(j\omega)_{w_d\sim\dot{q}}|^2_{\omega=2\pi f}G_{\dot{q}}(f)=\frac{16\pi^4 G_q(n_0)n_0^2 v f^2[1+(2\xi\lambda)^2]}{g^2[(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2]} \tag{3-44}$$

$$G_{\delta_d}(f)=|H(j\omega)_{\delta_d\sim\dot{q}}|^2_{\omega=2\pi f}G_{\dot{q}}(f)=\frac{\lambda^4 G_q(n_0)n_0^2 v}{f^2[(1-\lambda^2)^2+(2\xi\lambda)^2]} \tag{3-45}$$

由于这 3 个振动响应量的均值为零，所以它们的方差都等于各自均方值，而均方值可由其功率谱密度对频率积分式(3-29)求得。因此，将式(3-43)、式(3-44)和式(3-45)代入式(3-29)，可求得单质量系统的振动响应量车身加速度$\ddot{z}_2$、车轮相对动载荷 w_d和悬架动挠度 δ_d的均方值，分别为

$$\sigma_{\ddot{z}}^2=\int_0^{\infty}|H(f)_{\ddot{z}\sim\dot{q}}|^2 G_{\dot{q}}(f)\mathrm{d}f \tag{3-46}$$

$$\sigma_{w_d}^2=\int_0^{\infty}|H(f)_{w_d\sim\dot{q}}|^2 G_{\dot{q}}(f)\mathrm{d}f \tag{3-47}$$

$$\sigma_{\delta_d}^2=\int_0^{\infty}|H(f)_{\delta_d\sim\dot{q}}|^2 G_{\dot{q}}(f)\mathrm{d}f \tag{3-48}$$

式中，$\sigma_{\ddot{z}}$ 为单质量车身加速度$\ddot{z}$ 的标准差；σ_{w_d} 为车轮相对动载 w_d的标准差；σ_{δ_d} 为悬架动挠度 δ_d的标准差。

由于式(3-46)～式(3-48)中的幅频特性表达式相当复杂，一般难以用解析的方法直接进行积分，在工程上采用数值积分的方法，即等间隔取 N 个离散频率值，频带宽度为 Δf，因此，式(3-46)～式(3-48)可分别变为

$$\sigma_{\ddot{z}}^2=\sum_{n=1}^{N}|H(n\Delta f)_{\ddot{z}\sim\dot{q}}|^2\cdot G_{\dot{q}}(n\Delta f)\Delta f \quad (n=1,2,\cdots,N) \tag{3-49}$$

$$\sigma_{w_d}^2 = \sum_{n=1}^{N} |H(n\Delta f)_{w_d \sim \dot{q}}|^2 \cdot G_{\dot{q}}(n\Delta f)\Delta f \quad (n=1,2,\cdots,N) \tag{3-50}$$

$$\sigma_{\delta_d}^2 = \sum_{n=1}^{N} |H(n\Delta f)_{\delta_d \sim \dot{q}}|^2 \cdot G_{\dot{q}}(n\Delta f)\Delta f \quad (n=1,2,\cdots,N) \tag{3-51}$$

3. 单质量系统参数对平顺性的影响及选择

由以上分析可知，降低固有频率 f_0 可明显降低车身振动加速度，即改善车辆行驶平顺性。但是，随着固有频率 f_0 的降低，动挠度 δ_d 增大，因此，动挠度限位行程 $[\delta_d]$ 势必要随着固有频率 f_0 的降低而增大，而车辆的动挠度限位行程 $[\delta_d]$ 是受到结构布置限制的。对应给定车辆固有频率 f_0 情况下，降低阻尼比 ξ，即减小悬架系统的阻尼系数 C_s，也可以提高车辆的舒适性，但是随着阻尼比 ξ 的降低，车辆动挠度将有所增加，同时，车轮相对动载将增加，从而使得车辆的行驶安全性降低。因此，目前，车辆悬架系统固有频率 f_0、静挠度 δ_s、限位行程 $[\delta_d]$ 和阻尼比 ξ 的实用选择范围见表 3-2。

表 3-2 悬架系统 f_0、δ_s、$[\delta_d]$ 和 ξ 的选择范围

车辆类型	固有频率 f_0/Hz	静挠度 δ_s/cm	限位行程$[\delta_d]$/cm	阻尼比 ξ
轿车	1.0～1.5	15～30	7～9	0.2～0.4
货车	2～1.5	6～11	6～9	
大客车	1.8～1.2	7～15	5～8	
越野车	1.3～2.0	6～13	7～13	

轿车舒适性要求比较高，而行驶路面也比货车和越野车的行驶路面相对较好，悬架动挠度 δ_d 引起的撞击限位的概率也很小，因此，轿车车身部分的固有频率可选择较低，以减小车身加速度，所以，一般车身固有频率 f_0 的选择范围为 1.0～1.5Hz。反之，货车和越野车由于行驶路面较差，为了减小悬架动挠度 δ_d 撞击限位的概率，车身固有频率 f_0 应选择偏高些，一般为 1.5～2.0Hz。在固有频率 f_0 比较低且行驶路面较差的情况下，动挠度会相当大，这时应选择阻尼比 ξ 偏大，以降低撞击限位的概率。

3.2.3 双质量系统模型的车辆平顺性分析

1. 双质量系统振动响应量的幅频特性

1) 车身加速度 $\ddot{z}_2$ 对 $\dot{q}$ 的幅频特性

$$|H(\omega)_{\ddot{z}_2 \sim \dot{q}}| = \left|\frac{\ddot{Z}_2(\omega)}{\dot{Q}(\omega)}\right| = \left|\frac{\omega^2 Z_2(\omega)}{\omega Q(\omega)}\right| = |\omega H(\omega)_{z_2 \sim q}| \tag{3-52}$$

由于车身 m_2 的振动响应 z_2 对路面激励位移 q 的幅频特性为

$$|H(\omega)_{z_2 \sim q}| = r_k \sqrt{\frac{1+4\xi^2\lambda^2}{\Delta}} \tag{3-53}$$

式中，$\Delta = \left[(1-\lambda^2)\left(1+r_k-\frac{1}{r_m}\lambda^2\right)-1\right]^2 + 4\xi^2\lambda^2\left[r_k-\left(\frac{1}{r_m}+1\right)\lambda^2\right]^2$；$\lambda$ 为频率比，$\lambda=\omega/p_0$；p_0 为悬架固有圆频率，$p_0=\sqrt{k/m_2}$；r_k 为刚度比，$r_k=k_t/k$；r_m 为质量比，$r_m=m_2/m_1$。

将式(3-53)代入式(3-52)，可得车身加速度 $\ddot{z}_2$ 对 $\dot{q}$ 的幅频特性

$$|H(\omega)_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}|=\omega r_k\sqrt{\frac{1+4\xi_t^2\lambda^2}{\Delta}} \tag{3-54}$$

2）相对动载 F_d/G 对 $\dot{q}$ 的幅频特性

车轮动载为
$$F_d=k_t(z_1-q)$$

车轮静载为
$$G=(m_2+m_1)g=m_1(r_m+1)g$$

相对动载为
$$w_d=\frac{F_d}{G}=\frac{k_t(z_1-q)}{m_1(r_m+1)g}$$

因此，相对动载 w_d 对路面激励位移 q 的频率响应函数为

$$H(\omega)_{w_d\sim q}=\frac{W(\omega)}{Q(\omega)}=\left(\frac{Z_1(\omega)}{Q(\omega)}-1\right)\frac{k_t}{m_1(r_m+1)g} \tag{3-55}$$

车轮响应 z_1 对路面激励位移 q 的频率响应函数为

$$H(\omega)_{z_1\sim q}=\frac{Z_1(\omega)}{Q(\omega)}=\frac{A_2k_t}{A_3A_2-A_1^2}=\frac{A_2k_t}{N} \tag{3-56}$$

式中，$A_1=j\omega c+k=k(1+2j\xi\lambda)$；$A_2=k-\omega^2m_2+j\omega c=k(1-\lambda^2+2j\xi\lambda)$；$A_3=k+k_t-\omega^2m_1+j\omega c$；$N=A_3A_2-A_1^2$。

因此，车轮响应 z_1 对路面激励位移 q 的幅频特性为

$$|H(\omega)_{z_1\sim q}|=r_k\sqrt{\frac{(1-\lambda^2)^2+4\xi^2\lambda^2}{\Delta}} \tag{3-57}$$

将式(3-56)代入式(3-55)，可得相对动载 w_d 对路面激励位移 q 的频率响应函数为

$$H(\omega)_{w_d\sim q}=\left(\frac{A_2k_t}{N}-1\right)\frac{k_t}{m_1(r_m+1)g} \tag{3-58}$$

根据 $H(\omega)_{w_d\sim q}$ 可得到相对动载 w_d 对路面激励速度 $\dot{q}$ 的频率响应函数 $H(\omega)_{w_d\sim\dot{q}}$，即

$$H(\omega)_{w_d\sim\dot{q}}=\frac{1}{\omega}H(\omega)_{w_d\sim q} \tag{3-59}$$

即

$$H(\omega)_{w_d\sim\dot{q}}=\left(\frac{A_2k_t}{N}-1\right)\frac{k_t}{\omega m_1(r_m+1)g} \tag{3-60}$$

所以，相对动载 w_d 对路面激励速度 $\dot{q}$ 的幅频特性为

$$|H(\omega)_{w_d\sim\dot{q}}|=\frac{r_k\omega}{g}\sqrt{\frac{\left(\frac{\lambda^2}{1+r_m}-1\right)^2+4\xi_t^2\lambda^2}{\Delta}} \tag{3-61}$$

3）悬架动挠度 δ_d 对 $\dot{q}$ 的幅频特性

悬架动挠度 δ_d 对路面激励位移 q 的频率响应函数为

$$H(\omega)_{\delta_d\sim q}=\frac{Z_2(\omega)-Z_1(\omega)}{Q(\omega)}=\frac{Z_2(\omega)}{Q(\omega)}-\frac{Z_1(\omega)}{Q(\omega)}$$

即

$$H(\omega)_{\delta_d\sim q}=H(\omega)_{z_2\sim q}-H(\omega)_{z_1\sim q} \tag{3-62}$$

将式(3-56)、式(3-53)代入式(3-62)，可得悬架动挠度 δ_d 对路面激励位移 q 的频率响应函数，即

$$H(\omega)_{\delta_d \sim q}=\frac{A_1 k_t}{N}-\frac{A_2 k_t}{N}=\frac{k_t(A_1-A_2)}{N}$$

即
$$H(\omega)_{\delta_d \sim q}=r_k \lambda^2 \sqrt{\frac{1}{\Delta}} \tag{3-63}$$

因此，悬架动挠度 δ_d 对路面激励速度 $\dot{q}$ 的频率响应函数为

$$H(\omega)_{\delta_d \sim \dot{q}}=\frac{1}{\omega} H(\omega)_{\delta_d \sim q}=\frac{r_k \lambda^2}{\omega} \sqrt{\frac{1}{\Delta}}$$

所以，悬架动挠度 δ_d 对路面激励速度 $\dot{q}$ 的幅频特性为

$$\left|H(\omega)_{\delta_d \sim \dot{q}}\right|=\left|\frac{1}{\omega} H(\omega)_{\delta_d \sim q}\right|=\frac{r_k \lambda^2}{\omega} \sqrt{\frac{1}{\Delta}} \tag{3-64}$$

2. 双质量系统振动响应量的功率谱与均方值

同理，根据单质量系统振动响应量的功率谱和均方值的求解方法，可求得双质量系统振动响应量的功率谱与均方值。具体计算过程为，按式(3-54)、式(3-61)、式(3-64)和悬挂系统具体参数，求出振动响应量车身加速度 $\ddot{z}_2$、车轮动载荷 w_d 和悬架动挠度 δ_d 对路面激励速度 $\dot{q}$ 的幅频特性，然后将由路面不平度系数 $G_q(n_0)$ 和车速 v 所求得的路面激励速度的功率谱密度 $G_{\dot{q}}(f)=4\pi^2 G_q(n_0) n_0^2 v$，代入式(3-28)便求得车身加速度 $G_{\ddot{z}}(f)$、车轮相对动载荷 $G_{w_d}(f)$ 和悬架动挠度的功率谱密度 $G_{\delta_d}(f)$，它们分别为

$$G_{\ddot{z}_2}(f)=\left|H(\mathrm{j}\omega)_{\ddot{z}_2 \sim \dot{q}}\right|_{\omega=2\pi f}^2 G_{\dot{q}}(f)$$

即
$$G_{\ddot{z}_2}(f)=16\pi^4 r_k^2 G_q(n_0) n_0^2 v \frac{f^2(1+4\xi_t^2 \lambda^2)}{\Delta} \tag{3-65}$$

$$G_{w_d}(f)=\left|H(\mathrm{j}\omega)_{w_d \sim \dot{q}}\right|_{\omega=2\pi f}^2 G_{\dot{q}}(f)$$

即
$$G_{w_d}(f)=\frac{r_k^2 16\pi^4 G_q(n_0) n_0^2 v}{g^2} \frac{\left[\left(\frac{\lambda^2}{1+r_m}-1\right)^2+4\xi_t^2 \lambda^2\right] f^2}{\Delta} \tag{3-66}$$

$$G_{\delta_d}(f)=\left|H(\mathrm{j}\omega)_{\delta_d \sim \dot{q}}\right|_{\omega=2\pi f}^2 G_{\dot{q}}(f)$$

即
$$G_{\delta_d}(f)=\frac{r_k \lambda^2}{f^2} \frac{G_q(n_0) n_0^2 v}{\Delta} \tag{3-67}$$

将式(3-65)～式(3-67)代入式(3-29)，可求得振动响应量车身加速度 $\ddot{z}_2$、车轮相对动载荷 w_d 和悬架动挠度 δ_d 的均方值，分别为

$$\sigma_{\ddot{z}_2}^2=\int_0^{\infty}\left|H(f)_{\ddot{z}_2 \sim \dot{q}}\right|^2 G_{\dot{q}}(f) \mathrm{d} f \tag{3-68}$$

$$\sigma_{w_d}^2=\int_0^{\infty}\left|H(f)_{w_d \sim \dot{q}}\right|^2 G_{\dot{q}}(f) \mathrm{d} f \tag{3-69}$$

$$\sigma_{\delta_d}^2=\int_0^{\infty}\left|H(f)_{\delta_d \sim \dot{q}}\right|^2 G_{\dot{q}}(f) \mathrm{d} f \tag{3-70}$$

式中，$\sigma_{\ddot{z}_2}$ 为车身加速度 $\ddot{z}_2$ 的标准差(等于均方根值)；σ_{w_d} 为车轮相对动载 w_d 的标准差；σ_{δ_d} 为悬架动挠度 δ_d 的标准差。

以振动加速度为例，计算汽车以速度 v 行驶时车身振动加速度的均方值。

将路面功率谱密度式(3-42)代入式(3-68)，可得车身振动加速度的均方值为

$$\sigma_{\ddot{z}_2}^2 = 4\pi^2 G_q(n_0) n_0^2 v \int_0^\infty |H_{\ddot{z}_2 \sim \dot{q}}|^2 \mathrm{d}f$$

$$= 16\pi^4 G_q(n_0) n_0^2 v \int_0^\infty \frac{r_k^2 f^2 (1 + 4\xi_t^2 \lambda^2)}{\Delta} \mathrm{d}f$$

由上式可以看出，当由系统参数所确定的车身加速度$\ddot{z}_2$对路面激励速度 $\dot{q}$ 的幅频特性 $|H_{\ddot{z}_2 \sim \dot{q}}|$一定时，车身 m_2 垂直振动响应加速度的均方值 $\sigma_{\ddot{z}_2}^2$ 与路面不平度系数 $G_q(n_0)$以及车速 v 成正比。因此，不同路面的不平度系数和车速下的均方值 $\sigma_{\ddot{z}_2}^2$，可以按 $G_q(n_0)$和 v 数值变化的比例推算出。

3.2.4 双质量系统参数的车辆平顺性影响分析

为了分析双质量系统车身部分固有频率 f_0、悬架阻尼比 ξ、刚度比 r_k和质量比 r_m这 4 个参数，对振动系统响应车身加速度$\ddot{z}_2$、悬架动挠度 δ_d、车辆相对动载 F_d的影响，采用上述数值积分的方法，在 B 级路面、车速 v=20m/s 情况下，对车身加速度$\ddot{z}_2$、悬架动挠度 δ_d、车辆相对动载 w_d对路面激励速度 $\dot{q}$ 的幅频特性和均方根值分别进行了计算。分析系统时的参数取值见表 3-3。

表 3-3　分析系统时的参数取值

固有频率 f_0/Hz	阻尼比 ξ	质量比 r_m	刚度比 r_k
1.0	0.25	10	9.0
2.0	0.5	20	18
0.5	0.125	5	4.5

1. 车身固有频率 f_0 的影响分析

图 3.9(a)、(b)、(c) 为车身部分固有频率 f_0=0.5、1.0、2.0Hz 3 种不同值，车身加速度$\ddot{z}_2$、悬架动挠度 δ_d、车辆相对动载 w_d对路面激励速度 $\dot{q}$ 的幅频特性曲线，此时所对应的车轮部分的固有频率 f_t=10f_0，相应分别为 5Hz、10Hz 和 20Hz，车轮阻尼比 ξ_t=0.25 为常数，而其他参数保持不变。振动响应量的均方值随固有频率 f_0 的曲线如图 3.9(d) 所示。

可知，随着固有频率 f_0 的增加，身加速度$\ddot{z}_2$和车辆相对动载 w_d对路面激励速度 $\dot{q}$ 的幅频特性，沿着斜率+1∶1 方向向右上方平移，而悬架动挠度 δ_d对路面激励速度 $\dot{q}$ 的幅频特性沿着−1∶1 方向向右下方平移。3 个振动响应量的均方根值随固有频率 f_0 变化的曲线如图 3.9(d) 所示。表明 3 个振动响应量对系统固有频率的变化是很敏感的。

2. 车身阻尼比 ξ 的影响分析

图 3.10(a)、(b)、(c) 为车身部分阻尼比 ξ=0.125、0.25、0.5 这 3 种不同值，车身加速度$\ddot{z}_2$、悬架动挠度 δ_d、车辆相对动载 w_d对路面激励速度 $\dot{q}$ 的幅频特性曲线，其他参数 f_0=1.0Hz、质量比 r_m=10、刚度比 r_k=9.0 保持不变。此时，车轮部分的固有频率 f_t=10Hz，ξ_t=ξ。

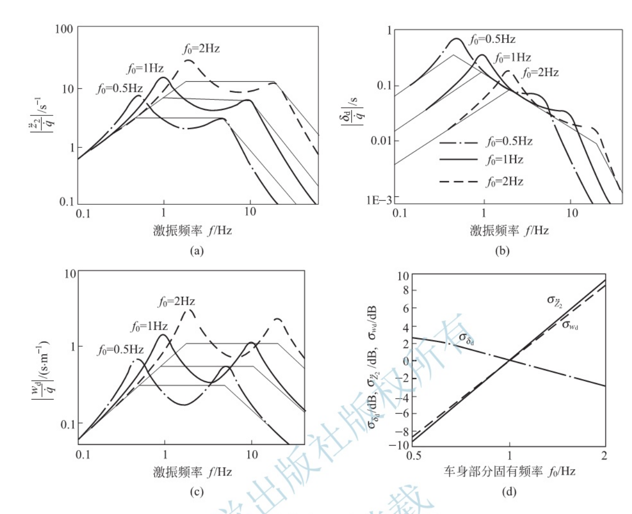


图 3.9　固有频率 f_0 对响应量的响应

由图 3.9 可知，随着阻尼比 ξ 的增大，在低频共振区范围内的幅频特性 $|H(\omega)_{\ddot{z}\sim\dot{q}}|$、$|H(\omega)_{w_d\sim\dot{q}}|$ 的峰值均下降；而在低频和高频两个峰值之间，幅频特性 $|H(\omega)_{\ddot{z}\sim\dot{q}}|$、$|H(\omega)_{w_d\sim\dot{q}}|$ 的幅值都增大；在高频共振区，$|H(\omega)_{\ddot{z}\sim\dot{q}}|$ 的幅值变化很小，而 $|H(\omega)_{w_d\sim\dot{q}}|$ 的幅值有明显的下降。当阻尼比 ξ 增大时，动挠度 δ_d 的幅频特性 $|H(\omega)_{\chi_d\sim\dot{q}}|$，在高频和低频两个共振区均显著下降，而在两个共振峰值之间变化较小。振动响应量的均方值随车身阻尼比 ε 的曲线如图 3.10(d) 所示。

3. 车身与车轮质量比 r_m 的影响分析

图 3.11(a)、(b)、(c) 为车身与车轮质量比 r_m=5.0、10、20 这 3 种不同值时，车身加速度 $\ddot{z}_2$、悬架动挠度 δ_d、车辆相对动载 w_d 对路面激励速度 $\dot{q}$ 的幅频特性曲线，其他参数固有频率 f_0、阻尼比 ξ、刚度比 r_k 均保持不变。

由图 3.11(a)、(b)、(c) 可知，当车身质量 m_2 一定时，质量比 r_m 改变相当于车轮部分质量 m_1 改变，则影响车轮部分的固有频率 f_t 和阻尼比 ξ_t。r_m 增大，相当于减小 m_1，由车轮部分固有频率 f_t 和阻尼比 ξ_t 的计算公式可知，此时，f_t 和 ξ_t 均提高，从而使 3 个响应量的幅频特性的高频共振峰值向高频方向移动，而峰值降低。

由图 3.11(d) 中质量比 r_m 对车身加速度 $\ddot{z}_2$、悬架动挠度 δ_d、车辆相对动载 w_d 3 个响应量均方根值的关系曲线可以看出，质量比 r_m 增大，车身加速度均方根值 $\sigma_{\ddot{z}_2}$ 和车轮动挠度均方根值 σ_{δ_d} 略有减小，主要是车轮相对动载的均方根 σ_{w_d} 值变化较大。

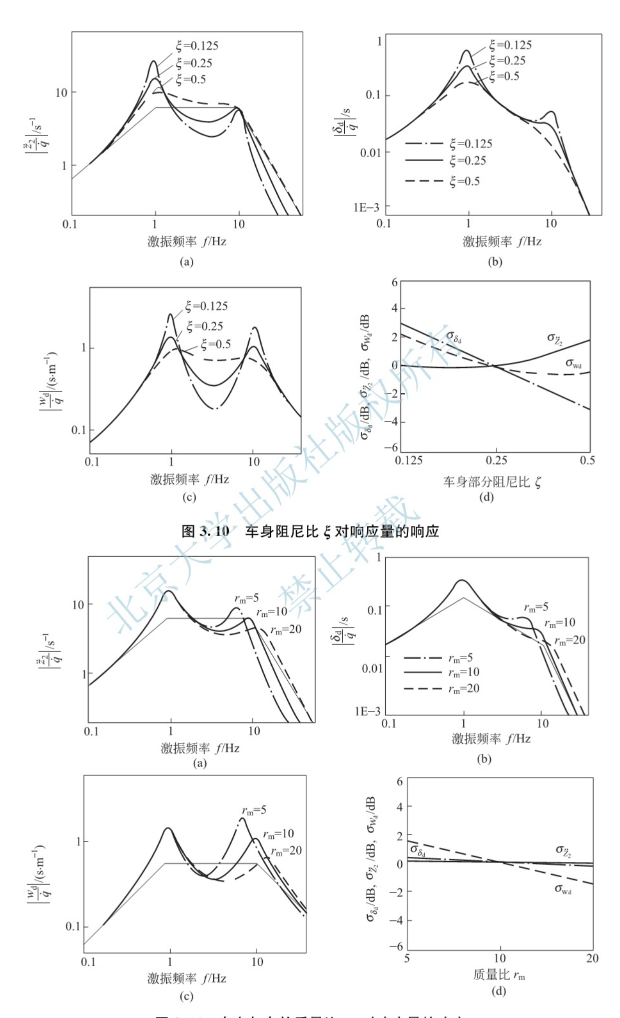


图 3.10　车身阻尼比 ξ 对响应量的响应

图 3.11　车身与车轮质量比 r_m 对响应量的响应

4. 悬架与轮胎刚度比 r_k 的影响分析

图 3.12(a)、(b)、(c) 为悬架与车轮刚度比 $r_k=4.5$、9.0、18 这 3 种不同值时，车身加速度$\ddot{z}_2$、悬架动挠度 δ_d、车辆相对动载 w_d对路面激励速度 $\dot{q}$ 的幅频特性曲线，其他参数固有频率 f_0、阻尼比 ξ、刚度比 r_k 均保持不变。此时，悬架与车轮刚度比 r_k 增大，相当于悬架刚度 k 不变而轮胎刚度增大，从而使车轮部分系统参数变化，即车轮部分固有频率 f_t提高，而阻尼比 ξ_t下降，从而引起系统 3 个振动响应量的幅频特性高频共振峰值向右移动，且高峰值提高。

其中，车轮相对动载 w_d对路面激励速度 $\dot{q}$ 的幅频特性$\left|H(\omega)_{w_d\sim\dot{q}}\right|$变化最大，车身加速度$\ddot{z}_2$对路面激励速度 $\dot{q}$ 的幅频特性$\left|H(\omega)_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}\right|$次之，而悬架动挠度 δ_d对路面激励速度 $\dot{q}$ 的幅频特性$\left|H(\omega)_{\delta_d\sim\dot{q}}\right|$的变化最小。

由图 3.12(d) 可知，悬架与车轮刚度比 r_k 对车轮相对动载 w_d影响比较大，当刚度比 r_k 减小时，车轮相对动载降低，表明采用软的轮胎可改善平顺性，尤其是改善车轮的附着性能，提高车辆行驶安全性。

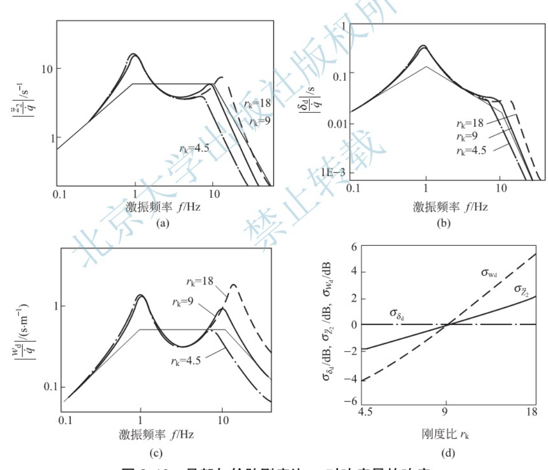


图 3.12 悬架与轮胎刚度比 r_k 对响应量的响应

3.3 车辆平顺性及评价

3.3.1 汽车平顺性的定义

汽车行驶时，由于路面不平度以及车轮、发动机和传动系等旋转部件激励等因素激起

汽车的振动和噪声，从而影响驾乘人员的乘坐舒适性、工作效率和身体健康；振动也影响所运货物的完好性；振动还在汽车上产生动载荷，加速零件磨损，导致零件疲劳失效。

汽车平顺性主要根据乘员的舒适程度来评价，所以它有时又称为乘坐舒适性，是考核汽车性能的主要指标之一。虽然引起不舒适的因素有多种，且平顺性的概念有广义化的趋势，即不仅包括振动，也包括噪声和其他导致乘员不舒适的因素。但通常讨论的平顺性主要指路面不平引起的汽车振动，频率范围约为 0.5～25Hz。研究平顺性的主要目的是控制振动的传递，使汽车振动系统在给定“输入”下的“输出”不超过一定界限，以保持乘员的舒适性。平顺性分析过程如图 3.13 所示。

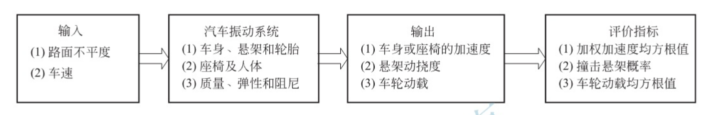


图 3.13　汽车平顺性分析框图

系统“输入”主要由汽车以一定车速驶过不平路面而引起，路面不平度一般沿路面长度和宽度方向都是对应距离尺度为参数的随机过程。故“输入”对车辆系统来讲是基础位移(速度、加速度)的随机激励。此激励经过由轮胎、悬架、座椅等弹性、阻尼元件和悬挂质量、非悬挂质量构成的“振动系统”，传递到人体。平顺性根据人体对振动的反应——乘坐者的舒适程度来评价汽车的性能，因此，作为“输出”的物理量是车身振动位移、速度或加速度，常用的是加速度，再进一步考虑经座椅传至人体的加速度。它们都是随机响应过程。汽车振动系统的“输出”通常还要考虑车轮与路面间的动载荷，汽车轮胎由不平路面引起的振动还会产生力的变化，轮胎与路面之间在行驶过程中动态作用力不能小于零，也就是轮胎不能脱离地面。如果轮胎脱离地面，瞬间会引起冲击，时间稍长则会给汽车的操纵带来困难，使汽车失去控制，引起行驶安全性问题。另外，悬架弹簧的动挠度不能太大，否则会增加撞击悬架限位的概率，引起乘员的不舒适。汽车系统本身一般假设为确定性的，而激励是随机性的，因此，汽车平顺性分析本质上属于随机振动响应分析。

3.3.2　人体对振动的反应

机械振动对人体的影响，既取决于振动频率与强度、振动作用方向和暴露时间，也取决于人的心理、生理状态，而且心理品质和身体素质不同的人，对振动敏感程度有很大差异。因此，人体对振动作用的反应是一个十分复杂的过程。

为了评价振动对人体的影响，在振动心理学试验中，一般是将人对振动的感受分为数个不同的感觉等级，如“无感觉”、“稍有感觉”、“感觉”、“强烈感觉”、“非常强烈感觉”等。取某一频率的正弦振动作为基准，其振动加速度有效值和振动持续时间是一定的，并规定在此条件下的人体承受振动的感觉。然后，在相同持续时间下，改变振动频率和振动加速度有效值，与基准振动比较，当感觉相同时，记录振动频率与振动有效值。如果把产生同样感觉的各点连接起来，即可绘制出人体对振动反应的等感度曲线。

20 世纪 70 年代，国际标准化组织(ISO)在综合大量有关人体全身振动的研究成果的基础上，制定了国际标准 ISO 2631《人体承受全身振动的评价指南》，后来对它进行过修订、补充。从 1985 年开始进行全面修订，于 1997 年公布了 ISO 2631—1：1997(E)《人体

承受全身振动评价——第一部分：一般要求》，许多国家都参照它进行汽车平顺性的评价。我国对相应标准进行了修订，公布了 GB/T 4970—1996《汽车平顺性随机输入行驶试验方法》。ISO 2631 标准用加速度均方根值(rms)给出了在 1～80Hz 振动频率范围内人体对振动反应的 3 个不同界限。

(1) 暴露极限。当人体承受的振动强度在这个极限之内时，将保持健康或安全。通常把此极限作为人体可以承受振动量的上限。

(2) 疲劳-工效降低界限。这个界限与保持工作效能有关。当驾驶员承受的振动强度在此界限之内时，能准确灵敏地反应，正常地进行驾驶。

(3) 舒适降低界限。此界限与保持舒适有关，在这个界限之内，人体对所暴露的振动环境主观感觉良好，能顺利完成吃、读、写等动作。

图 3.14 是 ISO2631 给出的用双对数坐标绘制的“疲劳-工效降低界限”。另外两个不同反应界限的振动允许值随频率的变化趋势与图 3.14 中曲线形状完全相同，只是振动的允许值不同。

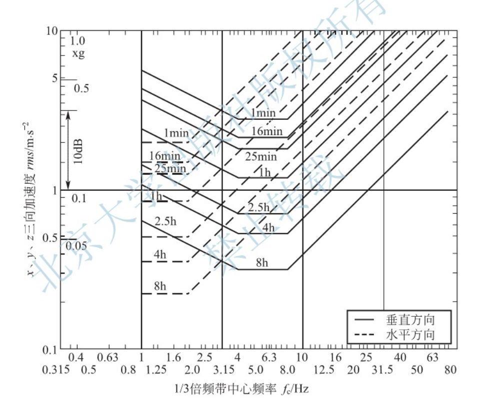


图 3.14 疲劳、工效降低界限

“暴露极限”的值为“疲劳-工效降低界限”的两倍，“舒适降低界限”为“疲劳-工效降低界限”的 1/3～1/5 倍。从振动心理学角度来看，这 3 个反应界限相当于人体对振动的感觉的 3 个等级，3 个界限曲线实际上就是 3 种等感度曲线。

图 3.14 的纵坐标用振动加速度均方根值代表振动强度，横坐标为振动频率，用 1/3 倍频带中心频率表示。实线曲线和虚线曲线分别表示垂直方向和水平方向振动时的“疲劳-工效降低界限”。曲线上的任一点代表了“疲劳-工效降低”的一个时间限值，如 4h 曲线上的一点，表示对应于该振动频率时的振动加速度均方根值若等于或稍小于该限值，将容许人体暴露在此振动下 4 小时而不会出现疲劳和工效降低。

由图 3.14 可以看出，“疲劳-工效降低界限”的振动加速度允许值的大小与振动频率、

振动作用方向和暴露时间这 3 个因素有关，下面分别加以讨论。

（1）振动频率。从图 3.14 可以看出人体承受全身振动时，有一个最敏感的频率范围。对于垂直振动，乘员敏感的频率范围为 4～8Hz，而对于水平振动，乘员敏感的频率范围为 1～2Hz。

（2）振动作用方向。从图 3.14 可以看出，垂直振动与水平振动的“疲劳-工效降低界限”是不一样的。在同一暴露时间下，频率在 3.15Hz 以下时容易感受到水平振动；高于此频率时，对垂直振动更敏感。达到 8Hz 以上的频率范围时，垂直振动允许值只是水平振动允许值的 1/2.8。比较各自最敏感频率范围内同一暴露时间的振动允许值，垂直方向却是水平方向的 3.4 倍。

（3）暴露时间。人体达到一定反应的界限，如“疲劳”、“不舒适”等，都是由人体感觉到的振动强度大小和暴露时间长短二者综合的结果。它们之间的关系可由图 3.14 看出，在一定频率下，随暴露时间加长，“疲劳-工效降低界限”曲线向下平移，即振动加速度允许值减小。

3.3.3 人体振动评价

ISO 2631—1：1997(E)标准规定了如图 3.15 所示的人体坐姿受振模型。在进行舒适性评价时，它除了考虑座椅支承面处输入点 3 个方向的线振动，还考虑该点 3 个方向的角振动，以及座椅靠背和脚支承面两个输入点各 3 个方向的线振动，共 3 个输入点 12 个轴向的振动。椅面输入点 3 个线振动是 12 个轴向中人体最敏感的，当评价振动对人体健康的影响时，就考虑这 3 个轴向，但是两个水平轴向比垂直轴向更敏感。我国 GB/T 4970—1996 标准在评价汽车平顺性时只考虑椅面这 3 个轴向。

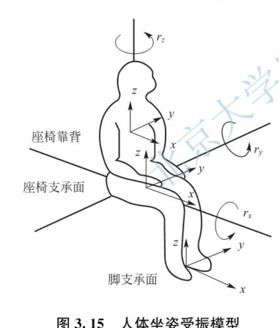


图 3.15 人体坐姿受振模型

对人体振动的评价指标是加权加速度均方根值 a_w，分别用 a_{wz}、a_{wy}、a_{wx}表示垂直方向、左右方向和前后方向振动的加权加速度均方根值，或用三轴向加权加速度均方根值的矢量和，即总加权加速度均方根值 a_{wo}表示。对货车车厢振动的评价用加速度均方根值 a_{rms}和加速度功率谱密度函数。这一方法适用于正常行驶工况下的各种汽车，包括越野汽车。

1. 单轴向加权加速度均方根值 a_w的计算

（1）由等带宽频谱分析得到的加速度自功率谱密度函数 $G_a(f)$计算 a_w。先计算 1/3 倍频带加速度均方根值谱值

$$a_j = \left[\int_{f_{lj}}^{f_{uj}} G_a(f)\mathrm{d}f\right]^{\frac{1}{2}} \tag{3-71}$$

式中，a_j为中心频率为 f_j的第 j(j=1，2，3，…，20)个 1/3 倍频带加速度均方根谱值(m/s²)；f_{uj}和 f_{lj}分别为 1/3 倍频带的中心频率为 f_j的上、下限截止频率(Hz)；$G_a(f)$为等带宽加速度自功率谱密度函数(m²/s³)。

然后，再按下式计算单轴向加权加速度均方根值 a_w

$$a_w = \left[\sum_{j=1}^{20}(w_j \cdot a_j)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{3-72}$$

式中，a_w为单轴向加权加速度均方根值(m/s^2)；w_j为第 j 个 1/3 倍频带的加权系数。

另外，可由 $G_a(f)$直接积分而计算 a_w

$$a_w = \left[\int_{0.5}^{80} w^2(f)G_a(f)\mathrm{d}f\right]^{\frac{1}{2}} \tag{3-73}$$

式中，$w(f)$为频率加权函数。

z 轴方向为
$$w(f)=\begin{cases}0.5 & (0.5\text{Hz}<f<2\text{Hz})\\ f/4 & (2\text{Hz}<f<4\text{Hz})\\ 1 & (4\text{Hz}<f<12.5\text{Hz})\\ 12.5 & (12.5\text{Hz}<f<80\text{Hz})\end{cases}$$

x、y 轴方向为
$$w(f)=\begin{cases}1 & (0.5\text{Hz}<f<2\text{Hz})\\ 2/f & (2\text{Hz}<f<80\text{Hz})\end{cases}$$

(2) 对记录的加速度时间历程，通过符合频率加权函数 $w(f)$或 GB/T 4970—1996 标准所规定的频率加权滤波网络得到加权加速度时间函数 $a_w(t)$，按下式计算

$$a_w = \left[\frac{1}{T}\int_0^T a_w^2(t)\mathrm{d}t\right]^{\frac{1}{2}} \tag{3-74}$$

式中，$a_w(t)$为加权加速度时间历程(m/s^2)；T 为统计持续时间(s)。

(3) 由 1/3 倍频带均方根值计算。若数据处理设备对所记录的加速度时间历程处理后，能直接得到 1/3 倍频带加速度均方根谱值 a_j，则可直接按式(3-72)计算。

2. 总加权加速度均方根值 a_{w0}

总加权加速度均方根值 a_{w0}按下式计算

$$a_{w0}=[(1.4a_{wx})^2+(1.4a_{wy})^2+a_{wz}^2]\frac{1}{2} \tag{3-75}$$

式中，a_{wx}、a_{wy}和 a_{wz}分别为前后方向(x 轴向)、左右方向(y 轴向)和垂直方向(z 轴向)的加权加速度均方根值(m/s^2)。

等效均值与加权加速度均方根值按下式换算

$$L_{eq}=20\lg\frac{a_w}{a_0} \tag{3-76}$$

式中，L_{eq}为一定测量时间内的加权加速度均方根对数值，即等效均值(dB)；a_0为参考加速度均方根值($a_0=10^{-6}m/s^2$)。

表 3-4 给出了等效均值 L_{eq}和加权加速度均方根值与人的主观感觉之间的关系。

ISO 2631—1：1997(E)标准规定，当振动波形峰值系数大于 9 时，用均 4 次方根值的方法来评价，比加权加速度均方根值能更好地估计偶尔遇到过大的脉冲引起的高峰值系数振动对人体的影响，此时，采用辅助评价方法的振动剂量值为

$$\text{VDV} = \left[\int_0^T a_w^4(t)\mathrm{d}t\right]^{\frac{1}{4}} \tag{3-77}$$

式中，VDV 为振动剂量值($ms^{-1.75}$)；T 为统计持续时间(s)。

表 3-4　L_{eq}和 a_w与人的主观感觉之间的关系

加权加速度均方根值 $a_w/(m/s^2)$	等效均值 L_{eq}/dB	人的主观感觉
<0.315	110	没有不舒适
0.315～0.63	110～116	有一些不舒适
0.5～1.0	114～120	相当不舒适
0.8～1.6	118～124	不舒适
1.25～2.5	122～128	很不舒适
>2.0	126	极不舒适

3.3.4　车辆振动评价

车辆振动性能的评价指标包括以下 3 个方面的内容。

(1) 车身振动强度 K，反映舒适性。

(2) 车轮动载 F_d，反映安全性。

(3) 悬架动挠度 Δz_d，间接反映舒适性。

一般通过选取适当的加权因数来获得总的评价指标，即

$$Q=w_F F_d^2+w_K K^2 \tag{3-78}$$

式中，F_d为车轮载荷变化(即动载)的有效值，代表行驶安全性的尺度；K 为车身振动强度；w_F和 w_K分别为车轮动载和车身振动强度指标的加权因数。

对于赛车，w_F大而 w_K小；对于轿车，通过在行驶安全性和舒适性之间的协调选取 w_F和 w_K。加权因数确定后，就可以对悬架的弹簧和减振器进行优化设计和布置。

1. 车轮动载

车轮载荷即车辆法向力 F_z，简称“轮荷”，可作为车辆振动的评价指标，它涉及行驶安全性和道路应力。F_z由静态垂直载荷 F_{zs}和动态垂直载荷 F_d两部分组成，如图 3.16 所示。

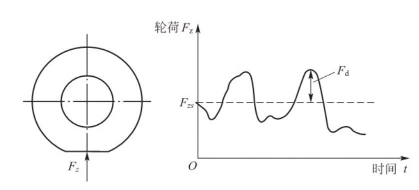


图 3.16　静态轮荷 F_{zs}与动态轮荷 F_d 的说明图

由图 3.16 可知，车轮载荷 F_z等于静态垂直载荷 F_{zs}与动态垂直载荷 F_d之和，即

$$F_z(t)=F_{zs}+F_d(t) \tag{3-79}$$

车轮载荷 F_z的方差 $\sigma_{F_z}^2$，可按下式进行计算

$$\sigma_{F_z}^2=\frac{1}{T}\int_0^T[F_z(t)-\overline{F}_z]^2\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_0^T[F_{zs}(t)+F_d(t)-\overline{F}_z]^2\mathrm{d}t \tag{3-80}$$

式中，$\overline{F}_z$为车轮平均载荷。

因为，车轮载荷的平均值$\overline{F}_z$一般应等于静态垂直载荷F_{zs}，即

$$\overline{F}_z=F_{zs} \tag{3-81}$$

所以
$$\sigma_{F_z}^2=\frac{1}{T}\int_0^T F_d^2(t)\mathrm{d}t=\overline{F}_d^2 \tag{3-82}$$

按照功率谱密度的定义，车轮动载的功率谱密度$S_{F_z}(\omega)$可表示为

$$S_{F_z}(\omega)=\lim_{T_0\to\infty}\frac{1}{T_0}|F_d(\omega)|^2 \tag{3-83}$$

曾经用响应的谱密度计算其有效值，即$x^2=\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty G_x(\omega)\mathrm{d}\omega$。若考虑到车轮动载的均值近似为0，则有

$$\sigma_{F_z}^2=\overline{F}_d^2=\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty G_{F_d}(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{3-84}$$

如果按不平度的谱密度计算车轮动载的方差，则为

$$\sigma_{F_d}^2=\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty |H(\omega)|_{F_d\sim q}^2 G_q(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{3-85}$$

式中，$H(\omega)_{F_d\sim q}$为频率响应函数。

在极端情况下，$F_{zs}=-F_d$，此时$F_z=0$，从而车轮不能传递水平力。如果这种情况出现在所有车轮上，车辆就丧失了驾驶的可能性，即使是一个车轮或某一车轴的两个车轮的附着力恶化，也会对汽车的行驶性能带来不利影响。因此，为了获得较高的安全性能，车轮法向力变化幅度应较小，这一点也表征为车轮法向力具有较小的标准差σ_{F_z}。

考虑到不同车辆的F_{zs}差异较大，车轮法向力的变化系数k_{F_z}应尽可能小，其定义为

$$k_{F_z}=\frac{\sigma_{F_z}}{F_{zs}} \tag{3-86}$$

如果要求各种载荷情况下行驶安全性大致相同，须有

$$\sigma_{F_z}\propto F_{zs} \tag{3-87}$$

最大车轮法向力$F_{z\max}$的大小不仅对道路应力有重要影响，而且对车轮和轮毂轴承的应力和使用寿命也有重要影响。定义车轮法向力冲击系数n_{F_z}为

$$n_{F_z}=F_{z\max}/F_{zs}=1+F_{d\max}/F_{zs} \tag{3-88}$$

当$F_{d\max}$取为$3\sigma_{F_z}$时，则式(3-88)可表示为

$$n_{F_z}=1+3\sigma_{F_z}/F_{zs} \tag{3-89}$$

车轮法向力冲击系数的值比按式(3-89)所计算的值大的概率仅为0.15%。

2. 弹簧挠度

1）座椅弹簧挠度

座椅弹簧总的挠度Δz由静挠度Δz_s和动挠度Δz_d组成，如图3.17所示，即

$$\Delta z(t)=\Delta z_s+\Delta z_d \tag{3-90}$$

当弹簧刚度为k，座椅上的静载质量为m时

$$\Delta z_s=\frac{mg}{k} \tag{3-91}$$

考虑到无阻尼固有圆频率 $\omega_0=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$，则上式化为

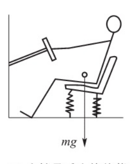
$$\Delta z_s=\frac{g}{\omega_0^2}=\frac{g/(4\pi^2)}{[\omega_0/(2\pi)]^2} \tag{3-92}$$

取 $g=980\text{cm/s}^2$，则当 $\omega_0/2\pi=1\text{Hz}$ 时，$\Delta z_s=25\text{cm}$；当 $\omega_0/2\pi=0.5\text{Hz}$ 时，$\Delta z_s=100\text{cm}$；当 $\omega_0/2\pi=3\text{Hz}$ 时，$\Delta z_s=2.8\text{cm}$。

$$\Delta z_{\text{dmax}}=6\sigma_{\Delta_z} \tag{3-93}$$

$$\sigma_{\Delta z}^2=\int_0^{\infty}G_{\Delta z}\mathrm{d}\omega=\int_0^{\infty}\left(\frac{\Delta\hat{z}}{\hat{q}}\right)^2G_q\mathrm{d}\omega \tag{3-94}$$

Δz_d不能过大，否则手和脚会出现误操作。



(a) 座椅承受人体载荷

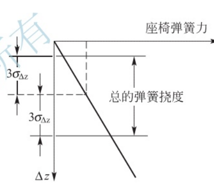
时间 t

Δz_s

Δz_d

座椅挠度 Δz

(b) 座椅弹簧的静态和动态挠度Δz_s、Δz_d

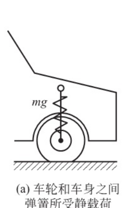


(c) 结构设计时预留的动态弹簧挠度$6\sigma_{\Delta z}$

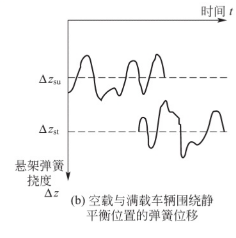
图 3.17　座椅弹簧的挠度

2）悬架挠度

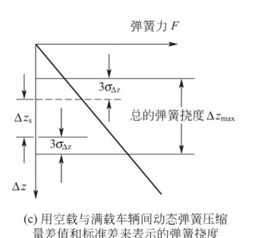
悬架弹簧的挠度如图 3.18 所示。



(a) 车轮和车身之间弹簧所受静载荷



(b) 空载与满载车辆围绕静平衡位置的弹簧位移



(c) 用空载与满载车辆间动态弹簧压缩量差值和标准差来表示的弹簧挠度

图 3.18　悬架弹簧的挠度

因此，悬架弹簧的总挠度可表示为

$$\Delta z_{\max}=\Delta z_{\text{sf}}-\Delta z_{\text{su}}+3\sigma_{\Delta_{\text{zu}}}+3\sigma_{\Delta_{\text{zf}}} \tag{3-95}$$

$$\Delta\Delta z_s=\Delta z_{\text{sf}}-\Delta z_{\text{su}} \tag{3-96}$$

$$\Delta\Delta z_s=\frac{mg}{k}-\frac{m_0g}{k}=\frac{\Delta m}{m_0}\frac{g}{\omega_1^2} \tag{3-97}$$

$$\Delta\Delta z_s \approx \frac{\Delta m}{m_0} \frac{25}{(\omega_1/2\pi)^2} \mathrm{cm} \tag{3-98}$$

3. 舒适性评价

舒适性是人的主观感受，对振动作用的评价不是只根据其强度，比如不是单独根据加速度振幅的大小，而是对于同样强度但不同频率、部位和方向的振动有不同的感受。

1）用以评价的振动强度、评价函数

为寻求评价的途径，让被试人员坐在振动椅上。振动座椅只能以单正弦波振动，但其频率和振幅可以改变用 KZ 表示"用以评价的振动强度"，它分成若干个等级。按主观感受"没有感觉"、"刚有感觉"、"有感觉"、"感觉强烈"、"感觉很强烈"进行划分，如图 3.19所示，KZ 的 K 表示舒适，Z 表示方向。

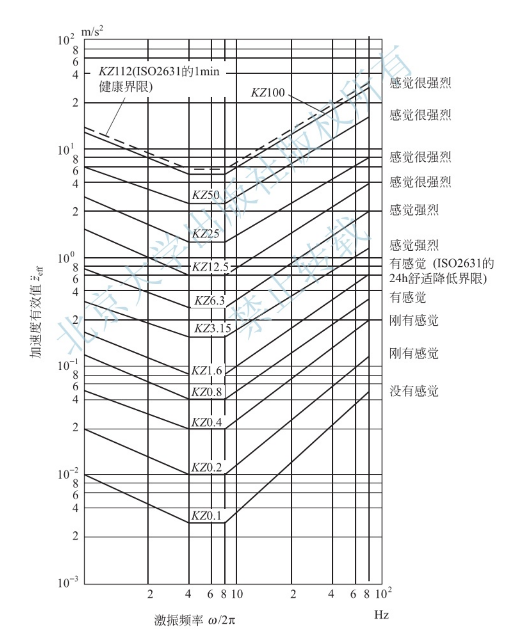


图 3.19　*KZ* 等值曲线与立姿、坐姿人体 *Z* 方向振动加速度和频率之间的关系

为了便于计算，引入评价函数

$$B_{\mathrm{seat}} = \frac{K_{\mathrm{seat}}}{\ddot{z}_{\mathrm{seat}}} \tag{3-99}$$

B_{seat}的曲线如图 3.20 所示。

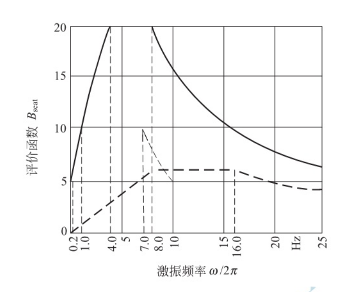


图 3.20　车内人体所受振动的评价函数

计算公式见表 3－5，表中还给出一些其他评价指标，例如 $f=1\text{Hz}$，$\ddot{z}_{seat}=1\text{m/s}^2$，$K_{seat}=4\sqrt{2\pi\times1}\text{K}\approx10\text{K}$，对应的主观感受为“感觉非常强烈”。

表 3－5　评价函数的计算公式

圆频率 ω 范围	$0\sim0.4\pi$	$0.4\pi\sim8\pi$	$8\pi\sim16\pi$	$\omega>16\pi$	
$B_{seat}=\dfrac{K_{seat}}{\tilde{\ddot{z}}_{seat}}=\dfrac{\hat{K}_{seat}}{\hat{\ddot{z}}_{seat}}$	4.48	$4\sqrt{\omega}$	20	$1000/\omega$	
圆频率 ω 范围	$0\sim16\pi$	$16\pi\sim32\pi$	$\omega>32\pi$		
$B_{foot}=\dfrac{K_{foot}}{\tilde{\ddot{z}}_{foot}}=\dfrac{\hat{K}_{foot}}{\hat{\ddot{z}}_{foot}}$ $B_{hand}=\dfrac{K_{hand}}{\tilde{\ddot{z}}_{hand}}=\dfrac{\hat{K}_{hand}}{\hat{\ddot{z}}_{hand}}$	0.125ω	6.3	$628/\omega$		
圆频率 ω 范围	$0\sim0.6\pi$	$0.6\pi\sim2\pi$	$2\pi\sim14\pi$	$14\pi\sim20\pi$	$\omega>20\pi$
$B_{\theta}=\dfrac{K_{\theta}}{\tilde{\ddot{\theta}}}=\dfrac{\hat{K}_{\theta}}{\hat{\ddot{\theta}}}$ $B_{\phi}=\dfrac{K_{\phi}}{\tilde{\ddot{\phi}}}=\dfrac{\hat{K}_{\phi}}{\hat{\ddot{\phi}}}$	112	$\dfrac{400}{\omega^2}$	10	$\dfrac{19345}{\omega^2}$	5

人体最敏感的频率范围如下。

(1) 对座椅上的人体承受垂直振动为 4～12.5Hz。

(2) 侧倾运动为低于 7Hz，特别是低于 1Hz。

(3) 对双手和双脚为 8～16Hz。

2) 振动强度 K 的计算

如果振动中存在几个频率成分，则

$$K=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}K_i^2} \tag{3-100}$$

当振动存在于一个频率范围内时，可利用傅里叶变换和谱密度等概念来求振动强度 K。

$$\ddot{z}_{seat}=\int_{-\infty}^{\infty}\hat{\ddot{z}}_{seat}e^{j\omega t}d\omega \tag{3-101}$$

$$k_{seat}^2=\frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty}G_{K\text{seat}}d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\hat{K}_{seat}^2d\omega$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty}\left(\frac{\hat{K}_{seat}}{\hat{\ddot{z}}_{seat}}\right)^2\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\hat{\ddot{z}}_{seat}^2d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty}\left(\frac{\hat{K}_{seat}}{\hat{\ddot{z}}_{seat}}\right)^2\left(\frac{\hat{\ddot{z}}_{seat}}{\hat{h}}\right)\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}(\hat{h}(\omega))^2d\omega$$

即

$$k_{seat}^2=\frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty}B_{seat}^2\left(\frac{\hat{\ddot{E}}_{seat}}{\hat{h}}\right)^2G_h(\omega)d\omega \tag{3-102}$$

这里 B_{seat} 的定义与式(3-99)实质上是相同的，但采用如下略有不同的形式

$$B_{seat}=\frac{\hat{K}_{seat}}{\hat{\ddot{z}}_{seat}}$$

总的振动强度 K_t 为

$$K_t=\sqrt{K_{seat}^2+K_{hand}^2+K_{foot}^2+K_{\theta}^2+K_{\phi}^2} \tag{3-103}$$

3）作用时间

舒适程度可由舒适度降低界限、疲劳降低工作效率界限以及健康界限这 3 个界限来评价。这 3 个界限都是由 K 值和作用时间 T 共同决定的，如图 3.21 所示。

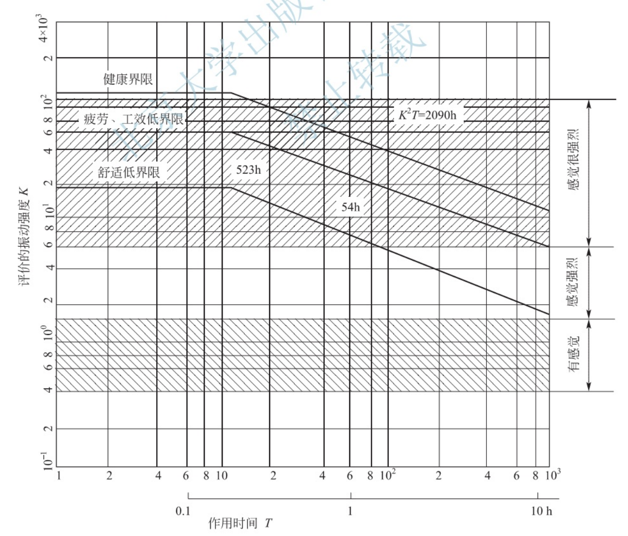


图 3.21　按 3 个界限画出的振动强度与作用时间的关系

由图 3.21 可知，1 至 10min 内，作用负荷是一样的。时间较长时，服从如下的分配规律

$$KT^2=\text{常数} \tag{3-104}$$

小　　结

车轮悬架决定和影响车辆行驶的平顺性和安全性，保证车辆行驶在不同路面和车速情况下的平顺性和安全性设计要求，也是悬架设计的最终目标。因此，本章首先对道路路面不平度进行了统计描述，其中包括路面谱及其分类、空间频率与时间频率功率谱密度的关系、车辆路面不平输入的功率谱密度；然后对平顺性进行了分析，包括系统响应量的功率谱密度和均方值、单质量系统的车辆平顺性分析、双质量系统模型的车辆平顺性分析以及双质量系统参数的车辆平顺性影响分析；最后对车辆平顺性及评价进行了介绍，包括汽车平顺性定义、人体对振动的反应、人体振动评价和车辆振动评价。

第 4 章 车辆悬架系统阻尼匹配

4.1 基于舒适性的悬架系统最佳阻尼比

4.1.1 单轮二自由度悬架系统响应的频响函数

当悬挂质量分配系数的数值接近 1 时，可以把汽车简化为二自由度汽车悬架系统，如图 4.1 所示。

图 4.1 中，m_1 为簧下质量；m_2 为簧上质量；K 为弹簧刚度；C 为减振器阻尼系数；K_t 为轮胎刚度；q 为路面不平度输入；z_1、z_2 分别是车轮与车身垂直位移。

图 4.1 二自由度悬架系统

二自由度悬架系统的振动微分方程可以表示为

$$\begin{cases} m_2\ddot{z}_2+C(\dot{z}_2-\dot{z}_1)+K(z_2-z_1)=0 \\ m_1\ddot{z}_1+C(\dot{z}_1-\dot{z}_2)+K(z_1-z_2)+K_t(z_1-q)=0 \end{cases} \tag{4-1}$$

对式(4－1)进行拉普拉斯变换，可得

$$\begin{cases} m_2 z_2 s^2+C(z_2-z_1)s+K(z_2-z_1)=0 \\ m_1 z_1 s^2+C(z_1-z_2)s+K(z_1-z_2)+K_t(z_1-Q)=0 \end{cases} \tag{4-2}$$

为了使讨论的物理意义更加明确，引入以下辅助变量

$$r_k=\frac{K_t}{K},\qquad r_m=\frac{m_2}{m_1},\qquad \omega_0=\sqrt{\frac{K}{m_2}}$$

式中，r_k 为刚度比；r_m 为质量比；ω_0 为车身固有频率。

令 $s=j\omega$，代入式(4－2)，求得 z_1 和 z_2 对路面不平度输入 q 的频响函数分别为

$$H(j\omega)_{z_1\sim q}=\frac{(r_k-\lambda^2 r_k)+2\xi\lambda r_k j}{(1-\lambda^2)\left(1+r_k-\dfrac{\lambda^2}{r_m}\right)-1+\left[r_k-\left(\dfrac{1+r_m}{r_m}\right)\lambda^2\right]2\xi\lambda j} \tag{4-3}$$

$$H(\mathrm{j}\omega)_{z_2\sim q}=\frac{r_\mathrm{k}+2r_\mathrm{k}\xi\lambda\mathrm{j}}{(1-\lambda^2)\left(1+r_\mathrm{k}-\dfrac{\lambda^2}{r_\mathrm{m}}\right)-1+\left[r_\mathrm{k}-\left(\dfrac{1+r_\mathrm{m}}{r_\mathrm{m}}\right)\lambda^2\right]2\xi\lambda\mathrm{j}} \tag{4-4}$$

根据振动响应与输入量之间的频率响应函数之间的关系，可求得车轮和车身振动响应加速度 $\ddot{z}_1$ 和 $\ddot{z}_2$，对路面不平度输入速度 $\dot{q}$ 的频响函数分别为

$$H(\mathrm{j}\omega)_{\ddot{z}_1\sim\dot{q}}=\mathrm{j}\omega H(\mathrm{j}\omega)_{z_1\sim q} \tag{4-5}$$

$$H(\mathrm{j}\omega)_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}=\mathrm{j}\omega H(\mathrm{j}\omega)_{z_2\sim q} \tag{4-6}$$

4.1.2 车身垂直加速度均方值

当车辆在不同等级公路上行驶时，可把路面速度输入谱视为白噪声，即

$$G_{\dot{q}}(f)=4\pi^2G_q(n_0)n_0^2v \tag{4-7}$$

式中，n_0 为参考空间频率，$n_0=0.1\mathrm{m}^{-1}$；v 为车速。

根据随机振动理论，响应均方值为

$$\sigma_x^2=\int_{-\infty}^{+\infty}|H(\mathrm{j}\omega)_{x\sim\dot{q}}|^2\frac{G_{\dot{q}}(f)}{2}\mathrm{d}f \tag{4-8}$$

式中，$|H(\mathrm{j}\omega)_{x\sim\dot{q}}|$ 为响应量 x 对路面不平度输入速度 $\dot{q}$ 的频响函数，其中，响应量 x 可代表振动车身和车轮的位移、车身和车轮的加速度、悬架动挠度和车轮动载。

因此，根据频响函数式(4-6)及式(4-8)，可得到车身垂直加速度 $\ddot{z}_2$ 的均方值为

$$\sigma_{\ddot{z}_2}^2=\pi^2G_q(n_0)n_0^2v\frac{\omega_0^3(1+r_\mathrm{m}+4r_\mathrm{m}r_\mathrm{k}\xi^2)}{2\xi r_\mathrm{m}} \tag{4-9}$$

4.1.3 基于舒适性的车辆悬架最佳阻尼比 ξ_{oc}

通过对车身垂直加速度均方值 $\sigma_{\ddot{z}_2}^2$ 求 ξ 的偏导数，可以得到基于舒适性的最佳阻尼比 ξ，由式(4-9)可得

当 $\dfrac{\partial\sigma_{\ddot{z}_2}}{\partial\xi}=0$，　　$\xi=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{1+r_\mathrm{m}}{r_\mathrm{m}r_\mathrm{k}}}$

因此，基于舒适性的车辆悬架最佳阻尼比为

$$\xi_{oc}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1+r_\mathrm{m}}{r_\mathrm{m}r_\mathrm{k}}} \tag{4-10}$$

例如，对于某轮式车辆，质量比 $r_\mathrm{m}=10$，刚度比 $r_\mathrm{k}=9$，将 $r_\mathrm{m}=10$ 和 $r_\mathrm{k}=9$ 代入式(4-10)可求得基于舒适性的车辆悬架最佳阻尼比为 $\xi_{oc}=0.1748$。其中，图 4.2 即为 C 级路面，在车速 $v=60\mathrm{km/h}$ 情况下的车身加速度随阻尼比变化的曲线。

可知，当悬架阻尼比 $\xi=\xi_{oc}=0.1748$ 时，车身加速度达到最小，即车辆达到最佳乘坐舒适性。当阻尼比 $\xi>\xi_{oc}$ 时，随着阻尼比的增加，车身加速度增加，即乘坐舒适性变差；当阻尼比 $\xi<\xi_{oc}$ 时，随着阻尼比的减小，车身加速度也迅速增加，乘坐舒适性也变差。

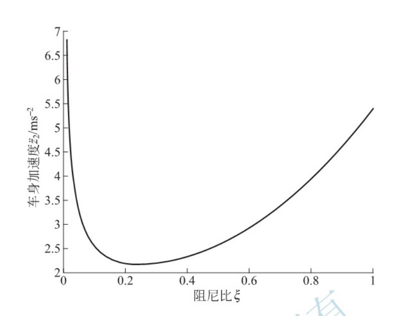


图 4.2 C 级路面车身加速度随阻尼比变化的曲线

4.2 基于安全性的悬架系统最佳阻尼比

根据车轮动载频响函数式(4-5)及式(4-7)和式(4-8)，可得车轮动载荷的均方值为

$$\sigma_{F_d}^2=K_t^2\pi^2G_q(n_0)n_0^2v\frac{r_mr_k(r_mr_k-2-2r_m)+(1+r_m)^3+4r_mr_k\xi^2(1+r_m)^2}{2r_m^3r_k^2\omega_0\xi}\tag{4-11}$$

车轮动载均方值 $\sigma_{F_d}^2$ 对阻尼比 ξ 求偏导数，可以得到基于安全性的最佳阻尼比，因此，由式(4-11)可得

当 $\dfrac{\partial\sigma_{F_d}^2}{\partial\xi}=0$，$\xi=\dfrac{1}{2(1+r_m)}\sqrt{\dfrac{R}{r_mr_k}}$

式中，$R=r_mr_k(r_mr_k-2-2r_m)+(1+r_m)^3$。

因此，基于安全性的车辆悬架最佳阻尼比为

$$\xi_{os}=\frac{1}{(1+r_m)}\sqrt{\frac{R}{4r_mr_k}}\tag{4-12}$$

例如，上述某轮式车辆，质量比 $r_m=10$，刚度比 $r_k=9$，将 $r_m=10$ 和 $r_k=9$ 代入式(4-12)可求得基于安全性的车辆悬架最佳阻尼比为 $\xi_{os}=0.4136$。

其中，图 4.3 即为轮胎刚度为 1000000N/m，取 C 级路面，车速 v 为 60km/h 情况下，车轮动载随阻尼比变化的曲线。

可知，车轮动载在 $\xi_{os}=0.4136$ 时达到最小值。当阻尼比 $\xi>\xi_{os}=0.4136$ 时，随着阻尼比 ξ 的增加，车轮动载 F_d 逐渐增加；当 $\xi<\xi_{os}=0.4136$ 时，随着阻尼比 ξ 的减小，车轮动载 F_d 迅速增加。

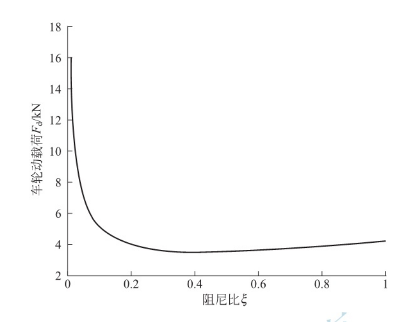


图 4.3　C 级路面车轮动载随阻尼比变化曲线

4.3　基于舒适性和安全性的最佳阻尼比

4.3.1　悬架动挠度

根据式(4－3)和式(4－4)可求得悬架动挠度 δ_d 对路面输入激励 q 的频响函数为

$$H(\mathrm{j}\omega)\big|_{\delta_d\sim q}=H(\mathrm{j}\omega)\big|_{z_2\sim q}-H(\mathrm{j}\omega)\big|_{z_1\sim q} \tag{4-13}$$

即

$$\begin{aligned}H(\mathrm{j}\omega)\big|_{\delta_d\sim q}&=\frac{r_k+2r_k\xi\lambda\mathrm{j}}{(1-\lambda^2)\left(1+r_k-\dfrac{\lambda^2}{r_m}\right)-1+\left[r_k-\left(\dfrac{1+r_m}{r_m}\right)\lambda^2\right]2\xi\lambda\mathrm{j}}-\\&=\frac{(r_k-\lambda^2 r_k)+2\xi\lambda r_k\mathrm{j}}{(1-\lambda^2)\left(1+r_k-\dfrac{\lambda^2}{r_m}\right)-1+2\xi\lambda r_k-\left[\dfrac{(1+r_m)\lambda^2}{r_m}\right]\mathrm{j}}\end{aligned} \tag{4-14}$$

根据响应量频响函数之间的关系，可得悬架动挠度 δ_d 对路面输入激励速度 $\dot{q}$ 的频响函数为

$$H(\mathrm{j}\omega)\big|_{\delta_d\sim\dot{q}}=\frac{1}{\mathrm{j}\omega}H(\mathrm{j}\omega)\big|_{\delta_d\sim q} \tag{4-15}$$

利用式(4－15)、式(4－7)和式(4－8)，可得到悬架动挠度 δ_d 的均方值为

$$\sigma_{\delta_d}^2=\pi^2 G_q(n_0)n_0^2 v\frac{1+r_m}{2\xi\omega_0 r_m} \tag{4-16}$$

4.3.2　基于舒适性和安全性的半主动悬架最佳阻尼比

把振动微分方程组式(4－1)中的两个式子相加，可得

$$m_2\ddot{z}_2+m_1\ddot{z}_1+K_t(z_1-q)=0 \tag{4-17}$$

对式(4－17)进行拉氏变换，可得

$$m_2 s^2 Z_2 + m_1 s^2 Z_1 + K_t(Z_1 - Q) = 0 \tag{4-18}$$

由于车身振动加速度 $\ddot{z}_2$、车轮动载荷 F_d 和悬架弹簧动挠度 δ_d，对路面激励速度 $\dot{q}$ 的传递函数分别为 $H_{\ddot{z}_2 \sim \dot{q}}(j\omega) = j\omega \dfrac{Z_2}{Q}$；$H_{F_d \sim \dot{q}}(j\omega) = \dfrac{K_t(Z_1 - Q)}{j\omega Q}$；$H_{\delta_d \sim \dot{q}}(j\omega) = \dfrac{Z_2 - Z_1}{j\omega Q}$。

因此，对式(4-18)进行恒等变换，可得

$$m_2 s^2 Z_2 + m_1 s^2 (Z_1 - Q) + m_1 s^2 Q + K_t(Z_1 - Q) = 0$$

$$m_2 s^2 \frac{Z_2}{Q} + m_1 s^2 \frac{(Z_1 - Q)}{Q} + m_1 s^2 + K_t \frac{(Z_1 - Q)}{Q} = 0$$

$$m_2 \frac{Z_2 s}{Q} + \frac{m_1 s^2}{K_t} \frac{K_t(Z_1 - Q)}{Qs} + m_1 s + \frac{K_t(Z_1 - Q)}{Qs} = 0$$

$$m_2 \frac{j\omega Z_2}{Q} + \frac{m_1 (j\omega)^2}{K_t} \frac{K_t(Z_1 - Q)}{Qj\omega} + m_1 j\omega + \frac{K_t(Z_1 - Q)}{Qj\omega} = 0$$

$$m_2 H_{\ddot{z}_2 \sim \dot{q}}(j\omega) - \frac{m_1 \omega^2}{K_t} H_{F_d \sim \dot{q}}(j\omega) + m_1 j\omega + H_{F_d \sim \dot{q}}(j\omega) = 0$$

即

$$m_2 H_{\ddot{z}_2 \sim \dot{q}}(j\omega) + (K_t - m_1 \omega^2) \frac{1}{K_t} H_{F_d \sim \dot{q}}(j\omega) + j\omega m_1 = 0 \tag{4-19}$$

上式即为车身振动加速度对路面速度激励传递函数 $H_{\ddot{z}_2 \sim \dot{q}}(j\omega)$ 与车轮动载对路面速度激励传递函数 $H_{F_d \sim \dot{q}}(j\omega)$ 之间的关系式。

同理，对式(4-18)进行相应的恒等变换，可分别得到：车身振动加速度对路面速度激励传递函数 $H_{\ddot{z}_2 \sim \dot{q}}(j\omega)$ 与悬架动挠度对路面速度激励传递函数 $H_{\delta_d \sim \dot{q}}(j\omega)$ 之间的关系式，以及悬架动挠度对路面速度激励传递函数 $H_{\delta_d \sim \dot{q}}(j\omega)$ 与车轮动载对路面速度激励传递函数 $H_{F_d \sim \dot{q}}(j\omega)$ 之间的关系式。

车身加速度、车轮动载荷和悬架动挠度的频响函数是相互影响和相互制约的，在某较宽的频带内改善3个传递函数中的任一个或两个，同时会造成其他频响函数的变化。因此，在建立悬架性能目标函数时，若以车身加速度、车轮动载荷和悬架动挠度中的两个建立综合目标函数，必须以悬架动挠度作为约束条件。

半主动悬架系统的功能是使减振器阻尼能根据不同路况进行调节，在舒适性和安全性之间进行协调，实现更好的折中。因此在求解悬挂系统最佳阻尼时，应根据车身加速度和车轮动载荷建立目标函数，而约束条件则限制悬架动挠度。在车辆的实际行驶过程中，道路谱和车速在较小的一段时间内是相对稳定的，即道路谱和车速分段稳定，故利用均方值建立目标函数，考虑的是整个频域上的平均值。因此，建立如下无量纲的最佳阻尼比优化设计目标函数

$$J(\xi) = \alpha \left(\frac{\sigma_{\ddot{z}}}{g}\right)^2 + (1 - \alpha)\left(\frac{\sigma_{F_d}}{mg}\right)^2 \tag{4-20}$$

约束条件为 $\begin{cases} \sigma_{\delta_d} \leqslant [\delta_d]/3 \\ \xi_{oc} \leqslant \xi \leqslant \xi_{os} \end{cases}$

式中，α 为加权系数；$[\delta_d]$ 为悬架动挠度限位行程。

把式(4-9)、式(4-11)代入优化设计目标函数式(4-20)，得

$$J(\xi) = F(\xi, G_q, v, r_k, r_m) \tag{4-21}$$

对优化设计目标函数求 ξ 的偏导数，即令 $\dfrac{\partial J}{\partial \xi} = 0$，可得到基于安全性和舒适性统一的

悬架最佳阻尼比 ξ^*，因此，由约束条件和阻尼比优化方法可求得

$$\xi_o=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{1+r_m}{r_m r_k}} & \xi^*\leqslant\xi_{oc}\\ \xi^* & \xi_{oc}<\xi^*<\xi_{os}\\ \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{1+r_m}{r_m r_k}+\dfrac{r_m r_k-2-2r_m}{(1+r_m)^2}} & \xi^*\geqslant\xi_{os}\end{cases} \tag{4-22}$$

由于舒适性和安全性是一个不可分割的整体，故 $0\leqslant\alpha\leqslant1$；而 α 取 0 与 1 之间的任何数值时，都有 $\xi_{oc}\leqslant\xi^*\leqslant\xi_{os}$，故上式化为

$$\xi_o=\begin{cases}\xi_{oc} & \xi^*=\xi_{oc}\\ \xi^* & \xi_{oc}<\xi^*<\xi_{os}\\ \xi_{os} & \xi^*=\xi_{os}\end{cases} \tag{4-23}$$

只要测得行驶车速和路面不平度输入，就可根据式(4－23)求得最佳阻尼比，从而使悬架处于最佳减振状态。为了控制律实现的简易性，把车速与路面不平度的激励谱作为一个输入信号，采用加速度传感器采集车身垂直加速度信号 $\ddot{z}$，利用式(4－9)进行反求激励信号，即

$$G_q(n_0)n_0^2v=\frac{2\xi r_m\ddot{z}_2^2}{\pi^2\omega_0^3(1+r_m+4r_m r_k\xi^2)} \tag{4-24}$$

式中，r_m、r_k、ω_0 对特定悬架系统均为已知；ξ 为悬架系统当前阻尼比。

例如，某车辆悬架质量比 $r_m=10$，刚度比 $r_k=9$，由式(4－23)，可求得半主动悬架阻尼比随车身垂直加速度的变化曲线，即悬架阻尼比最佳控制律曲线，如图 4.4 所示。车身加速度是路谱激励下的反应，因此可根据车身加速度调节最佳阻尼比，使舒适性和安全性达到最佳折中状态。

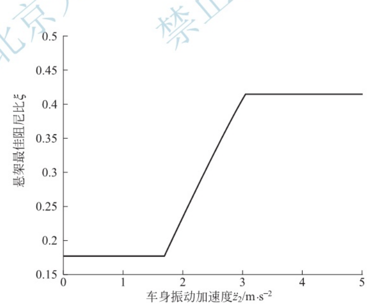


图 4.4　悬架最佳阻尼比随车身振动加速度的变换曲线

当车速为 20km/h 时，行驶在不同路况情况下的车辆悬架最佳阻尼比 ξ 随路况的变换曲线，如图 4.5 所示。

当行驶在 C 级路况情况下时，车辆在不同速度情况下的车辆悬架最佳阻尼比 ξ 随车速的变换曲线，如图 4.6 所示。

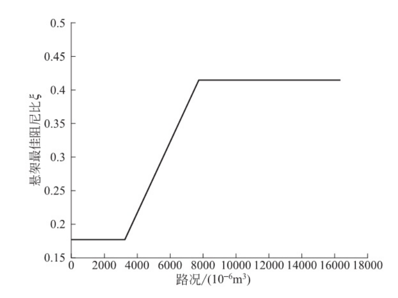


图 4.5　悬架最佳阻尼比随路况的变换曲线

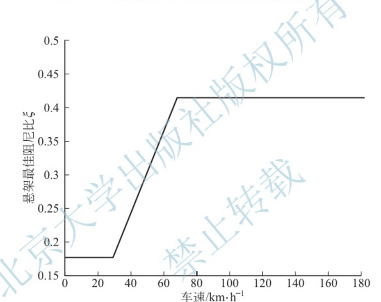


图 4.6　悬架最佳阻尼比随车速的变换曲线

由图 4.4～图 4.6 可知，汽车在良好路面上行驶时，车身垂直加速度较小，为了保证乘坐舒适性，悬架阻尼比调节为舒适性最佳阻尼比 $\xi_{oc}=0.1748$；在较差路面上行驶时，垂直加速度较大，为了保证行驶安全性，悬架阻尼比调节为安全性最佳阻尼比 $\xi_{os}=0.4136$；在中等路面上行驶时，在保证悬架动挠度的前提下，即在不超过悬架限位行程的前提下，调节阻尼比得到较好的舒适性，同时又不失安全性，使安全性与舒适性达到最好的折中状态；在相同路面行驶时，在较小速度情况下，可选择舒适性最佳阻尼比 $\xi_{oc}=0.175$，当大于一定速度时，可选择安全性最佳阻尼比 $\xi_{os}=0.4136$，当在一定车速范围内时，随着车速的增加，阻尼比逐渐增大。因此，车辆根据变化的激励不断地调整悬架阻尼比，就能保证悬架在各种路面条件下均获得最佳的减振性能。

4.3.3　路况及车速预测

根据式(4-24)，利用所测得的车身振动加速度，可实现对路况和车速的预测。其中，已知车身垂直振动加速度 $\ddot{z}_2^2$ 和车辆行驶速度 v 时，由式(4-24)可知车辆行驶路况为

$$G_q(n_0)=\frac{\xi r_m \ddot{z}_2^2}{4\pi^5 f_0^3 n_0^2 v(1+r_m+4r_m r_k \xi^2)} \tag{4-25}$$

已知车身垂直振动加速度 $\ddot{z}_2^2$ 和车辆行驶路况 $G_q(n_0)$ 时，由式(4-24)可知车速为

$$v=\frac{\xi r_m \ddot{z}_2^2}{4\pi^5 f_0^3 n_0^2 G_q(n_0)(1+r_m+4r_m r_k \xi^2)} \tag{4-26}$$

例如，某车辆悬架质量比 $r_m=10$，刚度比 $r_k=9$，车身固有频率 $f_0=1.05\text{Hz}$，车辆悬架系统阻尼比 $\xi=0.25$，车辆行驶速度 $v=40\text{km/h}$，则路况随车身振动加速度 $\ddot{z}_2^2$ 的变化曲线，如图 4.7 所示。

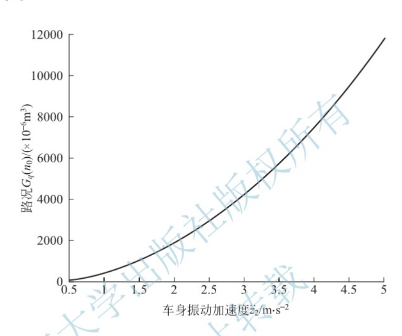


图 4.7　路况随车身振动加速度的变化曲线

当车辆行驶在 D 级路面上时，则车速 v 随车身振动加速度 $\ddot{z}_2^2$ 的变化曲线如图 4.8 所示。

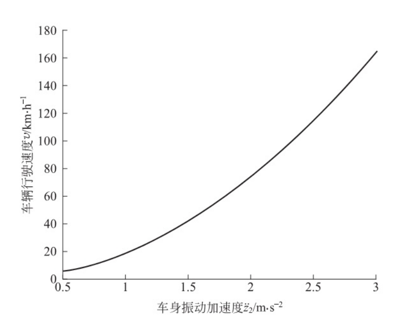


图 4.8　D 级路面车速随车身振动加速度的变化曲线

4.4 被动悬架系统最佳阻尼可行性设计区

由上述所讲的基于舒适性和基于安全性的车辆最佳阻尼比可知，被动悬架的最佳阻尼比应该在［0.1748，0.4136］范围之内，即最小阻尼比为 $\xi_{min}=\xi_{oc}=0.1748$，而最大阻尼比为 $\xi_{max}=\xi_{os}=0.4136$。

当车辆的质量比 r_m 一定时，在不同刚度比 r_k(5.0，7.5，10，15，20)情况下，车身垂直加速度均方值和悬架动挠度均方值响应的相互关系，如图4.9所示。

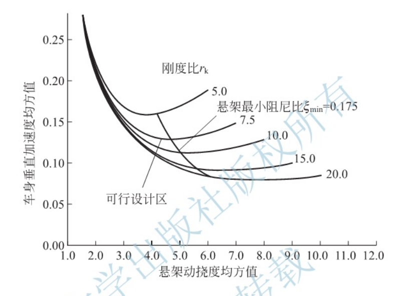


图4.9 被动悬架可行设计区

从图4.9中可以看出，每一个悬架刚度比对应一条曲线，其阻尼比都是自左到右由较重到较轻的趋势，对于每一悬架刚度都存在使悬架垂直加速度均方响应最小的最优阻尼比。随着刚度比的减小(弹簧变硬)曲线变陡，接近最优阻尼的选择范围会变小，如选择不当会引起悬架质量垂直加速度和动挠度同时剧烈增大；如果把客车车轮阻尼比 $\xi=0.1748$ 作为抑制轮胎弹跳的下限值，把每条曲线上 $\xi=0.1748$ 的点连接起来，便封闭了这族曲线的发散端，形成了由变形三角区定义的可行设计区；迄今具有被动悬架的大部分车辆的悬架匹配性能大都在可行设计区内有确定的位置，并在平顺性和安全性设计上得到适当评价。因此阻尼比的设计要在可行设计区内选择，软簧和轻阻尼的豪华轿车处于该区的右下域，而硬簧和重阻尼的赛车则处于该区的左上域。

4.5 悬架系统最佳匹配减振器的阻尼特性

4.5.1 悬架系统最佳阻尼系数

设单轮总质量为 m_t，单轮簧下质量为 m_d，则单轮簧上质量为 $m_u=m_t-m_d$。按1/4单自由度振动模型，由振动理论可知，悬架系统最佳阻尼比 ξ_o 与车辆参数之间的关系为

$$\xi_o=\frac{C_s}{2\sqrt{Km_u}} \tag{4-27}$$

式中，K 为悬架刚度。

因此，悬架系统最佳阻尼系数为

$$C_s=2\xi_o\sqrt{Km_u}=2\xi_o m_u\sqrt{\frac{K}{m_u}}=4\pi\xi f_0 m_u \tag{4-28}$$

式中，ξ 为悬架最佳阻尼比；f_0 为悬架固有频率，$f_0=\frac{\omega_0}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m_u}}$。

4.5.2 减振器最佳阻尼分段线性特性

减振器阻尼特性一般是非线性的，大都利用分段线性阻尼特性来表示。为了保证减振器寿命，减振器设有初次开阀速度点 V_{k1}，即当车辆行驶在平坦路面时，减振器不开阀，只是利用减振器的常通节流孔所产生的节流阻尼力进行工作。而为了保证减振器在相对速度比较大时不撞击车身，减振器设有最大开阀速度点 V_{k2}，即当车辆行驶在较坏路面时，减振器节流阀达到最大，阻尼力比较大，以免减振器撞击车身。当减振器速度 V 大于初次开阀速度而小于最大开阀速度点时，即 $V_{k1}<V<V_{k2}$，减振器节流阀的开度随速度增加而增加，因此，减振器阻尼力 F_d 可满足车辆对非线性阻尼特性的要求。减振器在复原和压缩行程过程中，考虑在压缩行程中悬架弹簧作用的影响，因此，减振器复原和压缩行程的阻尼特性不对称，在相同速度下，定义压缩行程和复原行程的阻尼力之比为减振器双向阻尼比 β，一般大约为 $\beta=1/3$。

当车辆悬架系统最佳阻尼比 ξ_o 确定之后，可根据车辆类型、安装位置和角度确定车辆悬架最佳阻尼匹配减振器的分段线性阻尼特性，其中包括减振器复原行程的分段线性阻尼特性，即复原行程的初次开阀阻尼系数、初次开阀后的阻尼系数，和减振器压缩行程的分段线性阻尼特性，即压缩行程的开阀阻尼系数、初次开阀后的阻尼系数。

1. 复原行程分段线性阻尼特性

1）初次开阀最佳阻尼系数 C_{d1}

减振器的安装位置不在车轮位置上方，且有一定的安装角度 α，如图 4.10 所示。

由于减振器安装位置和角度对悬架系统阻尼有影响，因此，根据悬架系统杠杆比 $i=a/b$ 和安装角度 α，可求得减振器在首次开阀时的阻尼系数为

$$C_{d1}=\frac{C_s}{i^2\cos^2\alpha}=\frac{4\pi\xi f_0 m_u}{i^2\cos^2\alpha} \tag{4-29}$$

由上式可知，悬架系统杠杆比 $i=a/b$ 和安装角度 α 都影响减振器的阻尼系数，其中减振器阻尼系数随杠杆比 i 和安装角度 α 的变化曲线分别如图 4.11 和图 4.12 所示。

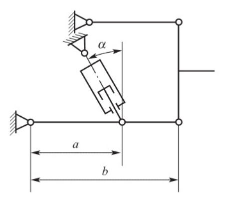


图 4.10 减振器安装位置和角度

因此，减振器在初次开阀速度点的阻尼力为

$$F_{d1}=C_{d1}V_{k1} \tag{4-30}$$

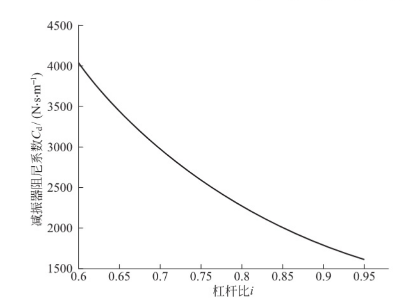


图 4.11 减振器阻尼系数随杠杆比 i 的变化曲线

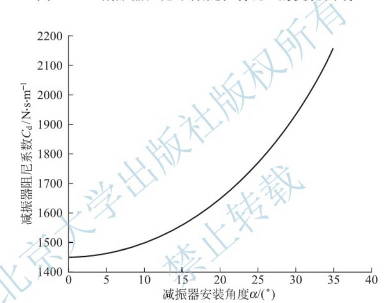


图 4.12 减振器阻尼系数随安装角度 α 的变化曲线

2）二次开阀最佳阻尼系数

减振器阻尼是非线性的，一般将减振器速度特性分段线性化，并将减振器首次开阀前的速度特性直线斜率 k_1 与二次开阀前的速度特性直线斜率 k_2 的比值定义为减振器平安比 η，其中减振器首次开阀前的速度特性曲线斜率 k_1，即为减振器开阀前的阻尼系数 C_{d1}。因此减振器平安比 η 可表示为

$$\eta=\frac{k_1}{k_2}=\frac{C_{d1}}{k_2} \tag{4-31}$$

因此，可得减振器二次开阀前速度特性曲线的斜率 k_2 为

$$k_2=\frac{C_{d1}}{\eta} \tag{4-32}$$

根据阻尼力与阻尼系数和速度之间关系，可得减振器最大开阀阻尼系数 C_{d2} 为

$$C_{d2}=\frac{F_{d2}}{V_{k2}}=\frac{F_{d1}+k_2(V_{k2}-V_{k1})}{V_{k2}} \tag{4-33}$$

式中，V_{k1} 和 V_{k2} 分别为减振器首次开阀速度和最大开阀速度点；F_{d1} 和 F_{d2} 分别为减振器在

首次和最大开阀速度点所对应的阻尼力。

将式(4－30)和式(4－32)代入式(4－33)，则减振器最大开阀阻尼系数 C_{d2} 可表示为

$$C_{d2}=\frac{C_{d1}}{\eta}+C_{d1}\left(1-\frac{1}{\eta}\right)\frac{V_{k1}}{V_{k2}} \tag{4-34}$$

因此，减振器在最大开阀速度点所对应的阻尼力 F_{d2} 为

$$F_{d2}=C_{d2}V_{k2} \tag{4-35}$$

2. 压缩行程分段线性阻尼特性

根据减振器在复原行程的分段线性阻尼特性，以及减振器复原和压缩的双向阻尼比 β，可确定减振器在压缩行程的分段线性阻尼特性，其中

初次开阀的阻尼系数 C_{d1y} 为

$$C_{d1y}=\beta C_{d1} \tag{4-36}$$

因此，减振器压缩行程在初次开阀速度点的阻尼力 F_{d1y} 为

$$F_{d1y}=\beta F_{d1}=\beta C_{d1}V_{k1} \tag{4-37}$$

最大开阀的阻尼系数 C_{d2y} 为

$$C_{d2y}=\beta C_{d2}=\beta\frac{C_{d1}}{\eta}+\beta C_{d1}\left(1-\frac{1}{\eta}\right)\frac{V_{k1}}{V_{k2}} \tag{4-38}$$

因此，减振器压缩行程在最大开阀速度点的阻尼力 F_{d2y} 为

$$F_{d2y}=\beta F_{d2}=\beta C_{d2}V_{k2} \tag{4-39}$$

3. 整个行程的速度特性

根据减振器复原行程和压缩行程的初次开阀速度点和最大开阀速度点的阻尼特性，便可得到减振器整个行程下的分段线性速度特性，即利用复原行程的初次开阀速度点(V_{k1}，F_{d1})和最大开阀速度点(V_{k2}，F_{d2})，以及压缩行程的初次开阀速度点(V_{k1y}，F_{d1y})和最大开阀速度点(V_{k2y}，F_{d2y})，便可得到减振器速度特性曲线，如图 4.13 所示。

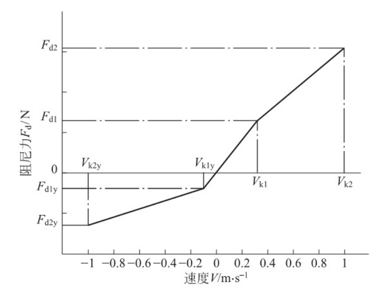


图 4.13　减振器分段线性速度特性曲线

小　　结

车辆悬架系统阻尼匹配决定车辆悬架的特性，对车辆行驶平顺性和安全性具有重要的影响，因此本章对车辆悬架系统阻尼匹配进行分析，首先对基于舒适性的悬架系统最佳阻尼比进行了分析，其中包括单轮二自由度悬架系统响应的频响函数、车身垂直加速度均方值、基于舒适性的车辆悬架最佳阻尼比 ξ_{oc}；随后对基于安全性的悬架系统最佳阻尼比进行了分析，对基于舒适性和安全性的最佳阻尼比进行探讨，以悬架动挠度为约束条件，给出了基于舒适性和安全性的半主动悬架最佳阻尼比，并对路况辨识及车速预测进行分析；对被动悬架系统最佳阻尼可行性设计区进行了介绍；最后介绍了悬架系统最佳匹配减振器的阻尼特性的建立，即如何根据悬架系统最佳阻尼系数确定减振器最佳阻尼分段线性特性。

第 5 章 液压筒式减振器设计及理论

5.1 筒式减振器的结构和工作原理

5.1.1 减振器的结构

汽车减振器是悬架系统中的重要部件之一，在车辆行驶过程中起着重要作用，其中，应用最为广泛的是筒式减振器。减振器的阻尼力主要是由油液流经节流小孔、缝隙的节流压力差产生的，它能有效地衰减簧上、簧下质量的相对运动，提高车辆的行驶平顺性和操纵稳定性。筒式减振器结构简单、性能可靠、价格低，深受汽车生产厂家的青睐。

双筒式液压减振器由活塞缸和补偿室两部分组成，如图 5.1(a)所示。活塞缸内有带杆的活塞总成，如图 5.1(b)所示。活塞缸的上端安装活塞杆导向座及密封装置，而活塞缸的下端有底阀总成，如图 5.1(c)所示。活塞上有常通孔及复原阀和流通阀，与底阀的常通孔及补偿阀和压缩阀配合，控制工作压力及各方向的流量，并使活塞缸内不产生气泡，避免活塞换向时出现“空程”。补偿室内上为空气，下部工作液通过底阀与活塞缸连通，在活塞杆上下运动或由于温度变化而使工作液体积发生变化时，接受或补偿需要调节的工作液。补偿室上端常与导向座出口连通，使活塞杆的油封处于低压状态，结构如图 5.1(a)所示。

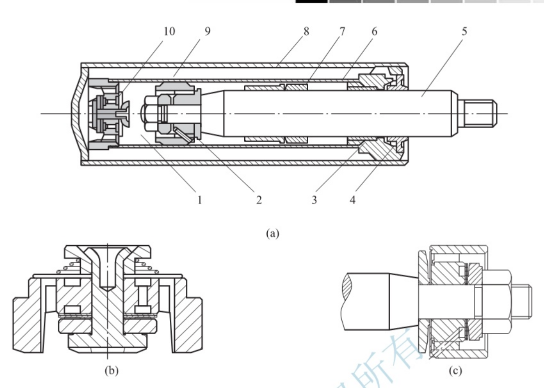


图 5.1 筒式减振器结构

(a) 减振器总体结构；(b) 底阀总成；(c) 活塞总成

1—活塞缸；2—活塞总成；3—活塞杆导向器；4—密封；5—活塞杆；6—内缸筒；

7—防撞块；8—外缸筒；9—补偿室；10—底阀

5.1.2 减振器的工作原理

筒式液压减振器的工作原理可分为压缩和复原两个行程加以说明。

减振器处于复原行程时，复原阀和补偿阀工作，活塞缸筒上腔的油液经过复原阀流入到下腔，而储油腔的一部分油液经过补偿阀流入到下腔，油液经过复原阀和补偿阀产生复原节流压力。当减振器运动速度低于复原行程开阀速度时，复原阀不开阀，油液仅流经常通节流孔而产生节流压力；当减振器速度大于复原行程开阀速度时，复原阀开阀，油液流经常通节流孔及节流阀片变形所形成的节流缝隙，产生节流压力。

减振器处于压缩行程时，压缩阀和流通阀工作。下腔中的一部分油液经过流通阀流入到上腔，而另一部分油液则经过压缩阀流入到储油腔，油液经过压缩阀和流通阀产生压缩节流压力。当减振器运动速度低于压缩行程开阀速度时，压缩阀不开阀，油液仅流经常通节流孔而产生节流压力；当减振器速度大于压缩行程开阀速度时，压缩阀开阀，油液流经常通节流孔及节流阀片变形所形成的节流缝隙，产生节流压力。

5.2 液压减振器阻尼构件及阻尼力分析

5.2.1 阻尼构件分析

1. 活塞缝隙

活塞缝隙的结构简图如图 5.2 所示。

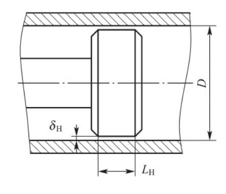


图 5.2　活塞缝隙结构简图

缝隙长度 L_H，缸内径 D；活塞缝隙的大小是根据活塞与缸筒之间的配合公差决定的，其中最小间隙为 δ_{Hmin}；最大间隙为 δ_{Hmax}；平均间隙为 δ_H。

活塞缝隙属于环形偏心缝隙，偏心率为 e，$0\leqslant e\leqslant 1$。根据环形偏心缝隙流量压力之间的关系式，可得活塞缝隙流量和压力之间关系为

$$Q_H=\frac{\pi D\delta_H^3(1+1.5e^2)p_H}{12\mu_t L_H} \tag{5-1}$$

2. 复原阀

复原阀与活塞孔结构简图如图 5.3 所示。

图 5.3 中，d_h 为活塞孔的直径，活塞孔的个数为 n_h；p 为作用在节流阀片上的压力；f_{rk0} 为节流阀片的预变形量，以保证复原阀的开阀速度，是由安装尺寸决定的；r_b 为阀片的外半径；r_k 为阀口位置半径；r_a 为阀片内半径(考虑安装尺寸之后的实际尺寸)；δ_k 为复原阀开度，等于阀片在阀口位置总变形量 f_{rk} 减去阀片的预变形量 f_{rk0}。

计算复原阀压力或流量时应考虑活塞孔、活塞缝隙、常通节流孔以及复原节流缝隙，同时还要将油路突然扩大、缩小及油液改变方向的局部阻力损失考虑在内。

1）常通节流孔

复原常通节流孔是由节流阀片上的多个小矩形节流孔构成的，如图 5.4 所示。

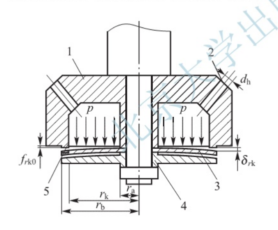


图 5.3　复原阀与活塞孔结构简图

1—活塞；2—活塞孔；3—节流阀片；4—限位挡圈；5—常通节流孔

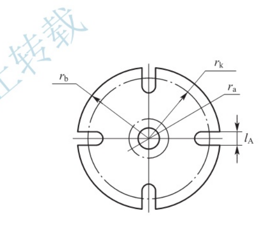


图 5.4　复原节流阀片结构图

对每个小节流孔，其宽度为 l_A，厚度为 h_1，长度为 $l=(r_{bf}-r_{kf})$。单个矩形截面的节流孔面积为 $A_{0f}=h_1\times l_A$。常通节流孔按薄壁小孔或短壁小孔计算，其节流压力与流量之间关系可表示为

$$Q_{A_{0f}}=\varepsilon A_{0f}\sqrt{\frac{2p_{A_{0f}}}{\rho}} \tag{5-2}$$

式中，ε 为节流小孔流量系数；$p_{A_{0f}}$ 为复原阀常通节流孔的节流压力；A_{0f} 为常通节流孔总面积，$A_{0f}=h_1\times l_A\times n_A$，$h_1$ 为带孔节流阀片厚度。

2）节流缝隙

当节流阀片开阀后，其开度为 δ_k。根据前节对环形平面缝隙的分析可知，复原节流缝

隙可看作是圆环平面缝隙，其流量与节流压力关系可表示为

$$Q_{\mathrm{f}}=\frac{\pi\delta_{\mathrm{fk}}^{3}p_{\mathrm{f}}}{6\mu_{\mathrm{t}}\ln(r_{\mathrm{b}}/r_{\mathrm{k}})} \tag{5-3}$$

式中，r_{k}为复原节流阀片的阀口位置半径；r_{b}为复原节流阀片外半径；δ_{fk}为节流阀片开度；p_{f}为复原节流阀片的节流压力差；μ_{t}为油液动力粘度。

3）活塞孔

活塞孔一般是两个以上，均匀分布在活塞上。活塞孔直径d_{h}和个数n_{h}是系列化的，其中直径d_{h}分别有1.5mm、1.75mm和2.0mm；而活塞孔个数n_{h}分别有2、4、6和8个。

对于单个活塞孔，其直径d_{h}，长度L_{h}，一般$L_{\mathrm{h}}/d_{\mathrm{h}}>4$，根据小孔分类定义可知，活塞孔属于细长孔。因此，在考虑各局部阻力系数，叠加并折算为等效活塞孔长度情况下，活塞孔节流压力与流量关系可表示为

$$p_{\mathrm{h}}=\frac{128\mu_{\mathrm{t}}Q_{\mathrm{h}}L_{\mathrm{he}}}{n_{\mathrm{h}}\pi^{2}d_{\mathrm{h}}^{4}} \tag{5-4}$$

式中，p_{h}为活塞孔压力；d_{h}为直径；n_{h}为个数；L_{he}为等效活塞孔长度，是根据沿程阻力系数大小，将各局部阻尼损失叠加，并折算为沿程阻力损失的等效长度。

3. 压缩阀

压缩阀结构如图5.5所示，它是由压缩阀座、阀座孔、节流阀片、常通节流孔、间隙调整垫圈和限位挡圈组成的。其中，d_{hy}为压缩阀座孔的直径；δ_{ky}为压缩阀节流阀片开度；$f_{r\mathrm{k0y}}$为压缩阀片的预变形量，以保证压缩阀的开阀速度，是由安装尺寸决定的；r_{by}为压缩阀片的外半径；r_{ky}为压缩阀口位置半径；r_{ay}为压缩阀片内半径（考虑安装尺寸之后的实际尺寸）。

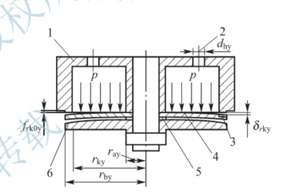


图5.5 压缩阀结构简图

1—压缩阀座；2—阀座孔；
3—常通节流孔；4—节流阀片；
5—间隙调整垫圈；6—限位挡圈

当压缩阀开阀后，压缩阀座小孔、常通节流孔和缝隙节流产生节流压力，同时油液在压缩阀体内腔还有90°方向突变的局部压力损失。

1）阀座孔

压缩阀座孔一般均匀分布在压缩阀座上，其直径d_{hy}和个数n_{hy}是系列化的，直径d_{hy}有1.5mm、1.75mm和2mm；活塞孔个数n_{hy}有4、6和8个。

对于单个压缩阀座孔，由孔的长度和直径之比（$L_{\mathrm{hy}}/d_{\mathrm{hy}}$）决定节流孔的分类。一般情况下，压缩阀座孔为薄壁小孔，因此压缩阀座孔的流量与压力之间关系可表示为

$$Q_{\mathrm{hy}}=\varepsilon A_{\mathrm{hy}}\sqrt{2p_{\mathrm{hy}}/\rho} \tag{5-5}$$

式中，ε为薄壁小孔的流量系数；A_{hy}为压缩阀座孔的总面积，$A_{\mathrm{hy}}=n_{\mathrm{hy}}\pi d_{\mathrm{hy}}^{2}/4$；$p_{\mathrm{hy}}$为压缩阀座孔的节流压力。

2）压缩阀常通节流孔

压缩阀单个常通节流孔的结构与复原阀常通节流孔相同，因此压缩阀常通节流孔为厚壁节流孔。压缩阀常通节流孔流量与压力之间关系可表示为

$$Q_{A_{0\mathrm{y}}}=\varepsilon A_{0\mathrm{y}}\sqrt{2p_{A_{0\mathrm{y}}}/\rho} \tag{5-6}$$

式中，ε 为厚壁孔流量系数；$p_{A_{0y}}$ 为常通节流孔压力；A_{0y} 为所有常通节流孔面积，$A_{0y}=h_{1y}\times l_{Ay}\times n_{Ay}$，$h_{1y}$ 为带孔节流阀片厚度。

3）压缩阀节流缝隙

压缩阀开阀后形成的节流缝隙与复原阀节流缝隙相同，也为圆环平面缝隙，只是节流阀片的内外半径以及阀口位置半径不等。因此，压缩阀节流缝隙流量和节流压力关系可表示为

$$Q_y=\frac{\pi\delta_y^3 p_y}{6\mu_t \ln(r_{by}/r_{ky})} \tag{5-7}$$

式中，r_{by} 为压缩节流阀片外半径；r_{ky} 为阀口位置半径；δ_y 为压缩节流阀片开度；p_y 为压缩节流阀片的缝隙节流压力。

4. 流通阀

流通节流阀与复原节流阀以及压缩阀不同。流通节流阀无常通节流孔，只有节流阀片；同时，流通节流阀片无预变形量。因此，流体阀只有一个阀片变形后所形成的缝隙节流。流通阀结构简图，如图 5.6 所示，它是由节流阀片、限位调整垫圈、上限位挡圈组成的；流通节流阀片如图 5.7 所示。

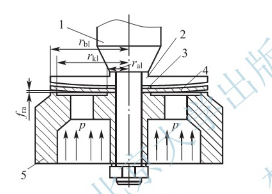


图 5.6　流通阀结构简图

1—活塞杆；2—上限位挡圈；3—间隙调整垫圈；4—流通节流阀片；5—复原阀座

图 5.7　流通节流阀片

流通节流阀片变形后，在阀口位置的变形量即为流通阀开度 δ_l，所形成的节流缝隙为环形平面缝隙。根据前节对环形平面缝隙的研究，流通阀节流缝隙的流量和压力的关系可表示为

$$Q_l=\frac{\pi\delta_l^3 p_l}{6\mu_t \ln(r_{bl}/r_{kl})} \tag{5-8}$$

式中，r_{bl} 为流通阀片外半径；r_{kl} 为阀口半径；δ_l 为开度；p_l 为流通阀节流压力。

5. 补偿阀

补偿阀和补偿阀片的结构简图分别如图 5.8 和图 5.9 所示。其中，补偿阀是由压缩阀座、补偿阀节流阀片、间隙调整垫圈和限位挡圈组成的。

图 5.9 中，r_{ac} 为补偿阀节流阀片的内半径；r_{bc} 为补偿阀节流阀片的外半径；r_{kc} 为补偿阀节流阀片的阀口半径。

补偿阀结构与流通阀结构基本相同，只是补偿阀片更薄，内半径很小，外半径和阀口位置半径更大。并且为了使减振器在复原行程中，使储油室的油液能及时补充流入到活塞

缸筒下腔，补偿阀片还将一部分阀片去掉，减小补偿阀片刚度。

由补偿阀片的结构可知，由于阀片薄且刚度低，补偿阀在很小压力下变形量大，即补偿阀开度大，节流阻尼力很小，易于油液通过。因此，在汽车减振器设计中可不考虑补偿阀所产生的节流阻尼力。

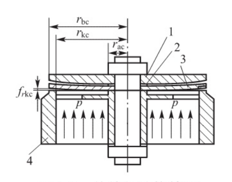


图 5.8　补偿阀结构简图

1—限位挡圈；2—间隙调整垫圈；
3—补偿阀节流阀片；4—压缩阀座

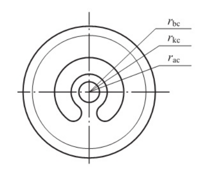


图 5.9　补偿阀片简图

5.2.2　节流压力损失与叠加原理

1. 沿程压力损失

1）层流沿程损失

油液流经直径为 d 的圆管的沿程压力损失可表示为

$$p=\frac{64l\rho v^2}{2dRe}=\lambda_1\frac{8\rho lQ^2}{\pi^2 d^5} \tag{5-9}$$

式中，λ_1 为层流沿程阻力系数，$\lambda_1=\frac{64v}{vd}$；l 为管路长度。

可知，圆管的沿程压力损失与油液动力粘度和管路长度 l 成正比，与管径成反比。

2）紊流沿程压力损失

紊流沿程压力损失与层流沿程压力损失的计算公式是一样的，只是紊流沿程阻力系数不同，因此，紊流压力损失可直接表示为

$$p=\lambda_2\frac{8\rho lQ^2}{\pi^2 d^5} \tag{5-10}$$

式中，λ_2为紊流沿程阻力系数。光滑管只与 Re（雷诺数）有关；粗糙管还与管道粗糙度 Δ 有关。

对于光滑管　$\lambda_2=0.3164Re^{-0.25}$　　$(2.3\times10^3<Re<10^5)$

　　　　　　$\lambda_2=0.032+0.221Re^{-0.237}$　　$(10^5<Re<3\times10^6)$

对于粗糙管　$\lambda_2=[1.14+2\lg(d/\Delta)]^{-2}$　　$(Re>3\times10^6)$

2. 局部压力损失

局部损失是指由于油液方向和流速发生急剧变化，局部区域出现漩涡而产生的能量损失，局部压力损失表示为

$$p=\zeta\rho v^2/2 \tag{5-11}$$

式中，ζ 为局部阻力系数。

下面介绍减振器设计和特性分析中，常见的几种局部阻力系数 ζ。

1）突然扩大

管道局部过流断面由 A_1 扩大至 A_2，由包达定理得到的理论公式为

$$\zeta=(A_2/A_1-1)^2 \quad 或 \quad \zeta=(1-A_2/A_1)^2 \tag{5-12}$$

突然扩大局部阻力系数，经过阿切尔(Archer)精密仪器测试认定，该局部扩大阻力系数是准确、可靠的。

2）突然缩小

当油液突然进入小管道 A_2 时，形成一个过流断面最小的收缩断面 A_c，且

$$A_c/A_2=C_c<1 \tag{5-13}$$

C_c 称为断面收缩系数，突然缩小的局部阻力系数 ζ 与断面收缩系数 C_c 有关。在不同结构下的 C_c 和局部阻力系数 ζ 见表 5-1。

表 5-1　突然缩小的收缩系数 C_c 与局部阻力系数 ζ

A_2/A_1	0.01	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
C_c	0.618	0.624	0.632	0.643	0.659	0.681	0.712	0.755	0.831	0.892	1.00
ζ	0.490	0.469	0.431	0.387	0.343	0.298	0.257	0.212	0.161	0.070	0.00

3）弯管和折管

弯管和折管的流动现象十分复杂。由于流动惯性，在弯管和折管的内侧往往流线分离而形成涡流。威斯巴赫通过试验总结出了弯管和折管角度为 θ 的阻力系数。

弯管阻力系数为
$$\zeta=\left[0.131+1.847\left(\frac{d}{2R}\right)^{3.5}\right]\frac{\theta}{90} \tag{5-14}$$

折管阻力系数为
$$\zeta=0.946\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)+2.407\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right) \tag{5-15}$$

式中，d 为管道直径；R 为拐角半径；θ 为折管角度。

对于油液突然改变流向的局部阻力系数，可按折管阻力系数分析计算。

3. 节流压力损失叠加原理

压力损失叠加原理为，总压力损失等于所有沿程和局部压力损失之和，即

$$h_w=\left(\lambda\frac{l}{d}+\Sigma\right)\frac{v^2}{2g} \tag{5-16}$$

为了计算方便，有时将上式进行转换。如果管路主要是沿程损失，则将局部阻力系数折算成一个适当长度的沿程阻力损失。当管路主要是局部损失时，再将沿程阻力系数折算成局部损失。沿程与局部阻力系数的相互折算关系式分别为

$$l_e=\frac{\zeta}{\lambda}d \quad 或 \quad \frac{\lambda l}{d}=\zeta_e \tag{5-17}$$

式中，l_e 为局部阻力的当量管长；ζ_e 为沿程阻力的当量局部阻力系数。

因此，在减振器参数设计和特性分析时，要考虑流通面突然变大、缩小以及流液方向改变等情况下的局部压力损失，并将各局部压力损失进行叠加。

5.2.3 减振器的阻尼力分析

减振器受力分析示意图如图 5.10 所示。减振器复原行程阻尼力和压缩行程阻尼力分

别为 F_{df} 和 F_{dy}；减振器内部有上腔、下腔和储油腔3个腔，它们的压力分别为 P_3、P_2 和 P_1。汽车减振器运动过程中，复原和压缩行程阻尼力等于各节流压力与相应承压面积的乘积，具体数值计算表达式可通过对减振器活塞杆的受力分析得到。

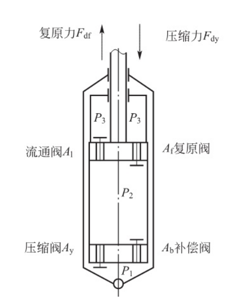


图 5.10 减振器受力分析示意图

1. 复原行程阻尼力

减振器在复原行程中，上、下腔的压力分别为 p_3 和 p_2，而储油腔的压力 p_1 与前两个压力相比很小，可以忽略。根据受力平衡可知，复原阻尼力 F_{df} 为

$$F_{df}=P_3S_h-P_2S_D \tag{5-18}$$

式中，S_D 为活塞截面积，$S_D=\frac{\pi D^2}{4}$；D 为活塞直径；S_h 为活塞缸筒内径与活塞杆之间的环形面积，$S_h=\frac{\pi[D^2-d_g^2]}{4}$；$d_g$ 为活塞杆直径。

由于活塞缸筒的面积 S_D 可以看作是活塞杆面积 S_g 和活塞缸筒内径与活塞杆之间环形面积之和，即

$$S_D=S_g+S_h \tag{5-19}$$

将式(5-19)代入式(5-18)，可得

$$F_{df}=(P_3-P_2)S_h+P_2S_g \tag{5-20}$$

在复原行程，由于 P_2 远远小于 P_3，因此，上式可表示为

$$F_{df}=(P_3-P_2)S_h \tag{5-21}$$

由图5.10可知，在复原行程，活塞缸筒上腔的压力与下腔的压力之差 $(P_3-P_2)=p_{32}$，等于活塞孔的节流压力 p_h 与节流缝隙的节流压力 p_f 之和 (p_h+p_f)，即

$$p_{32}=p_h+p_f \tag{5-22}$$

式中，p_h 为复原阀活塞孔的节流压力；p_f 为复原阀节流缝隙的节流压力。

将式(5-22)代入式(5-21)，则复原阻尼力可表示为

$$F_{df}=(P_h+P_f)S_h \tag{5-23}$$

可知，减振器复原行程阻尼力 F_{df} 等于活塞孔的节流压力与节流缝隙的节流压力之和 (p_h+p_f)，与活塞缸筒和活塞杆之间的环形面积 S_h 的乘积。

2. 压缩行程阻尼力

减振器在压缩行程中，下腔和储油腔的压力分别为 p_2 和 p_1，而上腔压力为 p_3。因此，由活塞杆受力平衡可知，压缩阻尼力 F_{dy} 为

$$F_{dy}=P_2S_D-P_3S_h \tag{5-24}$$

由于 $S_D=S_g+S_h$，代入上式可得

$$F_{dy}=P_2S_g+(P_2-P_3)S_h \tag{5-25}$$

减振器压缩行程，储油腔的压力 P_1 与活塞缸筒下腔的压力 P_2 相比很小，因此 $P_2\approx P_2-P_1$，所以上式可表示为

$$F_{dy}=(P_2-P_1)S_g+(P_2-P_3)S_h \tag{5-26}$$

由图5.10可知，在压缩行程，活塞缸筒下腔的压力与储油腔压力之差$(P_2-P_1)=p_{21}$，等于油液流经压缩阀座孔的节流压力p_{hy}与压缩阀缝隙节流压力差p_y之和，即

$$P_2-P_1=p_{21}=p_{hy}+p_y \tag{5-27}$$

而减振器活塞缸筒下腔的压力p_2与活塞缸筒上腔的压力p_3之差$(P_2-P_3)=P_{23}$，等于油液流经流通阀的节流压力差p_1，即

$$P_2-P_3=p_{23}=p_1 \tag{5-28}$$

将式(5-28)和式(5-27)代入式(5-26)，则压缩阻尼力可表示为

$$F_{dy}=(p_{hy}+p_y)S_g+p_1S_h \tag{5-29}$$

可知，减振器压缩行程阻尼力F_{dy}等于压缩阀座孔的节流压力p_{hy}与压缩阀缝隙节流压力p_y之和，乘以活塞杆截面积，再加上流通阀节流压力差p_1与活塞杆和活塞缸筒之间环形面积S_h的乘积。

由于流通阀的节流压力p_1很小，因此式(5-29)可简化为

$$F_{dy}=(p_{hy}+p_y)S_g \tag{5-30}$$

式(5-30)即为减振器实际设计计算常使用的阻尼力计算公式。

5.3 减振器的特性及特性参数

5.3.1 减振器的示功图

减振器阻尼特性可以用阻尼力随减振器相对位置变化的曲线即示功图来表示。例如，某减振器的示功图如图5.11所示。

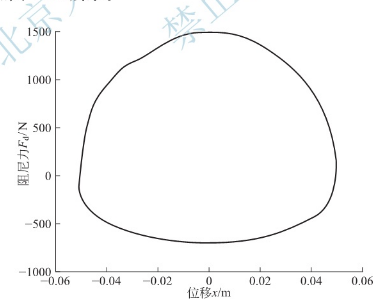


图5.11 减振器示功图

5.3.2 减振器的速度特性

减振器的速度特性是非线性的，可以用速度特性数值和特性曲线表示。例如，某型号的减振器设计所要求的分段线性特性曲线和特性数值分别如表5-2和图5.12所示。

表 5-2 减振器速度特性要求数值

特性要求值	0.1m/s		0.3m/s		0.6m/s		1.0m/s	
	复原	压缩	复原	压缩	复原	压缩	复原	压缩
阻尼力/N	180	150	620	260	990	410	1465	650
绝对偏差/N	±64	±54	±92	±60	±110	±80	±150	±120
相对偏差/%	±35.5	±36.0	±14.8	±23.0	±11.1	±19.5	±10.2	±18

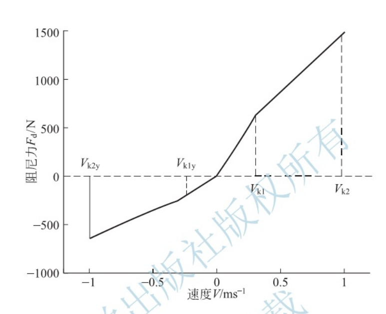


图 5.12 减振器要求速度特性曲线

5.3.3 减振器的阻尼特性参数

根据车辆对减振器阻尼特性的要求以及图 5.12 所示的减振器速度特性曲线，减振器阻尼特性参数经常利用以下特性参数表示。

1. 开阀速度点

1）减振器初次开阀速度点

当汽车行驶在比较平坦的路面上时，为了提高减振器的使用寿命，减少减振器开阀次数，通常减振器设有初次开阀速度点。当减振器达到初次开阀速度点之前，节流阀片不开阀，减振器阻尼力特性主要是依靠减振器油液流经常通节流孔所产生的节流压力；当减振器达到或超过减振器初次开阀速度点时，减振器节流阀片开阀，一部分经过常通节流孔，而另外一部分油液则经过节流阀开阀后所形成的环形节流缝隙。减振器初次开阀速度点是由减振器节流阀片厚度和预变形量决定的，其中节流阀片的预变形量是由节流阀片的安装结构决定的。

图 5.12 中的 V_{k1} 和 V_{k1y} 分别为减振器复原阀和压缩阀的初次开阀速度点。通常减振器复原阀初次开阀速度点 V_{k1}=0.3m/s 左右，而压缩阀初次开阀速度点 V_{k1y}=0.1～0.3m/s 范围之内。

2）减振器最大开阀速度点

当汽车行驶在比较差的路面上时，为了减少减振器撞击车身的次数，防止减振器击

穿，通常减振器设有最大开阀速度点。当减振器达到最大开阀速度点时，减振器节流阀片的变形与限位挡圈接触，使得节流阀片与节流阀座口之间所形成的环形节流缝隙不再随速度增加而增加，即形成了固定节流缝隙。减振器最大开阀速度点是由减振器节流阀片厚度和最大限位间隙决定的，其中节流阀片最大限位间隙的大小主要是由限位间隙垫圈厚度决定的。

图 5.12 中的 V_{k2} 和 V_{k2y} 分别为减振器复原阀和压缩阀的初次开阀速度点。通常减振器复原阀和压缩阀的最大开阀速度点 $V_{k2}=V_{k2y}=1.0\text{m/s}$ 左右。

2. 阻尼系数

减振器阻尼系数通常是利用初次开阀速度点 V_{k1} 处的阻尼系数表示的。由于减振器阻尼特性是非线性的，因此在不同速度范围内减振器的阻尼系数的不同。

1）减振器初次开阀前的阻尼系数

减振器在初次开阀前的阻尼系数 C_{d1} 等于初次开阀前减振器速度特性曲线的斜率，等于初次开阀速度点处的阻尼系数。

因此，减振器在复原行程初次开阀前的阻尼系数为

$$C_{d1}=\frac{F_{dk1}}{V_{k1}} \tag{5-31}$$

式中，V_{k1} 为减振器复原行程初次开阀速度点；F_{dk1} 为减振器在复原初次开阀速度点的阻尼力。

减振器在压缩行程初次开阀前的阻尼系数为

$$C_{d1y}=\frac{F_{dk1y}}{V_{k1y}} \tag{5-32}$$

式中，V_{k1y} 为减振器压缩行程初次开阀速度点；F_{dk1y} 为减振器在压缩行程初次开阀速度点的阻尼力。

2）减振器初次开阀后的阻尼系数

减振器在初次开阀后的阻尼系数 C_{d2} 是随速度变化的。根据图 5.12 可知，减振器在复原行程初次开阀后的任意速度点 V 处的阻尼系数 C_{d2} 可表示为

$$C_{d2}=\frac{F_{dV}}{V}=\frac{F_{dk1}+k_2(V-V_{k1})}{V} \quad (V_{k1}<V<V_{k2}) \tag{5-33}$$

式中，F_{dV} 为减振器在初次开阀后任意速度 V 点的阻尼力，$V_{k1}<V<V_{k2}$；k_2 为减振器在复原行程初次开阀后速度特性曲线的斜率。

由上式可知，当速度 $V=V_{k2}$ 时，即为减振器在复原行程最大开阀速度点 V_{k2} 处的阻尼系数，即

$$C_{dk2}=\frac{F_{dk2}}{V_{k2}}=\frac{F_{dk1}+k_2(V_{k2}-V_{k1})}{V_{k2}} \tag{5-34}$$

式中，F_{dk2} 为减振器在复原行程最大开阀速度点处的阻尼力。

同理，减振器在压缩行程初次开阀后的任意速度点 V 处的阻尼系数 C_{2y} 可表示为

$$C_{d2y}=\frac{F_{dVy}}{V_y}=\frac{F_{dk1y}+k_{2y}(V_y-V_{k1y})}{V_y} \quad (V_{k1y}<V_y<V_{k2y}) \tag{5-35}$$

式中，F_{dVy} 为减振器在压缩行程初次开阀后任意速度 V_y 点的阻尼力；k_{2y} 为减振器在压缩行程初次开阀后速度特性曲线的斜率。

由上式可知，当速度 $V_y=V_{k2y}$ 时，即为减振器在压缩行程最大开阀速度点 V_{k2y} 处的阻尼系数，即

$$C_{dk2y}=\frac{F_{dk2y}}{V_{k2y}}=\frac{F_{dk1y}+k_{2y}(V_{k2y}-V_{k1y})}{V_{k2y}} \tag{5-36}$$

式中，F_{dk2y} 为减振器在压缩行程最大开阀速度点处的阻尼力。

3. 平安比

平安比 η_{ps} 一般定义为减振器复原行程初次开阀前的阻尼系数与最大开阀前的阻尼系数之比，即 $\eta_{ps}=C_{dk1}/C_{dk2}$，而实际应定义为开阀前速度特性曲线斜率与开阀后速度特性曲线斜率之比，即

$$\eta_{ps}=\frac{k_2}{k_1}=\frac{F_{dk1}(V_{k2}-V_{k1})}{V_{k1}(F_{dk2}-F_{dk1})} \tag{5-37}$$

式中，k_1 和 k_2 分别为减振器在复原行程初次开阀前、后分段速度特性曲线的斜率。

利用平安比 η_{ps} 可对减振器进行定性和定量评价。车辆类型不同，平安比 η_{ps} 的选择也不同。轿车的平安比 η_{ps} 大于赛车的平安比 η_{ps}。前者更强调车辆的舒适(平顺)性，而后者更强调车辆的安全性。因此，利用平安比 η_{ps} 定义可得减振器最大开阀前的速度特性曲线的斜率和在任意速度 V 下的阻尼力 F_d。由式(5-37)可得，减振器最大开阀前的分段速度特性曲线的斜率 k_2 为

$$k_2=k_1/\eta_{ps}=C_{dk1}/\eta_{ps} \tag{5-38}$$

因此，减振器在复原行程初次开阀之后的任意速度点 V 处阻尼力 F_d 可表示为

$$F_d=F_{dk1}+k_2(V-V_{k1}) \tag{5-39}$$

4. 双向比

由于在压缩行程弹簧力的影响，减振器压缩行程的阻尼力一般比复原行程的阻尼力要小，一般将减振器在相同速度下压缩阻尼力与复原阻尼力的比定义为减振器阻尼力双向比 β_d。所以减振器阻尼力双向比可表示为

$$\beta_d=\frac{F_{dy}}{F_d}=\frac{F_{dk1y}}{F_{dk1}}=\frac{F_{dk2y}}{F_{dk2}} \tag{5-40}$$

通常减振器阻尼力双向比 β_d 一般为 $\frac{1}{3}$ 左右。如果知道了减振器复原行程在某速度 V 下的阻尼力 F_d，则减振器在压缩行程该速度下的阻尼力可表示为

$$F_{dy}=\beta_d F_d \tag{5-41}$$

由上式可知，在给定速度 V 下，减振器压缩行程的阻尼力是相同速度下复原行程阻尼力的 β_d 倍，即只要是确定了减振器复原行程的速度特性，便可根据减振器双向比 β_d 确定出减振器在压缩行程的速度特性。

5.4 减振器设计的基本理论

5.4.1 减振器节流阀片变形解析计算

节流阀片在任意位置半径 r 处变形量的精确计算，对汽车减振器优化设计、特性分

析、性能验证十分重要。节流阀片在阀口位置处的变形量决定节流阀开度大小，将直接影响减振器和悬架的性能，同时也影响车辆平顺性和操纵稳定性。然而，先前对于节流阀片变形计算的两种方法，其中，第一种是利用《机械设计手册》提供的最大挠度系数 C_6 和计算公式，只能对阀片外半径 r_b 处的最大挠度进行近似计算，不能计算阀口位置处的变形量。采用有限元分析软件，只能对已知厚度阀片的变形进行验证计算，无可用于设计与计算的解析式。因此，先前不能满足减振器阀系参数精确设计的要求。山东理工大学车辆悬架开发研究所给出了减振器阀片在均布和非均布压力下的变形和应力解析计算公式，并对叠加阀片等效厚度和拆分设计方法进行了研究，为减振器节流阀片厚度设计奠定了重要的理论基础。

1. 节流阀片在均布压力下的变形解析计算

1）阀片变形曲面微分方程及其解

汽车减振器节流阀片为圆环形弹性阀片，内半径 r_a 是固定约束，外半径 r_b 是自由约束，节流阀片在均布压力载荷 p 作用下将变形。根据阀片结构和受力特点所建立的阀片力学模型如图 5.13 所示。

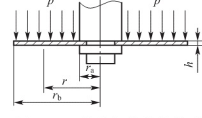


图 5.13　节流阀片力学模型

节流阀片的结构和受力均是对称的，因此可以节流阀片圆心为极点建立极坐标系。边界绕 z 轴对称，这样载荷和变形量只是半径 r 的函数。由于减振器开阀压力比较小，节流阀片大多时间处于小挠度变形状态，根据弹性力学原理，可建立节流阀片变形曲面微分方程

$$D\left(\frac{d^2}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\right)\left(\frac{d^2 f}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{df}{dr}\right)=p \tag{5-42}$$

式中，常数 $D=\dfrac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$；$r$ 为极径，$r\in[r_a, r_b]$；f 为阀片在半径 r 处的变形量，它是位置半径 r 的函数；h 为阀片厚度；E 为阀片弹性模量；μ 为阀片材料泊松比。

对于厚度为 h，弹性模量为 E，泊松比为 μ 的给定阀片，D 为常数。因此，微分方程(5-42)的通解可表示为

$$f_r=C_1\ln r+C_2 r^2\ln r+C_3 r^2+C_4+f^* \tag{5-43}$$

式中，f^* 为方程特解；C_1、C_2、C_3 和 C_4 为方程解的常数，由阀片边界条件决定。

由于微分方程中的 D 和 p 均与半径 r 无关，因此设微分方程特解为 $f^*=Br^4$，并将其代入常微分方程，得 $f^*=Br^4=\dfrac{pr^4}{64D}$，因此，$B=\dfrac{3p(1-\mu^2)}{16Eh^3}$。

阀片内圆是固定约束，外圆是自由约束，环形阀片边界条件可表示为

内圆　　$f|_{r=r_a}=0$；　　$\dfrac{df}{dr}|_{r=r_a}=0$

外圆　　$M|_{r=r_b}=0$；　　$Q|_{r=r_b}=0$

利用上述阀片 4 个边界条件，可确定方程解中 4 个待定常数 C_1、C_2、C_3 和 C_4。将所求得微分方程解的常数 C_1、C_2、C_3 和 C_4 代入阀片变形微分方程的通解，便可以得到节流阀片在半径 r 处的变形解析表达式，即

$$f_r=C_1\ln r+C_2 r^2\ln r+C_3 r^2+C_4+\frac{3r^4(1-\mu^2)p}{16Eh^3} \tag{5-44}$$

上式即为节流阀片的变形曲面方程。利用此方程可以求得在给定压力下，阀片在任意位置半径 $r\in[r_a, r_b]$处的变形量。

2）阀片变形系数 G_r

由上述对节流阀片变形的分析计算可知，利用所求得的阀片变形方程，可以求得在位置半径 r 处的变形量。但是由于方程解的解析表达式非常复杂，并且还是一个关于半径 r 的函数表达式，很难满足阀片设计要求。

在对减振器节流阀片设计时，阀片的内半径 r_a、外半径 r_b、阀口半径 r_k 和材料弹性模量 E 是确定的，需要设计的主要参数是阀片厚度 h。

对阀片变形方程的通解分析发现，解的各项常数都含有一个公因子 p/h^3。对通解进行恒等变换，将各项都化为关于 p/h^3 的表达式，而将阀片的内径 r_a、外径 r_b、弹性模量 E、泊松比 μ 以及变形位置半径 r 都归到一个系数 G_r。

根据上述分析，对节流阀片变形方程的通解进行恒等变换，则阀片在位置半径 r 处的变形表达式可表示为

$$f_r=(K_{C_1}\ln r+K_{C_2}r^2\ln r+K_{C_3}r^2+K_{C_4}+K_Br^4)\frac{p}{h^3} \tag{5-45}$$

令 $G_r=K_{C_1}\ln r+K_{C_2}r^2\ln r+K_{C_3}r^2+K_{C_4}+K_Br^4$，式(5-45)可简洁地表示为

$$f_r=G_r\frac{p}{h^3} \tag{5-46}$$

式中，G_r 为所定义的阀片在半径 r 处的变形系数，即“长城”系数，是山东理工大学周长城教授用自己名字命名的变形系数。

由式(5-45)可知，变形系数 G_r 中的各项系数 K_{C_1}，K_{C_2}，K_{C_3}，K_{C_4} 和 K_B 是分别由变形方程解的常数 C_1、C_2、C_3、C_4 和 B，在不考虑公因式 p/h^3 情况下计算求得的。例如，某减振器节流阀片的“长城”系数随半径变化的曲线如图5.14所示。

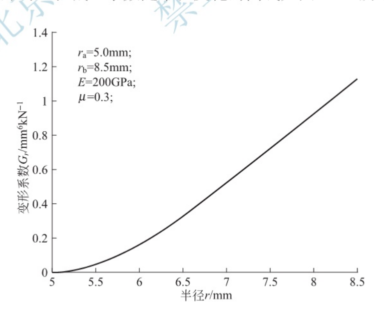


图5.14 弯曲变形系数 G_r 随半径 r 变换曲线

由上可知，弯曲变形系数 G_r 与阀片厚度无关，只与阀片的内半径、外半径以及阀片材料的物理特性有关。因此，阀片弯曲变形系数的物理意义是单位阀片厚度 h，在单位压力 p 作用下，在半径 r 处的弯曲变形能力，其单位为 m^6/N。

3）阀片变形解析计算

因此，在给定压力下可求得阀片在任意半径 r 处的弯曲变形量 f_r，可利用式(5-46)进行解析计算，例如，某节流阀片的内半径 $r_a=5.0$mm，外半径 $r_b=8.5$mm，厚度 $h=0.3$mm，弹性模型 $E=200$GPa，泊松比 $\mu=0.3$，在均布压力 $p=3.0$MPa 作用下，阀片变形解析计算结果如图 5.15 所示。其中，阀片最大变形解析计算值为 0.1248mm。

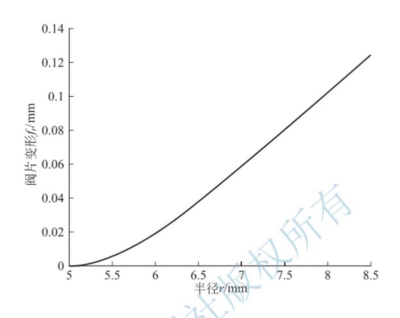


图 5.15　阀片弯曲变形曲线

4）阀片变形 ANSYS 验证

对上述阀片利用 ANSYS 进行建模，网格划分单位为 0.1mm，施加相同压力情况下，节流阀片变形仿真结果如图 5.16 所示，其中阀片最大变形仿真值为 0.126mm。

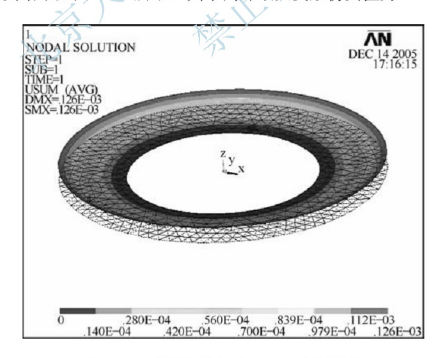


图 5.16　节流阀片变形 ANSYS 仿真结果

由 ANSYS 仿真结果可知，解析计算方法与 ANSYS 的相对偏差仅为 0.95%，接近于有限元分析软件的计算结果，并且比有限元分析软件(ANSYS)还要精确。表明所建立的减振器节流阀片变形解析计算公式是正确的。

2. 节流阀片在非均布压力下的变形解析计算

1）节流阀片非均布载荷力学模型

考虑减振器节流阀口半径 r_k 位置处的常通节流孔和环型节流缝隙，节流阀片所受的压力为非均布压力，即在[r_a，r_k]区间为均布压力 p_0，而在[r_k，r_b]区间为线性非均布递减压力，如图 5.17 所示。

阀片所受非均布载荷是绕 z 轴对称的，当阀口半径为 r_k 时，阀片所受压力可表示为

$$p=\begin{cases} p_0-\dfrac{p_0(r_k-r)}{r_k-r_b} & r_k<r<r_b \\ p_0 & r_a<r<r_k \end{cases} \tag{5-47}$$

节流阀片所受的非均布压力可看作在[r_a，r_b]区间上的均布压力 p_0，与[r_k，r_b]区间上的反向线性非均布压力 $p_N=\dfrac{p_0(r_k-r)}{r_k-r_b}$的叠加，如图 5.18 所示。

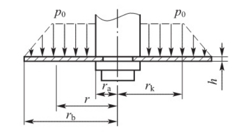


图 5.17 非均布压力下的节流阀片力学模型

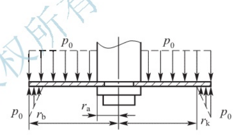


图 5.18 非均布压力叠加示意图

2）均布压力下的阀片变形

根据弯曲变形系数法，在均布压力 p_0 作用下，厚度为 h 的环型节流阀片在任意半径 r 处的变形 f_{rU} 可表示为

$$f_{rU}=G_{rU}\frac{p_0}{h^3} \tag{5-48}$$

式中，G_{rU}为环型节流阀片在均布压力 p 作用下，在半径 r 位置处的变形系数；f_{rU}为阀片在均布压力 p 作用下，在半径 r 处的变形量。

3）线性非均布压力下的阀片变形

(1) 阀片变形曲面方程。由图 5.18 可知，阀片所受的线性非均布压力可表示为

$$p_N=\begin{cases} \dfrac{p_0(r_k-r)}{r_k-r_b} & r_k\leqslant r\leqslant r_b \\ 0 & r\leqslant r<r_k \end{cases} \tag{5-49}$$

由于结构和载荷都绕 z 轴对称，根据弹性力学可以得节流阀片线性非均布压力作用下的变形曲面微分方程可表示为

$$D\left(\frac{d^2}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\right)\left(\frac{d^2 f_{rN}}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{df_{rN}}{dr}\right)=p_N \tag{5-50}$$

式中，$D=\dfrac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$；$E$ 是阀片材料弹性模型；μ 是阀片材料泊松比。

(2) 曲面方程的解。将式(5-49)代入式(5-50)，可得上述阀片在非均布载荷下微分方程(5-50)的通解为

$$f_{rN}=\begin{cases}B_1\ln r+B_2 r^2\ln r+B_3 r^2+B_4 & (r_a<r<r_k)\\ C_1\ln r+C_2 r^2\ln r+C_3 r^2+C_4+f_{rN}^* & (r_k<r<r_b)\end{cases}\tag{5-51}$$

式中，$f_{rN}^*=\dfrac{p_0}{D(r_k-r_b)}\left(\dfrac{r^4 r_k}{64}-\dfrac{r^5}{225}\right)$；$B_1$、$B_2$、$B_3$ 和 B_4，C_1、C_2、C_3 和 C_4 共 8 个常数，可由节流阀片在内圆和外圆处的边界条件以及半径 r_k 处的连续性条件所确定。即

① 内圆处的变形等于零，即 $f_{rN1}|_{r=r_a}=0$，根据阀片变形曲面的通解式(5-51)，可得

$$B_1\ln r_a+B_2 r_a^2\ln r_a+B_3 r_a^2+B_4=0\tag{5-52}$$

② 内圆处的变形斜率等于零，即$\dfrac{df_{rN1}}{dr}|_{r=r_a}=0$，可得

$$\frac{B_1}{r_a}+B_2(2r_a\ln r_a+r_a)+2B_3 r_a=0\tag{5-53}$$

③ 外圆处的力矩等于零，即 $M|_{r=r_b}=0$，可得

$$C_1(\mu-1)\frac{1}{r_b^2}+C_2[2(\mu+1)\ln r_b+\mu+3]+2C_3(\mu+1)+\frac{p_0}{D(r_k-r_b)}\left[\frac{(\mu+3)r_b^2 r_k}{16}-\frac{(\mu+4)r_b^3}{45}\right]=0\tag{5-54}$$

④ 外圆处的剪切力等于零，即 $Q|_{r=r_b}=0$，可得

$$\frac{4C_2}{r_b}+\frac{p_0}{D(r_k-r_b)}\left(\frac{r_b r_k}{2}-\frac{r_b^2}{3}\right)=0\tag{5-55}$$

⑤ 阀片半径 r_k 处的变形连续，即 $f_{rN1}|_{r=r_k}=f_{rN2}|_{r=r_k}$，可得

$$B_1\ln r_k+B_2 r_k^2\ln r_k+B_3 r_k^2+B_4=C_1\ln r_k+C_2 r_k^2\ln r_k+C_3 r_k^2+C_4+\frac{161 r_k^5 p_0}{1400D(r_k-r_b)}\tag{5-56}$$

⑥ 阀片半径 r_k 处的变形斜率相等，即$\dfrac{df_{rN1}}{dr}|_{r=r_k}=\dfrac{df_{rN2}}{dr}|_{r=r_k}$，可得

$$\frac{B_1}{r_k}+B_2(2r_k\ln r_k+r_k)+2B_3 r_k=\frac{C_1}{r_k}+C_2(2r_k\ln r_k+r_k)+2C_3 r_k+\frac{29r_k^4 p_0}{720D(r_k-r_b)}\tag{5-57}$$

⑦ 阀片半径 r_k 处的弯矩相等，$M_1|_{r=r_k}=M_2|_{r=r_k}$，可得

$$\frac{B_1(\mu-1)}{r_k}+B_2[2(\mu+1)\ln r_k+\mu+3]+2B_3(\mu+1)=C_1(\mu-1)\frac{1}{r_k^2}+C_1[2(\mu+1)\ln r_k+\mu+3]+2C_3(\mu+1)+\frac{p_0}{D(r_k-r_b)}\left[\frac{(\mu+3)r_k^3}{16}-\frac{(\mu+4)r_k^3}{45}\right]\tag{5-58}$$

⑧ 阀片半径 r_k 处的剪切力相等，即 $Q_1|_{r=r_k}=Q_2|_{r=r_k}$，可得

$$\frac{4B_2}{r_k}=\frac{4C_2}{r_k}+\frac{p_0 r_k^2}{6D(r_k-r_b)}\tag{5-59}$$

联立式(5-52)～式(5-59)，可求得环形节流阀片在线性非均布载荷作用下的弯曲变形微分方程通解的 8 个常数，即 B_1、B_2、B_3 和 B_4，C_1、C_2、C_3 和 C_4，从而得到在线性非均布载荷下阀片弯曲变形的通解表达式。

(3) 阀片变形解析计算式。根据上述边界条件和连续性条件，可得 8 个参数，将 8 个常数代入阀片变形曲面微分方程的通解式(5-51)，便可得到在线性非均布压力下，节流阀片在任意半径位置的变形解析式。分析可知，阀片变形解的各项都含有一个公因子 p_0/h^3，对式(5-51)提取公因子 p_0/h^3，将剩余项归结为一个常数 G_{rN}，即阀片在半径 r 位置处的变形系数，则阀片在半径 r 处的变形量可表达为

$$f_{rN}=G_{rN}\frac{p_0}{h^3} \tag{5-60}$$

式中，G_{rN}即为阀片在线性非均布压力作用下，在半径 r 处的长城系数，不仅与阀片的结构、弹性模型、泊松比、半径位置有关，还与线性非均布载荷的加载位置有关。

4) 阀片在非均布压力下的叠加变形

阀片在非均布压力下的变形，可看作是均布压力和线性非均布压力下变形的叠加。由式(5-48)和式(5-60)可得节流阀片在非均布压力下的总变形 f_r 为

$$f_r=f_{rU}-f_{rN}=(G_{rU}-G_{rN})\frac{p_0}{h^3} \tag{5-61}$$

令 $G_{rU}-G_{rN}=G_r$，则上式可表示为

$$f_r=G_r\frac{p_0}{h^3} \tag{5-62}$$

式中，G_r 为节流阀片在线性非均布压力作用下，在半径 r 处的“长城”系数，等于均布变形系数与线性非均布变形系数的叠加。

例如，某环型节流阀片的阀口半径为 8.0mm，在线性非均布载荷作用下，阀片变形系数随半径 r 的变化情况如图 5.19 所示。

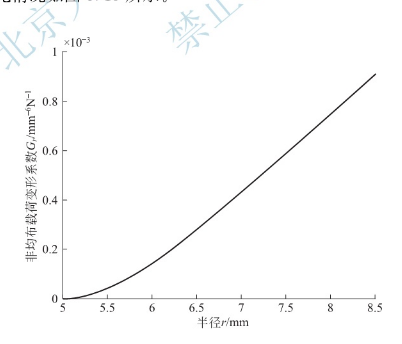


图 5.19 阀片非均布压力的变形系数随半径 r 的变化曲线

在非均布压力作用下，节流阀片在半径 r 处的变形系数的大小，反映了在一定阀口半径情况下，阀片在该半径 r 位置处的变形能力。因此，只要求得在非均布压力下在半径位置处的变形系数，便可求得阀片在任意半径 r 位置处的变形量。

5）阀片在非均布压力下的叠加变形计算实例

利用式(5－62)可解析计算在不同阀口半径情况下，节流阀片在任意半径位置的变形量。例如，某节流阀片的内半径 $r_a=5.0$mm，外半径 $r_b=8.5$mm，最大非均布压力 $p_0=3$MPa，当阀口半径 $r_k=6.5$mm、$r_k=7.0$mm、$r_k=7.5$mm 和 $r_k=8.0$mm 情况下，阀片在任意半径位置变形情况，如图 5.20 所示。

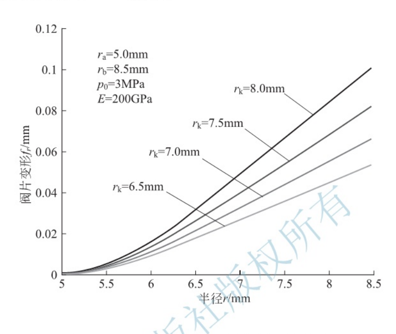


图 5.20　阀片在不同加载位置下的变形

6）ANSYS 软件数值仿真验证

对于上述节流阀片，利用 ANSYS 有限元分析软件建立模型，其边界条件与图 1 的力学模型一致，然后以 0.1mm 为单位对模型划分网格，施加非均布载荷，如图 1 所示，其中，在半径 [5.0，8.0] mm 范围内施加均布压力 3.0MPa，而在半径 [8.0，8.5] mm 范围内施加线性递减压力，然后进行静力学变形仿真分析，仿真结果如图 5.21 所示。

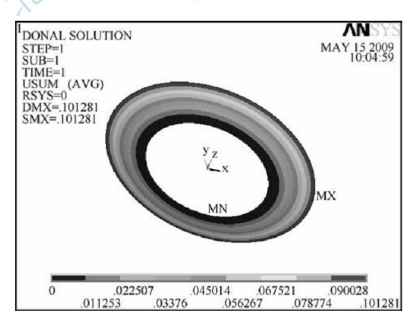


图 5.21　阀片变形仿真云图

由图 5.20 和图 5.21 可知，当阀口半径 $r_k=8.0$mm 时，在最大压力 $p_0=3.0$MPa 情况下，阀片在外半径 r_b 处的最大挠度解析计算值 $f_{rb}=0.10126$mm；在相同条件下，利用

ANSYS 有限元仿真分析软件，对阀片进行变形数值仿真分析，所得到的阀片最大变形量为 $f_{rb}=0.101281\text{mm}$，相对偏差仅为 0.0021%。仿真验证结果表明，环形节流阀片的非均布压力下的变形叠加解析计算方法是正确的。

5.4.2 节流阀片应力解析计算

1. 节流阀片在均布压力下的应力解析计算

1）流阀片在均布压力下的应力数学模型

减振器圆环形节流阀片所受的内力主要是径向弯矩 M_r 和周向弯矩 M_θ，根据弹性力学原理，节流阀片所受内力 M_r 和 M_θ 可分别表示为

$$M_r=-D\left(\frac{\mathrm{d}^2 f_r}{\mathrm{d}r^2}+\mu\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}f_r}{\mathrm{d}r}\right) \tag{5-63}$$

$$M_\theta=-D\left(\mu\frac{\mathrm{d}^2 f_r}{\mathrm{d}r^2}+\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}f_r}{\mathrm{d}r}\right) \tag{5-64}$$

将阀片在均布压力下的变形解析计算式式(5-46)代入式(5-63)和式(5-64)，可得

$$M_r=-\left(G_r''+\mu\frac{1}{r}G_r'\right)\frac{Ep}{12(1-\mu)} \tag{5-65}$$

$$M_\theta=-\left(\mu G_r''+\frac{1}{r}G_r'\right)\frac{Ep}{12(1-\mu)} \tag{5-66}$$

根据弹性力学原理，阀片在半径 r 位置上、下表面($z=\pm h/2$，z 为阀片轴向位置坐标)处的应力最大。由应力与内力之间的关系，可得阀片上、下表面上的径向应力和周向应力分别为

$$\sigma_r=\frac{12M_r}{h^3}z=\frac{6M_r}{h^2} \tag{5-67}$$

$$\sigma_\theta=\frac{12M_\theta}{h^3}z=\frac{6M_\theta}{h^2} \tag{5-68}$$

将式(5-65)和式(5-66)分别代入式(5-67)和式(5-68)，可得

$$\sigma_r=\pm\frac{E}{2(1-\mu)}\left(G_r''+\mu\frac{1}{r}G_r'\right)\frac{p}{h^2} \tag{5-69}$$

$$\sigma_\theta=\pm\frac{E}{2(1-\mu)}\left(\mu G_r''+\frac{1}{r}G_r'\right)\frac{p}{h^2} \tag{5-70}$$

令 $\pm\dfrac{E(rG_r''+\mu G_r')}{2(1-\mu)r}=G_{\sigma r}$；$\pm\dfrac{E(r\mu G''_r+G_r')}{2(1-\mu)r}=G_{\sigma\theta}$，则以上两式可表示为

$$\sigma_r=G_{\sigma r}\frac{p}{h^2} \tag{5-71}$$

$$\sigma_\theta=G_{\sigma\theta}\frac{p}{h^2} \tag{5-72}$$

式中，$G_{\sigma r}$ 和 $G_{\sigma\theta}$ 即为所定义的应力长城系数，其中，$G_{\sigma r}$ 为阀片径向应力系数；$G_{\sigma\theta}$ 为周向应力系数。物理意义分别为单位厚度阀片在单位压力作用下，阀片在位置半径 r 的上、下表面处的径向和周向应力的大小，单位为 m^2 或 mm^2。应力系数随半径变化的曲线如图 5.22 所示。

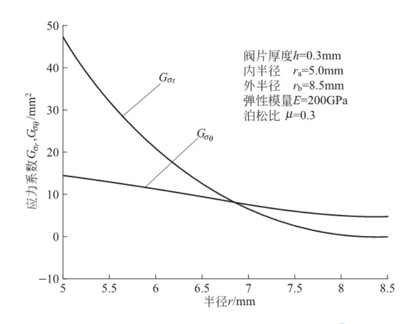


图 5.22　阀片应力系数随半径 r 变化曲线

节流阀片主要受径向和周向应力作用，因此，在对节流阀片强度进行校核时，应按照第四强度理论，根据复合应力对强度进行校核。根据第四强度理论，阀片所受的复合应力为

$$\sigma=\sqrt{\sigma_r^2+\sigma_\theta^2-\sigma_r\sigma_\theta} \tag{5-73}$$

2）节流阀片在均布压力下的应力解析计算

当阀片的结构和物理特性确定之后，对于给定阀片厚度和压力的节流阀片，根据应力系数和应力的解析计算式，利用 MATLAB 程序计算得到节流阀片在位置半径 r 处的径向和周向应力系数，以及径向应力、周向应力和复合应力。此方法可称为“阀片应力系数法”。

例如，某节流阀片内半径 $r_a=5.0$mm，外半径 $r_b=8.5$mm，厚度 $h=0.3$mm，弹性模量 $E=200$Gpa，泊松比 $\mu=0.3$，在均布压力 $p=3$MPa 作用下，阀片应力随半径 r 的变化曲线如图 5.23 所示。可知，利用应力系数法对阀片应力进行解析计算，所得到节流阀片的最大径向应力为 $\sigma_{r\max}=1848$MPa；最大周向应力为 $\sigma_{\theta\max}=554$MPa；最大复合应力为 $\sigma_{\max}=1643$MPa。

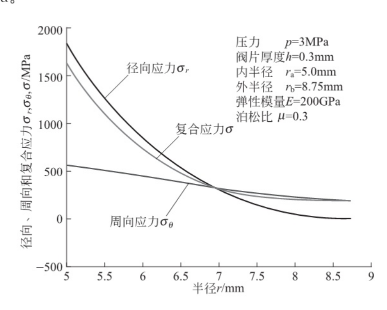


图 5.23　阀片应力随半径 r 变化的曲线

3）节流阀片应力解析计算

对于上述减振器节流阀片，利用 ANSYS 有限元分析软件建立模型，然后以 0.1mm 为单位对模型划分网格，最后施加载荷进行静力学应力仿真分析，阀片复合应力的分析结果如图 5.24 所示。

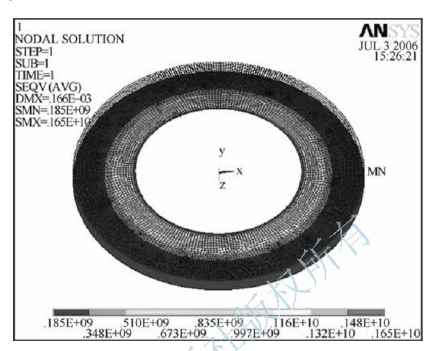


图 5.24 阀片应力仿真云图

由图 5.24 可知，利用 ANSYS 有限元仿真分析软件，对阀片进行静力学应力仿真分析，所得到的最大复合应力为 $\sigma_{max}=1650$MPa，与 ANSYS 有限元分析软件的应力计算偏差为 $\Delta\sigma_{rmax}=7$MPa。可知，阀片在均布压力下的应力解析计算方法是正确的。

2. 节流阀片在非均布压力下的应力解析计算

1）节流阀片在非均布压力下的应力数学模型

将节流阀片在非均布压力下的变形解析计算式(5-62)求一阶和二阶导数，并代入式(5-69)和式(5-70)，便可得到在非均布压力情况下的节流阀片的径向应力和周向应力，即

$$\sigma_r = G_{\sigma r}\frac{p}{h^2} \tag{5-74}$$

$$\sigma_\theta = G_{\sigma\theta}\frac{p}{h^2} \tag{5-75}$$

根据第四强度理论，利用上两式，可得非均布压力情况下的节流阀片的复合应力，即

$$\sigma = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_r\sigma_\theta} \tag{5-76}$$

2）节流阀片在非均布压力下的应力解析计算

例如，上述节流阀片的内半径 $r_a=5.0$mm，外半径 $r_b=8.5$mm，阀口半径 $r_k=8.0$mm，弹性模量 $E=200$GPa，泊松比 $\mu=0.3$，在线性非均布载荷作用下的径向应力、周向应力和复合应力的解析计算结果，如图 5.25 所示。

3）节流阀片在非均布压力下的应力 ANSYS 仿真

对于上述节流阀片，利用 ANSYS 有限元分析软件建立模型，其边界约束条件与图 5.17 的力学模型一致，以 0.1mm 为单位对模型划分网格，施加非均布载荷如图 5.17

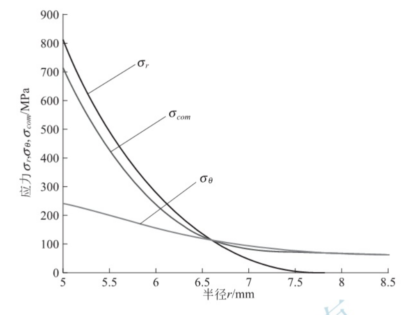


图 5.25　阀片在非均布压力下的应力

所示，其中在［5.0，8.0］mm 区间内施加均布压力 3.0MPa，而在半径［8.0，8.5］mm 区间内施加线性递减压力，然后进行静力学应力仿真分析，仿真结果如图 5.26 所示。

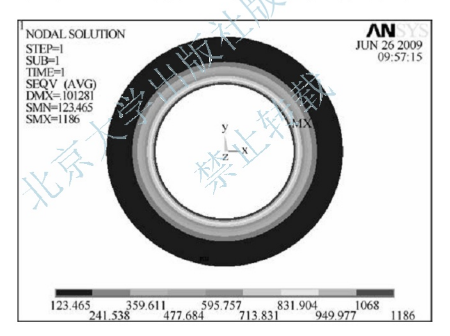


图 5.26　阀片在非均布压力下的应力仿真云图

由图 5.26 可知，利用 ANSYS 有限元仿真分析软件，对阀片进行应力仿真分析所得到的最大应力为 1186MPa，与解析计算得到的最大应力值 1202.7MPa 吻合，相对偏差仅为 1.41%。仿真验证结果表明，节流阀片在非均布压力作用下的应力叠加解析计算方法是正确的。

5.4.3　减振器叠加阀片等效厚度计算

汽车减振器节流阀片通常是由多片叠加组成的，叠加阀片的等效厚度是否等于阀片设计厚度，将影响减振器特性是否满足设计所要求的特性。因此，如何将设计厚度阀片拆分设计为多片叠加阀片也是减振器设计中必须考虑的实际问题。

多片不同(相同)厚度节流阀片叠加在一起，在均布力作用下，各叠加阀片的弯曲变形量相等，且都等于总变形量；各叠加阀片所受的力不相等，且各阀片所承受的压力之和等于总的压力。因此，其物理模型可以看作是长度相同、刚度不同(相同)的弹簧并联，如图5.27所示。

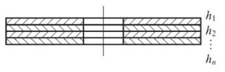


图5.27 叠加阀片物理模型

减振器采用多片叠加阀片，为了保证其特性保持不变，则必须保证在相同压力下，叠加阀片在阀口半径位置处的变形量等于原单片设计厚度阀片的变形量，即减振器叠加节流阀片的等效厚度 h_e 等于原单片阀片设计厚度 h，也就是 $h_e=h$，如图5.28所示。

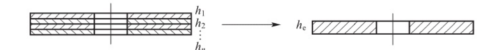


图5.28 叠加阀片等效厚度示意图

由叠加阀片的受力情况可知，n 片不同厚度的节流阀片叠加在一起时，各阀片所受的力不相等，但是各节流阀片的受力之和等于总的载荷，即

$$p_1+p_2+\cdots+p_n=p \tag{5-77}$$

由叠加阀片的变形情况可知，各叠加阀片的弯曲变形量相等，且等于总的弯曲变形量。因此，由阀片变形解析式(5-62)可得

$$G_r\frac{p_1}{h_1^3}=G_r\frac{p_2}{h_2^3}=\cdots=G_r\frac{p_n}{h_n^3}=G_r\frac{p}{h_e^3} \tag{5-78}$$

由式(5-77)和式(5-78)，可得叠加阀片的等效厚度 h_e 为

$$h_e=\sqrt[3]{h_1^3+h_2^3+\cdots+h_n^3} \tag{5-79}$$

5.4.4 减振器叠加节流阀片等效拆分设计原则和方法

1. 叠加节流阀片的压力

为了满足应力强度和阀片系列批量加工的要求，一般将原单片设计厚度阀片拆分设计为多片叠加阀片，如图5.29所示。



图5.29 设计阀片拆分设计为叠加阀片示意图

当 n 片阀片叠加时，根据式(5-77)和式(5-78)，可得厚度为 h_i 的节流阀片所受压力 p_i 为

$$p_i=\frac{h_i^3}{h_e^3}p \tag{5-80}$$

定义 $h_i/h_e=k_{hi}$ 为叠加阀片 h_i 的厚度系数，则上式可表示为

$$p_i=k_{hi}^3p \tag{5-81}$$

2. 叠加节流阀片的应力

将上式代入阀片应力解析式式(5-74)和式(5-75)，可得厚度 h_i 阀片的径向和周向应力分别为

$$\sigma_{ri}=G_{\sigma r}\frac{p_i}{h_i^2}=G_{\sigma r}\frac{h_i p}{h_e h_e^2}=k_{hi}\sigma_r \tag{5-82}$$

$$\sigma_{\theta i}=G_{\sigma\theta}\frac{p_i}{h_i^2}=G_{\sigma\theta}\frac{h_i p}{h_e h_e^2}=k_{hi}\sigma_\theta \tag{5-83}$$

由上两式可知：各叠加阀片应力的大小与叠加阀片厚度的厚度系数 k_{hi} 成正比，也就是与阀片厚度成正比。因此，n 片厚度分别为 h_i 的叠加阀片，各叠加阀片最大应力 $\sigma_{i\max}$ 为

$$\sigma_{i\max}=k_{hi}\sigma_{\max} \tag{5-84}$$

定义第 i 片叠加阀片的应力系数为 $k_{\sigma i}=\dfrac{\sigma_{i\max}}{\sigma_{\max}}$。

可知，第 i 片叠加阀片的应力系数等于叠加阀片的厚度系数，即

$$k_{hi}=k_{\sigma i} \tag{5-85}$$

据叠加阀片应力与原单片设计厚度应力之间的关系得叠加阀片的最大许用厚度为

$$[h_1]=\frac{[\sigma]}{\sigma_{\max}}h_e=k_{\sigma 1}h_e \tag{5-86}$$

3. 叠加阀片的拆分设计原则

单片设计厚度阀片拆分为多片叠加阀片，不是随意采用几片薄阀片的叠加，必须遵守一定的拆分设计原则。

(1) n 片叠加阀片的等效厚度 h_e 必须等于原单片阀片设计厚度 h。

(2) 各叠加阀片厚度 h_i 最好是标准化、系列化厚度。

(3) 最厚叠加阀片的厚度 h_i 必须满足 $h_1\leqslant[h]=h/k_\sigma$，满足许用应力 $[\sigma]$ 要求，其中 $[h]$ 为叠加阀片最大许用厚度，k_σ 为叠加阀片应力系数。

(4) 当叠加阀片厚度能满足最大许用应力 $[\sigma]$ 强度要求时，叠加阀片厚度尽量取最大允许厚度，且尽量采用相同厚度阀片。

4. 叠加阀片的拆分设计方法

(1) 根据单片设计阀片的最大应力和许用应力条件，确定最厚叠加阀片的厚度 h_1。

(2) 根据叠加等效厚度解析式，确定最厚阀片的片数和其他阀片的组成。

5.4.5 减振器油液非线性节流损失解析计算

1. 减振器临界速度 V_c

减振器油液非线性节流损失的计算问题，直接影响能否得到准确、可靠的减振器阀系参数设计数学模型。设活塞孔为光滑孔，其临界雷诺数 $Re_c=2300$，则活塞孔油液临界速度 v_c 为

$$v_c=\frac{\nu Re_c}{d_h} \tag{5-87}$$

式中，ν 为油液运动粘度。

因此，可得减振器运动临界速度为

$$V_c=\frac{v_c A_h}{S_h}=\frac{A_h \nu Re_c}{S_h d_h} \tag{5-88}$$

式中，S_h为活塞缸筒与活塞杆之间的环形面积。

当减振器速度 $V<V_c$ 时，活塞孔油液流动为层流，其沿程阻力系数为[10]

$$\lambda_h=\frac{64v}{vd}=\frac{64n_h\pi d_h v}{VS_h} \tag{5-89}$$

式中，v 为油液在活塞孔中的运动速度。

当减振器速度 $V>V_c$ 时，活塞孔油液流动为紊流，其沿程阻力系数为

$$\lambda_h=0.3164Re^{-0.25}=0.3164\left[\frac{4S_hV}{n_h\pi d_h\nu}\right]^{-0.25} \tag{5-90}$$

式中，Re 为雷诺系数。

例如，某减振器活塞孔在不同速度下的沿程节流损失系数如图 5.30 所示。

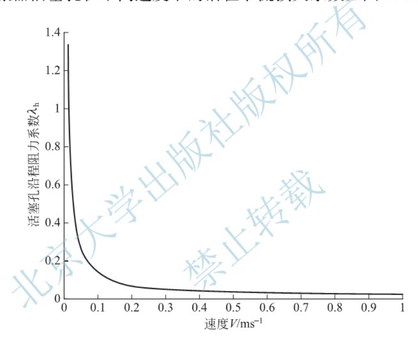


图 5.30　活塞孔沿程节流损失系数随速度变化的曲线

由图 5.30 可知，活塞孔的沿程阻力系数与速度有关。因此，对减振器进行参数设计和特性分析时，应根据减振器的不同速度决定活塞孔的油液流动状态，采用不同的沿程阻力系数。在设计常通节流孔面积时，减振器运动速度 $V<V_c$ 时，流经活塞孔的油液可按层流分析计算。

5.5　基于速度特性的减振器阀系参数设计

5.5.1　减振器阀系参数设计顺序和设计方法

1. 减振器阀系参数设计顺序

由于减振器常通节流孔面积大小决定减振器开阀前的特性，而减振器开阀之后的阻尼

特性是由减振器常通节流孔面积和节流阀片厚度所决定的，且初次开阀速度和二次开阀速度的大小是由减振器节流阀片厚度、预变形量以及常通节流孔面积大小所决定的。因此，减振器阀系参数设计必须按照一定的设计顺序，即必须首先根据减振器初次开阀之前的阻尼特性，设计常通节流孔的面积，然后根据常通节流孔面积设计值，利用初次开阀之后的油路以及减振器速度、流量、节流压力和阀片变形之间关系，设计节流阀片厚度，最后根据常通节流孔面积设计值和阀片厚度设计值，利用减振器初次开阀速度和最大开阀速度阻尼特性的要求值，对减振器的其他阀系参数，即阀片预变形量和阀片最大限位间隙进行设计。减振器阀系参数设计的顺序如图 5.31 所示。



图 5.31　减振器阀系参数设计顺序

2. 减振器阀系参数设计方法

减振器阀系参数设计先前主要是“经验＋试验”设计方法和单点近似设计方法，最近由山东理工大学车辆悬架开发研究所建立了曲线拟合优化设计方法、黄金分割优化设计方法和 CAD 设计方法。

1)“经验＋试验”设计方法

首先凭经验根据车辆类型和设计所要求的减振器速度特性确定一个设计参数，然后经过反复试验和修改，最后才确定出所设计参数。

该方法是目前车辆开发及减振器设计的最主要的方法，但是由于减振器主要阀系参数有 8 个，其中复原阀和压缩阀各 4 个(常通节流孔面积、阀片厚度、阀片预变形量和阀片最大限位间隙)，且各阀系参数之间相互耦合和相互影响，当一个设计参数发生改变时，将引起其他参数响应的改变，因此，利用该方法确定减振器阀系参数需反复做大量的试验，设计时间长，试验费用高，很难得到准确可靠的减振器阀系设计参数。

2) 单点近似设计方法

单点近似设计方法是先前国际上所达到的减振器阀系参数设计水平。该方法是利用《机械设计手册》所提供的最大挠度系数 C_6 和计算公式 $C_6 p r_b^4/(Eh^3)$，利用减振器速度、流量、节流阀片和阀片最大挠度进行计算公式，根据减振器油路建立减振器阀系参数近似设计数学模型，选择一个减振器设计速度点，对减振器阀系参数进行近似设计。

该方法由于采用阀片变形计算公式，只能粗略地计算阀片外半径 r_b 处的最大挠度，不能计算在阀口位置半径 r_k 的变形量；同时，建模所采用的油液节流顺序固定系数是按常数进行近似计算的，而实际减振器油液节流损失是非线性的，在不同减振器速度下油液节流损失常数是变化的。因此，难以建立准确可靠的阀系参数设计数学模型，不能得到可靠的减振器阀系参数设计值，只能得到一个近似的阀系参数设计值。

3) 曲线拟合优化设计方法

减振器阀系参数曲线拟合优化设计方法是由山东理工大学周长城教授首先提出的，用于解决减振器阀系参数设计的非线性问题，即减振器阀系参数在不同速度设计点会得到不同的减振器阀系参数设计值。

首先利用减振器节流阀片变形解析计算公式和减振器油液非线性节流损失分段函数解析计算公式，根据减振器开阀前后的油路，利用减振器速度、流量、节流压力和阀片变形之间的关系，建立单点速度减振器阀系参数设计数学模型，然后利用单点速度减振器阀系参数设计数学模型所设计得到的减振器阀系参数建立减振器特性仿真数学模型，最后根据减振器设计所要求的速度特性，建立减振器阀系参数优化设计目标函数，并利用曲线拟合优化设计方法，得到减振器阀系参数的最佳设计速度点和最佳减振器阀系参数设计值。

该方法需要建立减振器阀系参数优化设计目标函数，并且需要编程进行优化设计和计算。设计得到的阀系参数能保证减振器特性值与减振器设计所要求的特性值逼近。

4）黄金分割优化设计方法

尽管减振器阀系参数曲线拟合优化设计方法可设计得到可靠的减振器阀系参数，并且减振器特性能逼近减振器特性设计要求值，但是由于曲线拟合优化设计方法需要建立优化设计目标函数，并且需要编程进行优化设计和计算，因此很难被减振器工程设计人员掌握。

通过对曲线拟合优化设计方法所得到的最佳速度设计点分析发现，利用曲线拟合优化设计方法所得到的最佳速度设计点，恰好与减振器阀系参数设计速度区间的黄金分割点相吻合。因此，只要利用黄金分割的方法，找到减振器设计速度区间的黄金分割点，然后利用该点建立减振器阀系参数设计数学模型，对减振器阀系参数进行黄金分割优化设计，便可以得到减振器阀系参数优化设计值。

黄金分割优化设计方法不需要建立优化设计目标函数，不需要编程计算，便可根据所建立的减振器阀系参数设计数学模型，利用黄金分割速度设计点，得到可靠的减振器阀系参数设计值。大量的减振器设计实践表明该设计方法简便、准确、可靠，具有重要的实际应用价值。

5）CAD设计方法

该方法是在建立准确、可靠的减振器阀系参数解析设计数学模型的基础上，利用曲线拟合优化设计或黄金分割优化设计方法，根据AutoCAD开发平台，采用C++编程工具软件，由山东理工大学车辆悬架开发研究所开发的减振器CAD软件。该软件可实现对基于减振器速度特性和基于车辆参数的减振器阀系参数CAD的设计，可直接打印输出减振器阀系参数CAD设计图纸，直接用于减振器的实际设计和生产。

5.5.2 基于速度特性的减振器复原阀系参数的单点速度设计数学模型

1. 复原阀常通节流孔面积单点速度设计数学模型

复原阀初次开阀前的油路如图5.32所示。

在复原行程任意速度 $V_i \in (0, V_{k1}]$ 时，减振器所要求阻尼力为 F_{di}，则活塞缝隙压力为 $p_{Hi}=F_{di}/S_h$。则活塞缝隙流量与节流压力之间的关系为

$$Q_{Hi}=\frac{\pi D_h \delta_H^3 (1+1.5e^2) p_{Hi}}{12\mu_t L_H} \tag{5-91}$$

开阀前流经常通节流孔的流量为 $Q_{0i}=Q_i-Q_{Hi}$。由于活塞孔和常通节流孔串联，即 $Q_{0i}=Q_{hi}$，根据第5.2

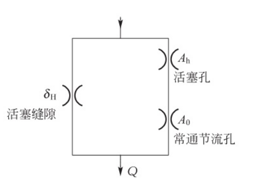


图5.32 复原阀开阀前油路

节对活塞孔的分析，其节流压力与流量之间关系为

$$p_{hi}=\frac{128Q_{0i}\mu_t L_{he}}{n_h \pi d_h^4} \tag{5-92}$$

常通节流孔在初次开阀前其节流压力差应满足关系式 $q_{0i}=q_{Hi}-q_{hi}$，即

$$\frac{Q_{0i}^2\rho}{2A_{0fi}^2\varepsilon^2}=\frac{F_{di}}{S_h}-p_{hi} \tag{5-93}$$

因此，常通节流孔面积单速度点设计数学模型为

$$A_{0fi}=\sqrt{\frac{Q_{0i}^2\rho}{2\varepsilon^2[F_{di}/S_h-p_{hi}]}} \tag{5-94}$$

不同速度设计点设计得到的常通节流孔面积不同。常通节流孔面积随速度变化的曲线如图 5.33 所示。

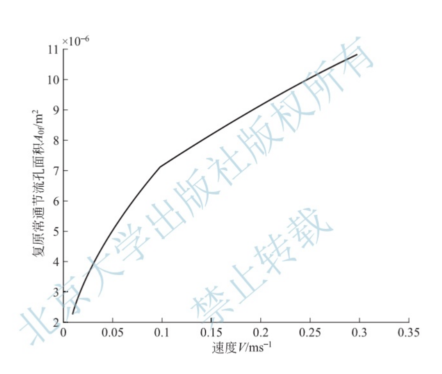


图 5.33　常通节流孔随速度设计点变化曲线

可知常通节流孔面积与设计速度成非线性关系，即利用不同速度设计点所设计得到的常通节流孔面积不同。

2. 复原节流阀片厚度单点速度设计数学模型

复原阀开阀后，减振器有 4 处节流，分别是活塞缝隙、活塞孔、常通节流孔以及复原节流阀片变形形成的环形平面节流缝隙，如图 5.34 所示。

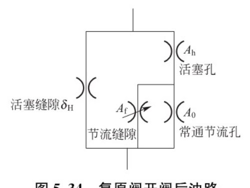


图 5.34　复原阀开阀后油路

根据减振器复原运动速度、流量、节流压力和阀片变形之间的关系，可建立单速度点 V_j 处的节流阀片厚度设计数学模型为

$$K_9 h_{fj}^9+K_0=0 \tag{5-95}$$

式中，$K_9=(\varepsilon A_{0f}\sqrt{2p_f/\rho}-S_h V_j+Q_H)$；$K_0=\dfrac{\pi G_{r_k}^3(p_f-p_{k1})^3 p_f}{6\mu_t \ln(r_b/r_k)}$；$p_f$ 为复原阀片所受的压

力，$p_f = p_H - p_h$；p_H 为活塞缝隙节流压力，$p_H = F_d/S_h$；p_h 为活塞孔节流压力，$p_h = \frac{128Q_h\mu_t L_{he}}{n_h \pi d_h^4}$；$L_{he}$为活塞孔等效长度，$L_{he} = L_h + L_e$，$L_e$ 为局部损失所折算的活塞孔当量长度；n_h为活塞孔个数。

解上述方程可得在速度设计点 V_j 下的复原阀片设计厚度 h_{fj}。阀片设计厚度随速度设计点变化的曲线如图 5.35 所示。

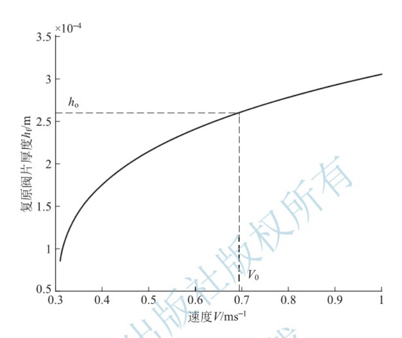


图 5.35　阀片设计厚度随速度变化的曲线

由图 5.35 可知，速度设计点不同，阀片设计厚度也不同。该变化主要是由给定的目标要求线性速度特性与实际减振器非线性速度特性之间所存误差造成的。

3. 复原阀片预变形量设计数学模型

节流阀片预变形量不仅对开阀速度和压力有影响，还对开阀后的速度特性有影响。当常通节流孔 A_{0f}和阀片厚度 h_f 确定之后，节流阀片预变形量将由节流阀开阀速度，即由减振器开阀阻尼力决定。

根据复原阀开阀前的油路图 5.32 可知，有 3 处节流，分别为活塞孔、常通节流孔和活塞环形缝隙。其中，活塞孔与常通节流孔串联后与活塞缝隙并联。设活塞平均缝隙为 δ_H，初次开阀时活塞缝隙压力为 p_{Hk1}，则缝隙节流流量为

$$Q_{Hk1} = \frac{\pi D \delta_H^3 (1 + 1.5e^2) p_{Hk1}}{12\mu_t L_H} \tag{5-96}$$

活塞缝隙与常通节流孔并联，根据油液连续性定理得 $Q_{0k1} + Q_{Hk1} = V_{k1} S_h$，所以常通节流孔油液流量等于活塞孔的流量，即

$$Q_{0k1} = V_{k1} S_h - Q_{Hk1} = Q_{hk1} \tag{5-97}$$

因此，活塞细长孔的节流压力为 $p_{hk1} = \frac{128Q_{hk1}\mu_t L_{he}}{n_h \pi d_h^4}$，复原阀片在初次开阀时所承受的压力为

$$p_{0k1} = F_{dk1}/S_h - p_{hk1} \tag{5-98}$$

如果复原节流阀片设计厚度为 h_f，在初次开阀时的变形量 f_{rk1} 就是阀片预变形量 f_{rk0}。

据阀片变形量公式，复原阀片预变形量为

$$f_{rk0}=f_{rk1}=G_{r_k}p_{0fk1}/h_f^3 \tag{5-99}$$

将阀片厚度 h_f 和初次开阀压力 p_{0k1} 代入上式，便可得到阀片预变形量 f_{rk0}。

阀片预变形量是通过节流阀体在内半径和阀口半径的安装位置高度差实现的，当节流阀片按照一定力矩紧固后，在节流阀安装位置高度差作用下产生预变形，以抵消开阀前的压力作用。

4. 复原阀最大限位间隙设计数学模型

为了满足车辆对复杂路面高频、高速激励阻尼匹配的需要，减振器设有最大开阀点，防止减振器在较大运动速度时阻尼力不够大，使悬架发生刚性撞击。当节流阀达到最大开阀时，节流阀片被限位而达到最大开度，形成最大节流面积，阻尼力由最大开度决定。为了保证实现最大开阀，必须在节流阀片与下限位挡圈间设有最大限位间隙，其大小等于最大开阀时节流缝隙，即 $\delta_{maxf}=\delta_{k2}$。

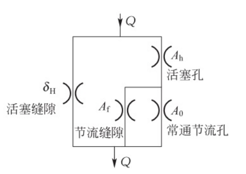


图 5.36　复原阀最大开阀后的流路

在速度 V_{k2} 达到最大开阀速度时，油路如图 5.36 所示。

达到最大开阀时的活塞孔节流压力为

$$p_{hk2}=\frac{128S_hV_{k2}\mu_tL_h}{n_h\pi d_h^4} \tag{5-100}$$

因此，节流阀片所承受的压力为 $p_{k2f}=F_{dk2f}/S_h-p_{hk2}$，则节流阀片在阀口位置的总变形量为

$$f_{rk2}=G_{rk}p_{k2f}/h_f^3$$

在考虑预变形量情况下，节流阀片最大开度即最大限位间隙

$$\delta_{maxf}=f_{rk2}-f_{rk0}=G_{rkf}(p_{k2f}-p_{k1f})/h_f^3 \tag{5-101}$$

式中，p_{k2f}为减振器达到最大开阀时复原阀片所承受的压力；p_{k1f}为减振器在初次开阀时复原阀片所承受的压力。

5.5.3　基于速度特性的减振器压缩阀系参数的单点速度设计数学模型

压缩阀和复原阀相比只是油路和数学模型不同，参数设计建模方法和步骤与复原阀的相同，因篇幅限制，对压缩阀参数设计作简要论述。为了与复原阀参数加以区别，压缩参数量都带有下标 y。

1. 压缩阀常通节流孔面积单点速度设计数学模型

减振器压缩阀开阀前油路如图 5.37 所示。

设在压缩行程初次开阀前的任意速度 $V_{iy}\in(0,V_{k1y}]$，流通阀压力为 p_{li}，根据流通阀的速度、流量和节流压力以及阀片变形之间关系，可得流通阀的压力方程为

$$W_8p_{li}^8+W_5p_{li}^5+W_4p_{li}^4+W_2p_{li}^2+W_1p_{li}+W_0=0 \tag{5-102}$$

式中，$b^2D=W_8$；$2bcD=W_5$；$2abD+bC=W_4$；$c^2D=W_2$；$[2acD+cC-1]=W_1$；$aC+a^2D=W_0$。其中，$\frac{128\mu_tL_h}{n_h\pi d_h^4}=C$，$\frac{\rho}{2A_0^2\varepsilon^2}=D$，$S_hV_{iy}=a$，$-k_{Ql}=b$，$-k_{QH}=c$，$\frac{\pi D_h\delta_H^3(1+1.5e^2)}{12\mu_tL_H}=k_{QH}$，$\frac{G_{rkl}^3\pi}{6\mu_th_l^9\ln(r_{bl}/r_{kl})}=k_{Ql}$。

因此，利用流通阀压力方程式(5－102)，可得压缩行程开阀前流通阀的节流压力 p_{li}。

压缩阀座孔的节流压力可表示为

$$p_{hyi}=\frac{S_g^2V_{iy}^2\rho}{2A_{hy}^2\varepsilon^2} \tag{5－103}$$

根据对速度特性的要求，压缩阀片所承受的压力应满足下式，即

$$p_{yi}=\frac{F_{di}-p_{li}S_h}{S_g}-p_{hyi} \tag{5－104}$$

利用压缩阀常通节流孔压力与流量的关系及油液连续性定理，可得压缩阀常通节流孔的面积为

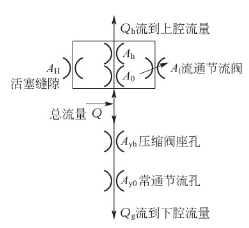


图 5.37　压缩阀开阀前油路

$$A_{0yi}=\frac{S_gV_{yi}}{\varepsilon}\sqrt{\frac{\rho S_g}{2(F_{di}-p_{li}S_h-p_{hi}S_g)}} \tag{5－105}$$

上式即为压缩阀常通节流孔面积的数学模型。同理可知，设计速度点不同，则压缩阀常通节流孔面积的设计值不同，即压缩常通节流孔设计面积具有非线性。

2. 压缩节流阀片厚度单点速度设计数学模型

压缩行程压缩阀开阀后的油路如图 5.38 所示。

在压下行程开阀后任取一速度 $V_{yj}\in(V_{k1y},V_{k2y}]$，利用式(5－102)可求得流通阀在该速度点的节流压力 p_{lj}。压缩阀座孔所产生的压力为

$$p_{hyj}=\frac{S_g^2V_{yj}^2\rho}{2A_h^2\varepsilon^2} \tag{5－106}$$

根据速度特性要求，在速度点 $V_{yj}\in(V_{k1y},V_{k2y}]$ 时压缩阀片所受压力 q_{yj} 应为

$$p_{yj}=(F_{dyi}-p_{li}S_h-p_{hi}S_g)/S_g \tag{5－107}$$

图 5.38　压缩阀开阀后的油路

因此，根据减振器压缩行程速度、流量、节流压力及阀片变形之间的关系，可得压缩阀片厚度方程为

$$\left[A_{0y}\varepsilon_{0y}\sqrt{\frac{2p_{yj}}{\rho}}-S_gV_{yj}\right]h_y^9+\frac{\pi G_{rky}^3(p_{yj}-p_{yk1})^3}{6\mu_t\ln(r_{by}/r_{ky})}p_{yj}=0 \tag{5－108}$$

令 $A_{0y}\varepsilon\sqrt{\frac{2p_{yi}}{\rho}}-S_gV_{yj}=K_9$，$\frac{\pi G_{rky}^3(p_{yj}-p_{yk1})^3}{6\mu_t\ln(r_{by}/r_{ky})}p_{yj}=K_0$，则压缩阀片厚度设计数学模型可表示为

$$K_9h_y^9+K_0=0 \tag{5－109}$$

解上述方程，可得利用速度 V_{yj} 设计的阀片厚度 h_{yj}。同复原阀片厚度设计一样，压缩阀片设计厚度 h_{yi} 也随着设计速度点 V_{yj} 而变化，即压缩阀片设计厚度具有非线性。

3. 压缩阀片预变形量设计数学模型

与复原阀片设计一样，当压缩阀片厚度和常通节流孔设计确定之后，可以根据开阀速

度要求V_{k1y}，设计压缩阀片的预变形量。

首先，利用流通阀压力方程式(5-102)，可求得压缩阀在初次开阀速度V_{k1y}时，流通阀的节流压力p_{lk1y}。

在压缩阀开阀速度点V_{k1y}时，压缩阀座孔的节流压力差为

$$p_{hyk1}=\frac{S_g^2 V_{k1y}^2 \rho}{2A_h^2 \varepsilon^2} \tag{5-110}$$

当减振器压缩速度达到V_{k1y}时，速度特性要求的阻尼力为F_{dk1y}。各阀节流压力差应满足$F_{dyk1}=S_g(p_{yk1}+p_{hyk1})+S_h p_{lk1}$，所以压缩节流阀片所受压力为

$$p_{yk1}=(F_{dyk1}-S_h p_{lk1})/S_g-p_{hyk1} \tag{5-111}$$

因此，根据阀片变形公式，可得压缩节流阀片预变形量为$f_{rk0y}=G_{rky}p_{yk1}/h_y^3$，即

$$f_{rk0y}=G_{rky}\frac{F_{dyk1}-S_h p_{lk1}}{h_y^3 S_g}-G_{rky}\frac{p_{hyk1}}{h_y^3} \tag{5-112}$$

将所设计压缩阀片厚度代入上式，便可求得压缩阀片的预变形量。

4. 压缩阀最大限位间隙设计数学模型

当压缩速度达到最大开阀速度V_{k2y}时，节流阀片有效开度即为压缩阀片的最大限位间隙，大小等于阀片总变形量减去阀片的预变形量，即

$$\delta_{\max y}=f_{rk2y}-f_{rk0y} \tag{5-113}$$

式中，f_{rk2y}为阀片最大开阀时的总变形量，$f_{rk2y}=G_{rky}p_{k2y}/h_y^3$；$f_{rk0y}$为阀片预变形量，$f_{rk0y}=G_{rky}p_{yk1}/h_y^3$。

因此，压缩阀片最大限位间隙的数学模型为

$$\delta_{\max y}=G_{rky}(p_{k2y}-p_{k1y})/h_y^3 \tag{5-114}$$

式中，p_{k2y}为减振器压缩行程达到最大开阀时压缩阀片所承受的压力；p_{k1y}为减振器压缩行程达到初次开阀时压缩阀片所承受的压力。

利用上式，可对压缩阀片最大限位间隙$\delta_{\max y}$进行设计。

5.5.4 基于速度特性的减振器常通节流孔面积的曲线拟合优化设计

1. 优化设计目标函数

利用不同设计速度点设计得到的常通节流孔的面积不同，则减振器开阀前的速度特性不同，如图5.39所示。

由于复原阀常通节流孔面积和压缩阀常通节流孔面积的设计方法和步骤基本相同，只是油路和方程不同，因此这里仅以复原阀常通节流孔面积的设计为例，对优化设计目标函数的建立和优化设计过程进行讲解。

设由复原行程任意速度点$V_i\in(0, V_{k1}]$设计常通节流孔A_{0fi}得到的减振器速度特性曲线与开阀前的速度区间$[0, V_{k1}]$所组成的面积，表示设计常通孔A_{0fi}下减振器开阀前的功率P_D；而目标要求速度特性曲线与速度区间$[0, V_{k1}]$所围成的面积表示减振器所要求的功率P_d；当P_D与P_d的差最小时，则设计常通节流孔A_{0fi}得到的减振器速度特性曲线将逼近设计所要求的速度特性曲线。因此，常通节流孔A_{0f}的最优设计目标函数可表示为

$$F_{D\text{-}d}\big|_{A_{0fi}}=P_{Di}-P_{di} \tag{5-115}$$

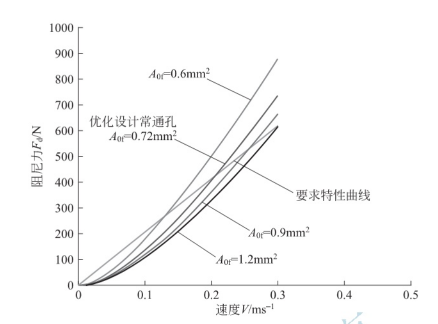


图 5.39　不同设计常通孔开阀前的速度特性曲线

目标函数 $F_{D\text{-}d}|_{A_{0fi}}$ 随设计速度变化的曲线如图 5.40 所示。

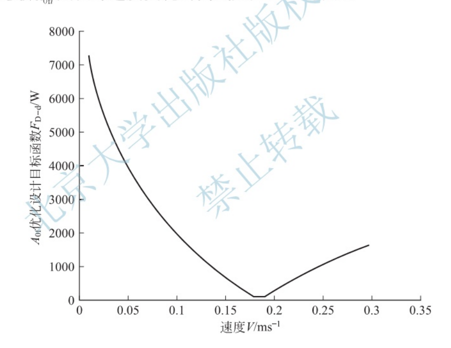


图 5.40　目标函数随设计速度 V 变化的曲线

可知，常通节流孔 A_{0f}优化设计目标函数存有最优设计速度点，当达到该速度设计点时，优化设计目标函数达到最小极值。

2. 最优常通节流孔面积 A_{0f}

目标函数 $F_{D\text{-}d}|_{A_{0fi}}$ 随设计常通节流孔面积 A_{0fi} 的变化曲线，如图 5.41 所示。当 $F_{D\text{-}d}|_{A_{0fi}}$ 达到最小时，对应常通节流孔面积即为常通节流孔优化设计面积。因此，在给定参数下通过曲线拟合优化设计程序，可求得复原阀常通节流孔的优化设计面积 A_{0f}。

3. 优化设计过程

(1) 利用速度点 $V_i \in (0, V_{k1}]$，$i \in [1, 2, \cdots, n]$，设计常通节流孔面积 A_{0j}。

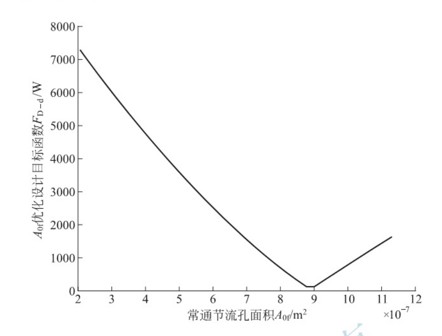


图 5.41 最优设计目标函数随 A_{0f} 变化曲线

(2) 设计常通节流孔面积 A_{0j}，计算在速度(0，V_{k1}] 范围内各速度点的阻尼力值 F_{Di}。

(3) 建立常通节流孔面积优化设计目标函数 $F_{D-d}|_{A_{0fi}}=P_{Di}-P_{di}$。

(4) 求常通节流孔面积优化设计目标函数 $F_{D-d}|_{A_{0fi}}$ 的极值，极值所对应的速度点即为最优速度设计点，对应常通节流孔面积 A_{0j} 即为所求的最优常通节流孔面积设计值。

5.5.5 基于速度特性的减振器节流阀片厚度的曲线拟合优化设计

1. 优化设计目标函数

常通节流孔设计确定后，利用开阀后速度任意速度点设计得到的节流阀片厚度不同，则减振器开阀前的速度特性不同，如图 5.42 所示。

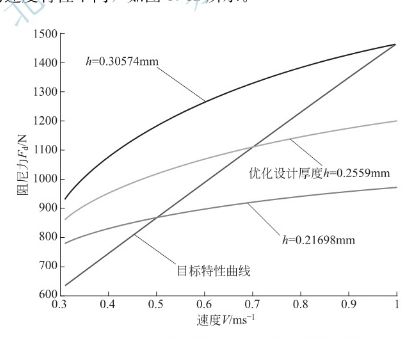


图 5.42 不同阀片厚度下的复原速度特性曲线

同理对于阀片厚度也可利用曲线拟合优化设计方法进行设计。由于复原阀片厚度设计与压缩阀片厚度设计的步骤和方法基本相同，仅是油路和方程不同，因此下面以复原阀片

厚度设计为例，对阀片厚度的优化设计过程进行讲解。

根据常通节流孔 A_{0f}的优化设计方法，对复原阀片 h_f 也可建立优化设计目标函数，进行曲线拟合优化设计。设阀片设计厚度 h_{fi}减振器速度特性曲线在速度范围[V_{k1}，V_{k2}]内所组成的面积，即代表设计阀片厚度减振器在该速度范围内的功率 P_{Di}；而目标要求速度特性曲线在速度范围[V_{k1}，V_{k2}] 内所组成的面积，代表减振器在速度范围[V_{k1}，V_{k2}]内设计要求的功率 P_{di}，则复原阀片厚度 h_f 的曲线拟合优化设计目标函数为

$$F_{\text{D-d}}\big|_{h_{fj}}=P_{\text{D}j}-P_{\text{d}j} \tag{5-116}$$

目标函数随速度的变化曲线如图 5.43 所示。

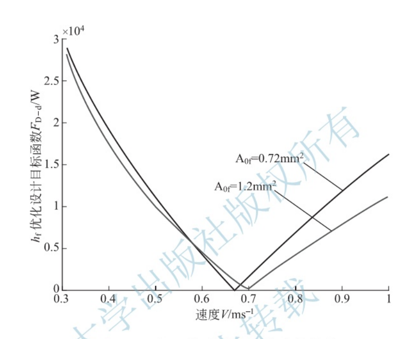


图 5.43　目标函数随设计速度变化曲线

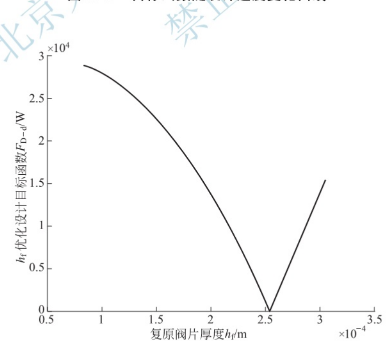


图 5.44　目标函数随阀片厚度 h_f 的变化曲线

可知，目标函数存在极值点，极值点不仅与速度离散点的个数有关，还与减振器结构参数有关。例如，在不同常通节流孔面积 A_{0f}情况下，优化设计速度点不同。因此，必须

是在常通节流孔面积设计确定之后，再对阀片厚度进行优化设计。

2. 最优阀片厚度 h_f

当目标函数 $F_{D\text{-}d}|_{h_j}$ 达到最小时，所对应的设计速度点即为最优阀片设计厚度速度点，所对应的阀片厚度即为节流阀片优化设计厚度，如图 5.44 所示。

3. 优化设计过程

(1) 利用速度点 $V_j\in[V_{k1}, V_{k2}]$，$j\in[1, 2, \cdots, n]$，设计节流阀片厚度 h_j。

(2) 对设计阀片 h_j，计算在速度 $[V_{k1}, V_{k2}]$ 范围内各速度点阻尼力值 $F_{D,j}$。

(3) 建立阀片厚度优化设计目标函数 $F_{D\text{-}d}|_{h_j}=P_{Dj}-P_{dj}$。

(4) 求阀片优化设计目标函数 $F_{D\text{-}d}|_{h_j}$ 的极值，极值对应的速度点即为最优速度设计点，对应的阀片厚度 h_i 即为所求的最优阀片厚度。

5.5.6 基于速度特性的减振器其他阀系参数的曲线拟合优化设计

利用曲线拟合优化设计方法得到减振器常通节流孔面积 A_0 和节流阀片厚度 h 的设计值之后，可根据初次开阀速度点和最大开阀速度点所要求的阻尼力，利用式(5-99)和式(5-101)，以及式(5-112)和式(5-114)分别对减振器复原阀和压缩阀的阀片预变形量和最大限位间隙进行设计。

(1) 复原阀片预变形量 $f_{rk0}=f_{rk1}=G_{rk}p_{fk1}/h_f^3$

(2) 复原阀片最大限位间隙 $\delta_{\max f}=G_{rkf}(p_{k2f}-p_{k1f})/h_f^3$

(3) 压缩阀片预变形量 $f_{rk0y}=G_{rky}\dfrac{F_{dyk1}-S_h p_{lk1}}{h_y^3 S_g}-G_{rky}\dfrac{p_{hyk1}}{h_y^3}$

(4) 压缩阀片最大限位间隙 $\delta_{\max y}=G_{rky}(p_{k2y}-p_{k1y})/h_y^3$

将曲线拟合优化设计得到的复原节流阀片厚度 h_f 和压缩节流阀片厚度 h_y 的设计值，分别代入以上 4 式，便可分别得到减振器复原阀的节流阀片预变形量 f_{rk0} 和最大限位间隙 $\delta_{\max f}$，以及压缩阀的节流阀片预变形量和最大限位间隙的设计值。

5.6 减振器阀系参数黄金分割优化设计

尽管减振器阀系参数曲线拟合方法能够得到可靠的阀系参数设计值，但是该方法需要建立优化设计目标函数，并需要编程进行计算，因此，一般工程设计人员难以掌握。

通过分析发现，利用曲线拟合优化设计方法所得到的常通节流面积和阀片厚度的最佳速度设计点，与常通节流孔速度设计区间和阀片厚度的速度设计区间的黄金分割点相吻合。因此，只要能求得减振器开阀前后的常通节流孔面积速度设计区间和阀片厚度设计区间的黄金分割点，就可以利用减振器阀系参数的单点速度设计数学模型，实现对阀系参数的黄金分割优化设计。减振器阀系参数黄金分割优化设计的关键问题是如何确定阀系参数的黄金分割优化设计速度点，而且对于单分段速度特性曲线和多分段速度特性曲线，黄金分割点的确定方法有所不同，下面分别对单分段速度特性曲线和多分段速度特性曲线的黄金分割点的确定加以说明。

5.6.1 单分段速度特性的黄金分割速度设计点

单分段速度特性曲线的黄金分割优化设计速度点，可直接通过黄金分割点的定义加以确定。如图 5.45 所示即为单段速度特性曲线。

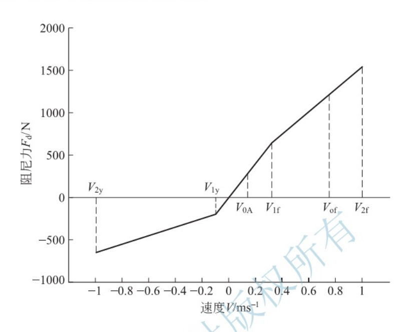


图 5.45 基于车辆参数的最佳阻尼匹配减振器速度特性曲线

由图 5.45 可知，减振器初次开阀前后其速度特性曲线可看作是单分段的。

因此，常通节流面积在$(0, V_{k1}]$速度区间的黄金分割优化设计速度点 V_{oA} 为

$$V_{oA}=0.618V_{k1} \tag{5-117}$$

因此，速度点 V_{oA} 所对应的减振器阻尼力为

$$F_{doA}=k_1V_{oA}=0.618F_{dk1} \tag{5-118}$$

将节流孔面积黄金分割优化设计速度点 V_{oA} 及所对应的减振器阻尼力 F_{doA}，代入减振器复原阀常通节流孔面积单速度点设计数学模型式(5-94)，便可实现对减振器复原阀常通节流孔面积 A 的黄金分割优化设计。

节流阀片厚度在$(V_{k1}, V_{k2}]$速度区间的黄金分割优化设计速度点 V_{oh} 为

$$V_{oh}=V_{k1}+0.618(V_{k2}-V_{k1}) \tag{5-119}$$

因此，设计速度点 V_{oh} 对应的减振器阻尼力为

$$F_{doh}=F_{dk1}+k_2V_{oh}=F_{dk1}+\frac{F_{dk2}-F_{dk1}}{V_{k2}-V_{k1}}V_{oh} \tag{5-120}$$

将节流阀片厚度黄金分割优化设计速度点 V_{oh} 及所对应的减振器阻尼力 F_{doh}，代入减振器复原阀节流阀片厚度单速度点设计数学模型式(5-95)，便可实现对减振器复原节流阀片厚度 h 的黄金分割优化设计。

利用黄金分割优化设计方法得到的复原阀节流阀片厚度设计值 h 和式(5-99)和式(5-101)就可对复原阀的节流阀片预变形量和最大限位间隙进行黄金分割优化设计。

同理，利用黄金分割优化设计方法可以对减振器压缩阀参数进行优化设计。

5.6.2 多分段速度特性的黄金分割速度设计点

对分段速度特性的黄金分割速度设计点的求解，不同于单分段速度特性的求解。对于

多分段，需要利用各分段线性斜率的影响系数，求得多分段线性区间的黄金设计点，对减振器阀系参数进行设计。现以两分段黄金分割点的求解为例加以说明，如图 5.46 所示。

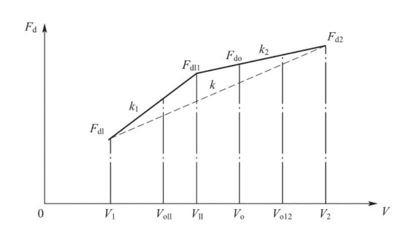


图 5.46 多分段黄金分割点示意图

1. 多分段速度特性的黄金分割点

如图 5.46 所示，在整个速度区间 $[V_1, V_2]$ 内，定义区间两端点(V_1, F_{d1})和(V_2, F_{d2})连线的斜率为多分段线段整体的斜率 k，即

$$k=\frac{F_{d2}-F_{d1}}{V_2-V_1} \tag{5-121}$$

两分段各自的黄金分割点分别为

$$V_{o11}=V_1+0.618(V_{11}-V_1) \tag{5-122}$$

$$V_{o12}=V_{11}+0.618(V_2-V_{11}) \tag{5-123}$$

由图 5.46 可知，两分段线段的斜率不同，分别为

$$k_1=\frac{F_{d11}-F_{d1}}{V_{11}-V_1} \tag{5-124}$$

$$k_2=\frac{F_{d2}-F_{d11}}{V_2-V_{11}} \tag{5-125}$$

现定义各分段斜率的影响因子 η_1 和 η_2，分别为

$$\eta_1=\frac{k_1}{k} \tag{5-126}$$

$$\eta_2=\frac{k_2}{k} \tag{5-127}$$

因此，在考虑多分段斜率的影响下，整个多分段区间的黄金分割设计点定义为

$$V_o=\eta_1 V_{o11}+0.618(\eta_2 V_{o12}-\eta_1 V_{o11}) \tag{5-128}$$

可知，各分段特性的斜率对黄金分割设计速度点有影响。当各分段在同一直线上时，各分段斜率影响因子 $\eta_i=1$，黄金设计点的计算结果与单分段的计算结果相同。

求得黄金分割设计速度点之后，可根据所给定的减振器分段线性速度曲线，求得该速度点所对应的减振器阻尼力。

2. 多分段速度特性的拟合方程

对于减振器多分段速度特性，可利用 Matlab 软件用多次拟合方程 $F_d=C_0+C_1V+C_2V^2+C_3V^3+\cdots+C_nV^n$来拟合速度特性。为了确定多分段速度特性的曲线拟合方程，就

要确定各个系数的值，即 C_0、C_1、C_2 和 C_3。现在，已知的速度点及对应阻尼力对应着无数条曲线，在这些曲线中，必存在一条曲线，使其与原特性曲线最逼近。为了求得这条曲线，利用最小二乘法原理，即使拟合曲线的各点对应阻尼力 F_{Di} 与原曲线上对应的阻尼力 F_{di} 之差的平方根最小，即使 $\sum(F_{Di}-F_{di})^2$ 最小。拟合曲线有两种，一种是过原点的，另外一种是不过原点的。由于减振器阀系参数所取的黄金分割点都不在原点附近，因此在两种拟合曲线中，应选择与原给定的多分段速度特性曲线最逼近的拟合曲线。

例如，某减振器给定的多点速度特性数值分别见表 5－3。

表 5－3　某减振器给定的多点速度特性数值

速度 V/ms^{-1}	0	0.025	0.05	0.10	0.15	0.30	0.50	0.60	0.80	1.0
复原力 F_d/N	0	45	90	180	290	620	867	990	1228	1465
压缩力 F_d/N	0	37.5	75	150	177.5	260	360	410	530	650

利用最小二乘法，可得减振器复原和压缩行程的多分段速度特性的数学模型如下。

（1）复原行程多分段速度特性的数学模型为

$$F_d=-0.0202\times10^3+2.4296\times10^3V-1.6374\times10^3V^2+0.6909\times10^3V^3$$

（2）压缩行程多分段速度特性的数学模型为

$$F_d=-0.0003\times10^4+0.1960\times10^4V-0.6493\times10^4V^2+1.2756\times10^4V^3-1.1354\times10^4V^4+0.3785\times10^4V^5$$

减振器多点速度特性及其拟合数学函数曲线分别如图 5.47 和图 5.48 所示。

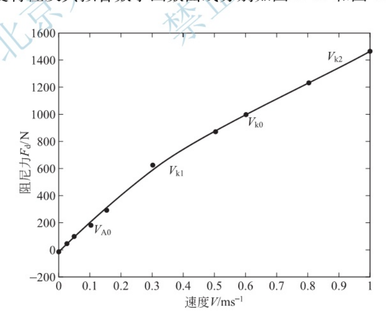


图 5.47　减振器多点复原速度特性及拟合曲线

3. 多分段速度特性的黄金分割点阻尼力

将利用式(5－128)求得的多分段减振器速度特性的黄金分割速度设计点，代入求得的多分段速度特性数学模型，便可求得减振器常通节流孔面积和节流阀片厚度的黄金分割优

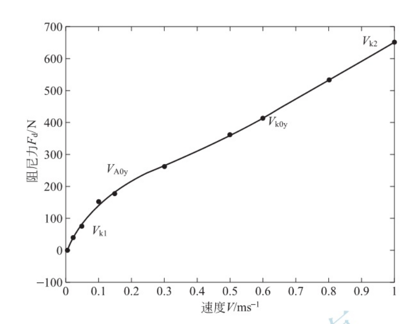


图 5.48　减振器多点压缩速度特性及拟合曲线

化设计速度点所对应的减振器阻尼力。

4. 多分段速度特性的减振器阀系参数设计

根据求得的减振器多分段黄金分割速度点及对应的阻尼力，利用减振器阀系参数单速度点设计数学模型，便可得到满足减振器多分段速度特性设计要求的减振器阀系参数设计值。

5.7　基于车辆参数的减振器阀系参数设计

5.7.1　车辆悬架最佳阻尼匹配减振器速度特性

基于车辆参数的减振器阀系参数设计的关键点是如何根据车辆参数(车辆类型、簧上质量、车身固有频率、最佳阻尼比、平安比和杠杆比)确定出与车辆悬架达到最佳阻尼匹配的减振器速度特性曲线，然后根据所得到的减振器最佳阻尼匹配速度特性曲线，利用基于速度特性的减振器阀系参数优化设计方法，对减振器阀系参数进行优化设计。

设单轮总质量为 m_t，单轮簧下质量为 m_d，则单轮簧上质量为 $m_u = m_t - m_d$。按 1/4 单自由度振动模型，根据悬架系统最佳阻尼比，可得悬架系统最佳阻尼系数为

$$C_s = 4\pi\xi f_0 m_u \tag{5-129}$$

式中，ξ 为悬架最佳阻尼比，是由被动悬架最佳阻尼匹配所决定的；f_0 为悬架固有频率。

因此，根据悬架系统杠杆比 i，可求得减振器复原行程在首次开阀时的阻尼系数为

$$C_{d1} = 4\pi\xi f_0 m_u / i^2 \tag{5-130}$$

根据减振器平安比 η 的定义，可得

$$\eta_{ps} = k_1 / k_2 = C_{d1} / k_2 \tag{5-131}$$

式中，k_1 为减振器首次开阀前的速度特性直线的斜率；k_2 为最大开阀前的速度特性直线的斜率。

因此，可得减振器复原行程最大开阀前速度特性曲线的斜率 k_2 为

$$k_2 = C_1/\eta_{ps} \tag{5-132}$$

根据阻尼力与阻尼系数和速度之间关系，可得到减振器复原行程最大开阀阻尼系数 C_{d2} 为

$$C_{d2} = \frac{F_{dk2}}{V_{k2}} = \frac{F_{dk1} + k_2(V_{k2} - V_{k1})}{V_{k2}} \tag{5-133}$$

式中，V_{k1} 和 V_{k2} 分别为减振器首次开阀速度和最大开阀速度；F_{dk1} 和 F_{dk2} 分别为减振器在首次和最大开阀时的阻尼力。

将 $F_{dk1} = C_{d1}V_{k1}$ 和 $k_2 = C_{d1}/\eta_{ps}$ 代入上式，得

$$C_{d2} = \frac{C_{d1}}{\eta_{ps}} + C_{d1}\left(1 - \frac{1}{\eta_{ps}}\right)\frac{V_{k1}}{V_{k2}} \tag{5-134}$$

根据减振器压缩行程和复原行程阻尼特性的双向比 β_d，可得减振器压缩行程在开阀前后的阻尼系数分别为

$$C_{d1y} = \beta_d C_{d1} = \beta_d 4\pi\xi f_0 m_u / i^2 \tag{5-135}$$

$$C_{d2y} = \beta_d C_{d2} = \frac{\beta_d C_{d1}}{\eta_{ps}} + \beta_d C_{d1}\left(1 - \frac{1}{\eta_{ps}}\right)\frac{V_{k1}}{V_{k2}} \tag{5-136}$$

由以上分析可知，利用车辆参数以及复原行程和压缩行程的初次开阀速度和最大开阀速度，可求得减振器复原行程的首次开阀阻尼力 F_{dk1} 和最大开阀阻尼力 F_{dk2}，以及压缩行程的首次开阀阻尼力 F_{dk1y} 和最大开阀阻尼力 F_{dk2y}。因此，可得设计减振器要求的分段线性速度特性曲线，如图 5.49 所示。

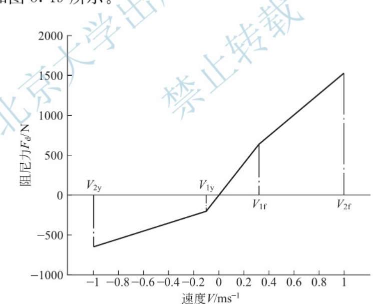


图 5.49　基于车辆参数的最佳阻尼匹配减振器速度特性曲线

5.7.2　基于车辆参数的减振器阀系参数设计

根据所得到的减振器最佳阻尼匹配速度特性曲线，利用基于速度特性的减振器阀系参数曲线拟合优化设计方法，对减振器阀系参数进行优化设计。这样设计的减振器与该车辆悬架系统会达到最佳阻尼匹配，使得车辆具有最佳减振效果。

5.8　减振器阀系参数CAD设计

5.8.1　减振器阀系参数CAD系统简介

在基于速度特性和车辆参数的减振器阀系参数优化设计数学模型的基础上，采用VC++编程工具软件与AutoCAD作为研发平台软件，首先解决C++与AutoCAD之间数据传输、定位、显示等问题，然后开发减振器阀系参数CAD软件。

1. 计算流程

基于减振器速度特性和基于车辆参数的减振器阀系参数CAD设计的计算流程图，分别如图5.50(a)和图5.50(b)所示。

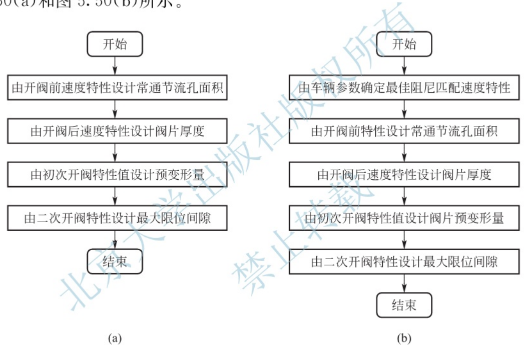


图5.50　减振器阀系参数CAD计算流程图

1）按速度特性的设计

由用户给定的速度特性曲线可知，系统对复原阀和压缩阀阀系参数包括常通节流孔面积、节流阀片厚度、预弯曲变形量、垫圈厚度、最大限位间隙，进行解析计算和优化设计，并对节流阀片厚度进行等效拆分。计算过程，首先设计复原阀参数，然后设计压缩阀参数。减振器阀系参数设计结果标注在图纸上，自动输出阀系参数CAD设计图纸。

2）基于车辆参数的设计

由用户给定整车的必要参数，包括单轮簧上质量、平安比、车身固有频率和悬架杠杆比，系统对复原阀和压缩阀的阀系参数，包括常通节流孔面积、节流阀片厚度、预弯曲变形量、垫圈厚度、最大限位间隙，进行解析计算和优化设计，并对节流阀片厚度进行等效拆分。计算过程，首先设计复原阀参数，然后设计压缩阀参数。减振器阀系参数设计结果标注在图纸上，并自动输出阀系参数CAD设计图纸。

2. 系统功能

该软件可实现减振器结构参数设置、阀系参数解析计算、CAD设计图纸库调用、优化设计数值的自动标注、设计结果保存等功能。减振器CAD软件所实现的功能框图，如图5.51所示。

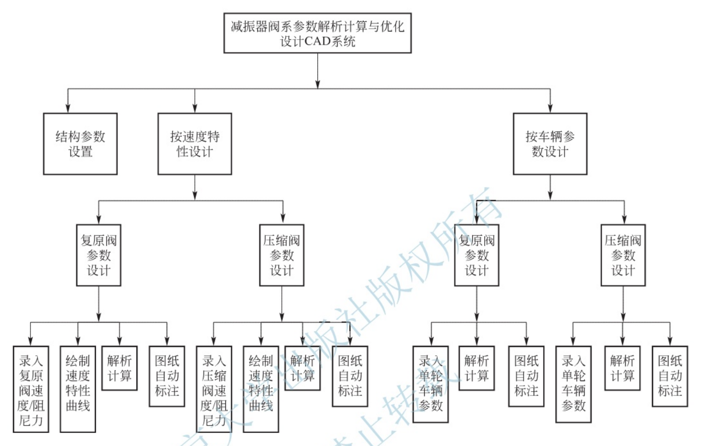


图5.51 软件所实现的功能框图

5.8.2 CAD软件的研发工具

1. AutoCAD开发平台

CAD是Computer Aided Design的缩写，意思是“计算机辅助设计”。AutoCAD软件是美国Autodesk公司开发的产品，已成为全球领先的、使用最为广泛的计算机绘图软件，用于二维绘图、详细绘制、设计文档和基本三维设计。自从1982年Autodesk公司首次推出AutoCAD软件，就在不断地进行完善，陆续推出了多个版本，目前AutoCAD 2008是AutoCAD软件的第22个版本，其性能得到了全面提升，使制图工作变得更加高效。

AutoCAD制图功能强大、应用面广，已在机械、建筑、汽车、电子、航天、造船、地质、服装等多个领域得到了广泛应用，成为工程技术人员的必备工具之一。减振器生产厂家对减振器的设计、方案修改、图纸打印等都离不开AutoCAD。在本系统中，AutoCAD用作设计图纸的参数标注和显示。

2. Visual C++开发工具软件

Visual C++是一个功能强大的可视化软件开发工具。自1993年Microsoft公司推出Visual C++ 1.0后，随着其新版本的不断问世，Visual C++已成为专业程序员进行软件

开发的首选工具。Visual C++ 3 个主要的部分如下。

(1) Developer Studio，Developer Studio 是一个集成开发环境，提供了一个良好的编辑器和众多 Wizard，它不仅用于 VC，也同样用于 VB、VJ、VID 等 Visual Studio 家族的其他成员。

(2) MFC。

(3) Platform SDK，它是以 Microsoft C/C++编译器为核心，配合 MASM 和其他一些工具和文档资料组成的。

该软件选用 VisualC++ 6.0 作为阀系参数 CAD 系统开发工具。

Visual C++ 6.0 不仅是一个 C++编译器，而且是一个基于 Windows 操作系统的可视化集成开发环境(Integrated Development Environment，IDE)。Visual C++ 6.0 由许多组件组成，包括编辑器、调试器以及程序向导 AppWizard、类向导 Class Wizard 等开发工具。这些组件通过 Developer Studio 组件集成为和谐的开发环境。

5.8.3 减振器 CAD 软件的相关技术

本项目的最终成果是基于对话框的应用程序。该程序完成阀系参数的计算，并利用 ActiveX 控件，实现打开、标注、保存 CAD 图纸的功能。软件研发中主要用到了 3 种技术支持：消息响应机制、对话框和基于 MFC 的 ActiveX 技术。

1. 消息响应机制

Windows 的消息响应机制是 Windows 编程的一个重点难点。Windows 应用程序、操作系统与计算机硬件之间的相互关系如图 5.52 所示。

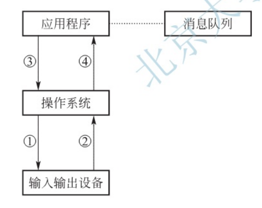


图 5.52 计算机硬件之间的相互关系

应用程序对消息的响应是向上的箭头④，表示操作系统能够将输入设备的变化上传给应用程序。如用户在某个程序活动时按了一下键盘，操作系统马上能够感知到这一事件，并且能够知道用户按下的是哪一个键，操作系统并不决定对这一事件如何做出反应，而是将这一事件转交给应用程序，由应用程序决定如何对这一事件做出反应。对事件做出反应的过程就是消息响应。同样，向下的箭头③表示应用程序可以通知操作系统执行某个具体的动作，如操作系统能够控制声卡发出声音，但它并不知道应该何时发出何种声音，需要应用程序告诉操作系统应该发出什么样的声音。应用程序要通知操作系统完成某个功能时，都是以函数调用的形式实现的，同样，应用程序也是以函数调用的方式来通知操作系统执行相应的功能的。这些函数的集合就是 Windows 操作系统提供给应用程序编程的接口(Application Programming Interface)，简称 Windows API，如 CreateWindow 就是一个 API 函数。应用程序中调用某个函数，操作系统就会按照该函数提供的参数信息产生一个相应的窗口。在 Windows 程序运行过程中，程序必须对用户或者系统所发生的消息进行相应的处理。所以，程序在从消息队列中取得消息以后，必须能找到消息所对应的处理程序。MFC 使用消息映射的机制来实现消息响应函数的封装。

2. 对话框

MFC 提供对话框类库。该类库包含了一组函数，如 GetDlgItem 函数用来获取对话框中的子控件；UpdateData 函数用来实现数据交换和数据验证。利用子控件对象的方法，可以对控件进行操作。

为了增加了应用程序的易用性，本项目中所有的静态控件都是通过类库中的函数来实现的，从而把暂时用不到的功能按键屏蔽，提高应用程序的易用性。

3. ActiveX 技术

ActiveX 控件是一个直接插入到 C++程序中的软件模块，也称作 OLE(OCX)控件。ActiveX 技术是符合 COM 规范、使组件可以在网络环境中进行交互的技术。

VC++中创建 ActiveX 控件的步骤如下。

(1) 插入 ActiveX 控件，由 ClassWizard 生成相应的 ActiveX 控件类的文件。

(2) 在使用 ActiveX 控件的对话框或窗口类中添加 ActiveX 控件类数据成员。

(3) 重写 CDialog::OnInitDialog(或其他窗口中响应 WM_CREAT 消息)，在新的函数中调用 ActiveX 控件类 Create 函数。

(4) 在父窗口类中，手工添加必要的与新控件有关的事件消息处理函数、原型和相应的消息映射。

该软件利用 ActiveX 技术开发了两个主要的控件，用于界面直观显示速度特性曲线图，用于显示 *.dwg 格式的文件并进行参数标注。

5.8.4 C++与 AutoCAD 数据传递接口设计

1. 接口方式

本项目通过 VC++进行阀系参数计算，通过 AutoCAD 实现计算参数的图纸标注，为此，需要解决高级语言与 AutoCAD 之间的接口问题。目前，AutoCAD 绘图软件与高级语言的接口方式主要有以下几种。

1) DXF 接口

DXF 文件是一个可与高级语言相互调用的图形交换文件。它是专用格式的 ASCII 码文件，可以容纳所有的绘图信息，因而它是与高级语言连接的一种重要形式。可以用高级语言生成 DXF 文件，通过调用 DXFIN 命令来生成相应的图形。但是由于 DXF 文件格式要求非常严格，文件庞大，有冗余，因而理论可行，但不实用。

2) SCR 接口

SCR 是一种命令批处理文件，相当于 DOS 下的 *.BAT 文件。SCR 文件将一组 AutoCAD 命令写在一个文本文件中，提供给 AutoCAD 系统自动运行。SCR 是一个过程文件，运行速度较慢。

3) Autolisp 语言

Autolisp 是嵌入 AutoCAD 内部具有智能特点的编程语言，是开发 AutoCAD 不可缺少的工具。它可为 AutoCAD 增加某些特殊的函数功能，可制作幻灯片、菜单等。但是它的数学处理功能较差，查询与修改速度慢，可供利用的空间小，单独选用 Autolisp 进行二次开发不切实际。

4）IGES 接口

IGES 图形接口是一种较早的图形交换文件，AutoCAD 提供此接口只是为了与其他 CAD 系统进行数据交换，进行参数化绘图很少采用这种文件形式。

2. 接口设计

该软件需要调用 AutoCAD 系统，对减振器设计图纸（*.dwg 格式的文件）进行操作。主要是实现图纸的打开、数据传送、参数结果数值标注等。

AutoCAD 的菜单命令可以分为 4 类，图形绘制命令、图形编辑命令、文本注释命令、标注命令。标注是一般绘图过程中不可缺少的步骤，为此，AutoCAD 提供了一套完整的标注命令。通过这些命令，可标出图形上的各种尺寸和内容，如线形尺寸、角度、直径、半径等。例如：dimliner(float x，float y，float g，int i，int j，int k)的功能是自动进行水平标注和垂直标注。其中 x，y 是起点坐标，g 是相对于起点的长度，i、j、k 是控制函数。

通过对各种接口技术的对比、对 AutoCAD 标注命令的研究，加上对每套减振器设计图纸待标注数据和位置的分析，选用 SCR 接口实现 C++与 AutoCAD 数据传递。

具体方法是将 VC++中的参数设计结果写入一个特定的文件中，建立标注 SCR 脚本文件，该文件含标注位置的坐标信息、旋转角度及需要标注的内容等，继而调用 AutoCAD 系统进行结果的标注。

在 Visual C++ 6.0 环境下，生成 SCR 脚本文件，有多种方式可以选择，如利用 Win32 API 进行文件操作、利用 MFC 已经封装好的 Cfile 系列的文件操作类来进行文件的读写操作、使用 ANSI C/C++提供的标准文件操作方式；由于 C++提供的标准文件操作方式是 ANSI 定义的标准，通用性强，适用于各种平台，其代码可以在各种编译器上无需修改地进行编译。因此，本项目采用 ANSI C++提供的标准文件操作方式建立 SCR 脚本文件。

5.8.5 基于控件技术实现图形与图纸处理

该软件利用 ActiveX 技术开发了用于显示 .dwg 格式的文件并进行参数标注的控件。

采用的减振器图纸处理是利用 AutoCAD 软件系统本身功能来实现的，并且这种方法可以借助 AutoCAD 对设计图纸进行各种再处理。但该方法对系统资源的消耗较大，每次标注或打开一张图纸都需要重新打开 AutoCAD 软件，并且要求客户计算机上必须装有 AutoCAD 软件。为了使本项目研发的“筒式减振器阀系参数解析计算与优化设计 CAD 系统”适应性更强，在 VC++ 中利用 ActiveX 技术开发了 MxDraw 控件，该控件采用 OpenDWG 公司提供的 DwgDirect 控件的 API 函数读写 dwg 文件，获得其中实体的数据信息，使用 GDI+绘制实体并显示。采用 MxDraw 控件无需启动 AutoCAD 系统，直接在 VC++应用程序中读取 .dwg 文件，而且高效的图形压缩技术大大加快了读取速度。

5.8.6 减振器阀系参数 CAD 设计实例

1. 基于速度特性的减振器阀系参数 CAD 设计

基于速度特性的减振器阀系参数 CAD 软件的主窗口如图 5.53 所示。

在如图 5.53 所示的基于速度特性的减振器 CAD 软件窗口中，首先打开【参数设置】

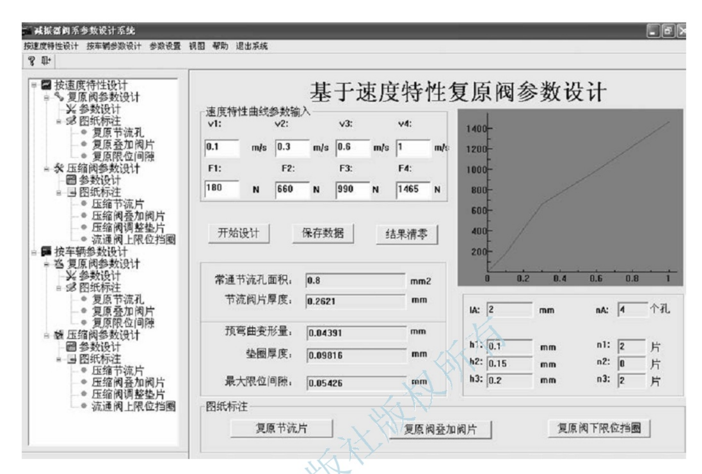


图 5.53 基于速度特性的减振器 CAD 窗口

菜单，对减振器的结构参数、油液弹簧和材料参数进行设置。随后单击窗口左边的树状结构的【按速度特性设计】功能选项，并选择【复原阀参数设计】功能菜单，然后在窗口的“速度特性曲线参数输入”的位置处，输入减振器复原速度特性设计要求值。在输入速度特性设计要求值的过程中，油泵的特性曲线会跟随输入特性数值的大小而自动变化。最后，单击【开始设计】按钮，软件便可对减振器复原阀参数进行 CAD 设计，减振器阀系参数设计结果会自动在结果显示窗口显示，包括常通节流孔面积设计值，即常通节流孔的宽度和个数；节流阀片厚度设计值，即各叠加阀片的厚度和片数；节流阀片预变形量的大小；最大限位间隙的大小，即间隙调整垫圈的厚度。

例如，某减振器的内缸筒直径为 28mm，活塞杆为 20mm，油液密度为 890kg/m^3，节流阀片的弹性模型 $E=200$MPa，泊松比 $\mu=0.3$，复原阀片的内半径 $r_a=5.5$mm，外半径 $r_b=8.5$mm，阀口位置半径 $r_k=8.0$mm，所输入的减振器复原行程速度特性设计要求值，CAD 软件设计得到的减振器阀系参数设计值，如图 5.55 所示。

常通节流面积，$A_0=0.8\text{mm}^2$，即常通节流孔的宽度 $l_A=2$mm，个数 $n_A=4$ 个。

节流阀片厚度，$h=0.2621$mm，即 $h_1=0.1$mm，$n_1=2$；$h_1=0.15$mm，$n_1=0$；$h_1=0.2$mm，$n_1=2$。

预弯曲变形量，$f_{rk0}=0.04391$mm。

最大限位间隙，$\delta_{max}=0.05426$mm，即调整垫圈厚度，$h_g=0.09816$mm。

单击【保存数据】按钮将减振器复原阀参数进行 CAD 设计的结果以文本的格式保存在计算机硬盘中，以备实际设计参考应用。

单击【复原节流片】按钮或单击【复原阀叠加节流】按钮，或单击【复原阀下限位挡

圈】按钮，软件将调用AutoCAD系统平台，并将减振器复原阀参数的CAD设计图纸显示在窗口上，可以对CAD设计图进行保存处理，也可以直接打印输出CAD设计图纸，用于指导减振器实际设计和生产。

同理，对减振器压缩阀参数设计，只需要首先选择窗口左边的树状结构的【压缩阀参数设计】功能菜单，然后在窗口的"速度特性曲线参数输入"的位置处，输入减振器压缩速度特性设计要求值。软件便可实现对减振器压缩阀参数的CAD设计，并可在显示窗口显示压缩阀参数的CAD设计数值，得到相应的压缩阀参数CAD设计图纸。

2. 基于车辆参数的减振器阀系参数CAD设计

基于车辆参数的减振器阀系参数CAD软件的主窗口如图5.54所示。

图5.54 基于车辆参数的减振器复原阀参数CAD窗口

打开【参数设置】菜单，根据车辆要求对减振器的结构参数、油液弹簧和材料参数进行设置完成之后，单击窗口左边的树状结构的【按车辆参数设计】功能选项，并选择【复原阀参数设计】功能菜单中的"参数设计"命令，然后在窗口的"请输入四个车辆参数："的位置处，输入车辆的"单轮簧上质量(kg)"、"平安比"、"车身固有频率"和"悬架杠杆比"4个车辆参数，其中，平安比是根据车辆类型进行选择的，例如，越野型车和家庭轿车平安比的选择将不同。随后，单击【开始设计】按钮，软件便实现基于车辆参数的减振器复原阀参数进行CAD设计，减振器阀系参数设计结果会自动在结果显示窗口显示，包括：常通节流孔面积设计值，即常通节流孔的宽度和个数；节流阀片厚度设计值，即各叠加阀片的厚度和片数；节流阀片弯曲预变形量的大小；最大限位间隙的大小，即间隙调整

垫圈的厚度。设计所得到的减振器阀系参数设计值，将保证减振器阻尼特性与车辆悬架达到最佳阻尼匹配，使得车辆具有最佳减振效果。

单击【保存数据】按钮，可对所设计得到的基于该车辆参数的减振器阀系参数值进行保存；如果单击【复原节流片】按钮或单击【复原阀叠加阀片】按钮，或单击【复原阀下限位挡圈】按钮，软件将减振器复原阀参数的 CAD 设计图纸显示在窗口上，随后，可对 CAD 设计图进行保存处理，也可直接打印输出 CAD 设计图纸，用于指导实际车辆减振器的设计和生产。

同理，对于基于车辆参数的减振器压缩阀参数设计，只需要选择窗口左边的树状结构的【压缩阀参数设计】功能菜单，软件便可实现对基于车辆参数的减振器压缩阀参数的 CAD 设计，并在显示窗口显示压缩阀参数的 CAD 设计数值，得到相应压缩阀参数 CAD 设计图纸。例如，软件所输入车辆的 4 个参数，即“单轮簧上质量(kg)”、“平安比”、“车身固有频率”和“悬架杠杆比”如图 5.55 所示。



图 5.55 基于车辆参数的减振器压缩阀参数 CAD 窗口

其中，单轮簧上质量 $m_u=415.5$kg，平安比 $\eta_{ps}=1.67$，车身固有频率 $f_0=1.35$Hz，悬架杠杆比 $i=0.99$。在设计完成基于车辆参数的减振器复原阀参数之后，对压缩阀进行设计，则设计得到的基于该车辆参数的减振器压缩阀参数设计值如图 5.55 所示，即

常通节流面积，$A_{0y}=1.0\text{mm}^2$，即常通节流孔的宽度 $l_{Ay}=2$mm，个数 $n_{Ay}=5$ 个。

节流阀片厚度，$h_y=0.1752$mm，即 $h_{1y}=0.1$mm，$n_{1y}=2$；$h_{2y}=0.15$mm，$n_{2y}=1$。

预弯曲变形量，$f_{rk0y}=0.1363$mm。

最大限位间隙，$\delta_{maxy}=0.08848$mm，即调整垫圈厚度，$h_{gy}=0.2247$mm。

流通阀最大限位间隙，$\delta_{maxl}=0.1019$mm。

打印输出的减振器阀系参数 CAD 设计图纸，如图 5.56 和图 5.57 所示。

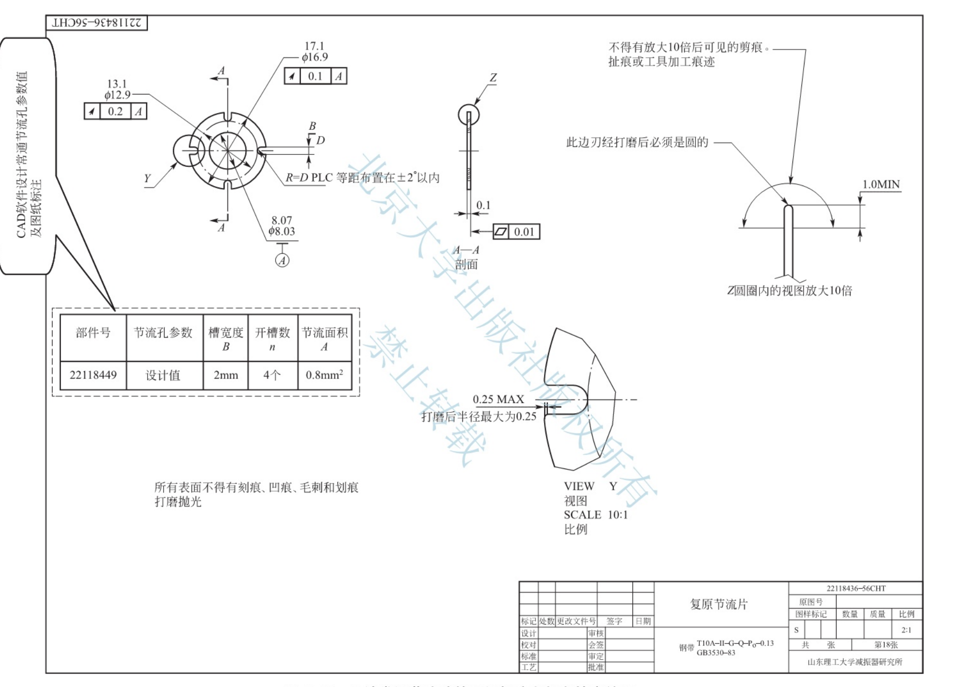


图 5.56　设计常通节流孔的图纸标注和打印输出结果

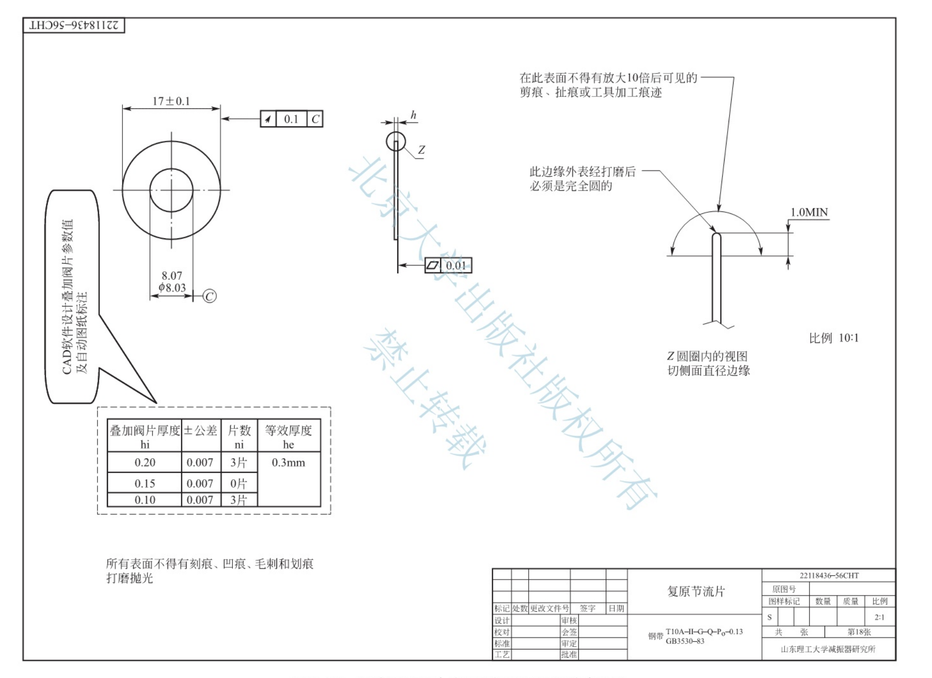


图 5.57 设计叠加阀片的图纸标注和打印输出结果

5.9 减振器特性试验

5.9.1 汽车减振器特性试验内容

汽车减振器技术条件与台架试验方法应该根据国家标准所规定的汽车减振器技术条件与台架试验方法。减振器特性试验包括示功特性（阻力特性）、速度特性、耐久特性、温度特性、摩擦力、抗泡沫性试验，对于充气减振器还应该进行充气力试验。其中包括以下内容。

（1）示功特性试验是指减振器在规定的行程和试验频率下，两端作相对简谐运动，其阻力(F_d)随位移(S)的变化关系的阻力特性试验，所构成的曲线($F-S$)称示功图。

（2）速度特性试验是指减振器在规定的行程和多种试验频率下，两端作相对简谐运动时，其阻力(F_d)与速度(V)关系的特性试验，在多种速度下所构成的曲线(F_d-V)称速度特性图。

（3）减振器耐久性试验是指在规定的工况条件下，在规定的运转次数后，减振器特性变化的试验。

（4）温度特性试验是指减振器在规定的速度下，并在多种温度的条件下，所测得的阻力(F_d)随温度(t)的变化关系的特性试验，所构成的曲线($F-t$)称温度特性图。

（5）摩擦力试验是指减振器以≤0.005m/s 的速度，测定减振器力的试验。

（6）抗泡沫性试验是指减振器在规定的条件下，重复运动后，减振器内的油可能产生泡沫，对减振器示功特性抗泡沫影响能力的试验。

（6）充气力试验是指对于充气减振器，活塞处于行程的中间位置时，测定气体作用于活塞杆上力的试验。

5.9.2 试验设备

减振器示功试验台可采用机械式或液压式。无论采用何种形式，均需要满足以下总体条件。

（1）单动，一端固定，另一端实现谐波(正弦)运动。

（2）行程可调，至少为 100mm，测量精度高于 1%。

（3）有级或无级变速，最大试验频率至少为 5Hz。

（4）功率足够大，在速度为 1.0m/s 时，检测减振器速度误差小于 1%。

（5）力传感器，其精度高于 1%。

（6）减振器示功试验台的 3 次检测误差要小于 3%或 40N。

（7）测量过程自动记录、保存、处理及输出。

例如，山东理工大学车辆悬架开发研究所购置的长春试验机研究所有限公司生产的 30kN 电液伺服减振器综合试验台，如图 5.58 所示。

30kN 电液伺服减振器综合性能试验台是一种可对减振器阻尼特性、速度特性、耐久性、温度特性和抗泡沫性进行测试的综合性能试验设备，由液压动力源、主机单元、控制单元、保温箱及附件组成，可以实现负荷、位移系统两种闭环控制。其控制系统为数字控

制和计算机控制的综合控制系统，可自动进行数据采集、处理、显示、打印数据和试验结果。

试验台主要技术指标如下。

(1) 静负荷：±30kN(+/拉，−/压)。

(2) 动负荷：±30kN(+/拉，−/压)。

(3) 静态负荷精度：示值的±1%(自每挡20%起)。

(4) 作动器最大位移：±150mm。

(5) 速度范围：0.02～1.5m/s。

(6) 频率范围：0.1～50Hz。

(7) 输出波形：正弦波、三角波、方波和路谱等。

(8) 液压源工作介质：N46抗磨液压油。

(9) 冷却方式：水冷、风冷。

(10) 电机功率：45kW共2台。

(11) 额定供油压力：21MPa。

(12) 试验台控制系统：MTS−SE。

试验台控制系统采用的是美国生产的MTS−SE控制器。控制系统与数据采集系统如图5.59所示。



图5.58 30kN电液伺服减振器综合试验台

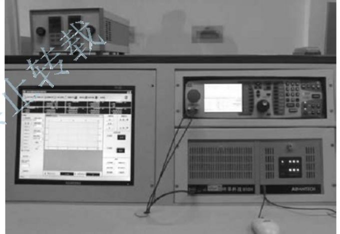


图5.59 控制系统与数据采集系统

5.9.3 汽车减振器阻尼特性试验

1. 阻力测试条件

(1) 试件温度为(20±3)℃，测试前需将减振器在(20±3)℃的温度下至少存放6个小时。

(2) 运动方向：如没有特别说明，垂直方向。

(3) 减振器活塞位置：减振器行程的中间区域。

(4) 排气过程：做5个排气过程，行程100mm和试验频率1.67Hz(V=0.524m/s)或0.83Hz(V=0.262m/s)。如减振器行程不够，建议采用行程50mm和试验频率3.33Hz。

2. 减振器额定阻力的范围

减振器做示功试验时，额定阻力是指活塞速度为0.52m/s时的阻力。一般定义为行程100mm和试验频率为1.67Hz下的速度，如减振器行程小于100mm，可以选用行程为50mm和试验频率为3.33Hz下的速度。必要时，制造厂可与用户协商确定实验条件。最大额定复原阻力与最大额定压缩阻力与阀系设计有关。双筒式减振器最大额定阻力见表5-4。

表5-4　双筒式减振器最大额定阻力(速度为0.52m/s，温度为20℃)

工作缸直径/mm	复原阻尼力/N	压缩阻尼力/N
20	<1600	<800
25	<2000	<900
27	<3000	<1000
30	<3500	<1200
32	<4000	<1400
36	<5000	<1800
40	<5000	<1800
45	<15000	<2500
50	<18000	<2800
65	<20000	<3600
70	<25000	<10000

支柱式减振器最大额定阻力见表5-5。

表5-5　支柱式减振器最大额定阻力(速度为0.52m/s，温度为20℃)

工作缸直径/mm	复原阻力/N	压缩阻力/N
25	<1800	<1000
27	<2000	<1800
30	<2500	<2200
32	<3000	<2700
36	<4500	<3000

3. 减振器额定阻力的允差值

减振器额定阻力的允差值见表5-6。

表5-6　不同速度下的额定阻力允差值

活塞速度/ms^{-1}	≤0.131	0.262	≥0.52
复原阻力/N	$\pm(20\%F_{df}+30)$	$\pm(15\%F_{df}+30)$	$\pm(12.5\%F_{df}+30)$
压缩阻力/N	$\pm(20\%F_{dy}+40)$	$\pm(17.5\%F_{dy}+40)$	$\pm(15\%F_{dy}+40)$

4. 减振器需要达到的测量速度

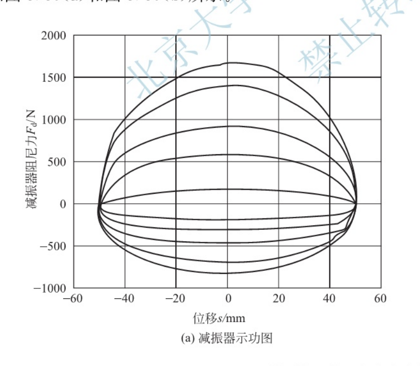
在测量阻力时，为了保证测试的正确性，阻力值在行程中点±5%范围内读取。如减振器行程不够，可将行程改为75mm、50mm或25mm，并相应地调整测试条件，以达到所需的测量速度。或按照客户指定的测试条件调整，见表5-7。

表5-7 减振器所需要达到的测量速度

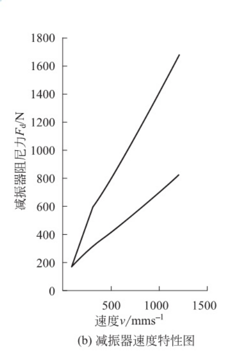
行程/mm	试验频率 f/Hz	速度 V/ms^{-1}
100	0.17	0.052
	0.42	0.131
	0.83	0.262
	1.67	0.524
特殊情况下附加	2.50	0.786
	3.33	1.048
	5.00	1.572

5. 数据处理

通过对减振器阻尼特性试验数据的分析，绘制的示功图和减振器速度特性图如图5.60(a)和图5.60(b)所示。



(a) 减振器示功图



(b) 减振器速度特性图

图5.60 减振器示功图和速度特性曲线

在给定频率和幅值情况下，可根据单个循环情况下所测得的减振器位移和阻尼力，通过计算机程序，绘制出减振器示功图和速度特性曲线，其中减振器在某位移处的速度即为减振器在该位移处的导数。例如，某减振器特性试验所测得在不同速度下的阻力数值见表5-8。

表 5-8　减振器速度特性要求数值与仿真数值

阻尼力 F_d/N	速度 v/ms^{-1}							
	0.1		0.3		0.6		1.0	
	复原	压缩	复原	压缩	复原	压缩	复原	压缩
要求值	180±64	150±54	650±92	260±60	990±100	410±80	1465±120	650±100
试验值	175	160	668	291	987	441	1476	680

根据试验测得的减振器位移和阻尼力，所绘制的示功图和速度特性曲线如图 5.61(a)和图 5.61(b)所示。

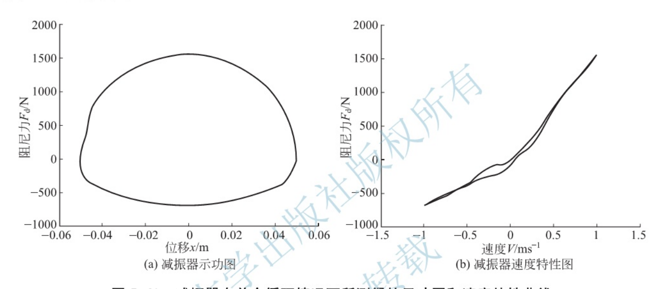


图 5.61　减振器在单个循环情况下所测得的示功图和速度特性曲线

5.9.4　汽车减振器摩擦力试验

1. 阻力测试条件

(1) 试验行程：为减振器示功行程。

(2) 侧向力加载位置：在导向器中间位置处，并与减振器轴线垂直。

(3) 测试速度：≤0.005m/s。

(4) 测力位置：在行程中点测摩擦力 F_m(行程中点±5%范围内读取)。

(5) 排气过程：做 5 个排气过程，行程 100mm 和试验频率 1.67Hz(V=0.524m/s)或 0.83Hz(V=0.262m/s)。如减振器行程不够，建议采用行程 50mm 和试验频率 3.33Hz。

2. 摩擦力(F_m)的计算

如果复原行程和压缩行程测定的摩擦力分别为 F_{mf}和 F_{my}，则减振器的摩擦力为

$$F_m=\frac{F_{mf}-F_{my}}{2} \tag{5-137}$$

式中，F_{mf}为复原行程摩擦力(N)；F_{my}为压缩行程摩擦力(N)。

3. 减振器最大允许摩擦力

未曾使用减振器的最大允许摩擦力见表 5-9。

表 5-9 双筒式减振器最大摩擦力（无侧向力）

活塞杆 d_g/mm	10-14	15-20	20-28
摩擦力 F_m/N	75	100	125

5.9.5 汽车充气减振器充气力试验

1. 阻力试验条件

（1）试验行程：为减振器示功行程。
（2）测试速度：≤0.005m/s。
（3）测力位置：在行程中点测充气力 F_c（行程中点±5%范围内读取）。

2. 充气力（F_c）的计算

如果复原行程和压缩行程测定的充气力分别为 F_{cf} 和 F_{cy}，则减振器的充气力为

$$F_c = \frac{F_{cf} + F_{cy}}{2} \tag{5-138}$$

式中，F_{cf} 为复原行程充气力(N)；F_{cy} 为压缩行程充气力(N)。

5.9.6 汽车减振器耐久特性试验

1. 耐久特性试验设备

减振器耐久性试验台可采用机械式或液压式。无论采用何种形式，均需满足以下条件。

（1）叠加运动：下端(筒身端)进行上下的高频运动，上端(活塞杆端)进行上下的低频运动；或上端固定，下端进行上下的叠加运动。
（2）机器要装有计数器，自动记录循环次数。
（3）机器要装温度测量仪，并当温度超过特定数值时，有自动关闭机构。
（4）机器要装有强制冷却装置，一般为水冷，对试件进行冷却。

2. 耐久特性试验准备

（1）尽可能地去除连接件(如防尘罩)，以增大冷却面积。
（2）按照阻力测量方法，测量试件的阻力特性，并称重量，作为耐久特性试验前的数据保存。
（3）试件的活塞位置位于减振器工作行程的中间区域。上下位置应对中良好，垂直方向安装。并安装强制冷却装置及温度仪。

3. 耐久性测试方法

1）测试时温度控制

为了控制温度，必须在贮液缸外径导向器的高度安置一个温度探头，并与外部隔绝。必须以强制冷却方式控制温度在65～80℃的范围内。当阻尼值较高时，温度超过80℃时必须设定一个持续冷却的停顿时间。在油被快速混合和冷却时，活塞运动可在低速状态下进行；此类循环次数不记入耐久性试验循环次数。如减振器温度未达到65℃，按自然状态

进行耐久特性试验。

2）叠加运动

叠加运动可按以下两种方式进行叠加。

(1) 低频为 $f_1=1\text{Hz}$，行程 $S_1=80\text{mm}$；高频为 $f_2=12\text{Hz}$，行程 $S_2=20\text{mm}$；工作循环次数为低频 5×10^5 次。

(2) 低频为 $f_1=1.67\text{Hz}$，行程 $S_1=100\text{mm}$；高频为 $f_2=10.33\text{Hz}$，行程 $S_2=16\text{mm}$；工作循环次数为低频 5×10^5 次。

3）加载侧向力

如减振器在工作时，承受较大的侧向力，则可以根据客户要求，在耐久特性试验时，加载侧向力，大小由双方协商。

4. 测试结果评判

1）耐久特性试验前后的阻尼力变化

阻尼力变化不得超过 $20\%F_d+50\text{N}$。

2）示功图

$V\leqslant0.524\text{m/s}$ 时，波动不得超过 20%；$V=1.048\text{m/s}$ 时，波动不得超过 40%。

3）油耗

无可视的泄漏，油雾化不超过加油量的 15%。油耗通过测量减振器在台架试验前后的重量获得。

4）目测检查

在台架耐久特性试验后，拆开试件，做目测检验。各零件不能出现影响减振器功能的损坏。

注意：特殊情况如果减振器行程小于 100mm，则低频行程及高频行程为原值(S_1，S_2)的 1/2；如减振器行程小于 50mm，则低频行程及高频行程为原值(S_1，S_2) 的 1/4。

5.9.7 汽车减振器温度特性试验

1. 温度特性试验设备

设备按所规定的减振器示功试验台，再配置电冰箱、恒温箱等升温、降温装置。

2. 试验条件

(1) 试验温度：－30℃，－20℃，－15℃，0℃，20℃，40℃，80℃，温差为±3℃。在达到所规定温度后，试件保温 6 小时。

(2) 运动方向：铅垂方向。

(3) 活塞位置：减振器行程的中间区域。

(4) 速度：0.52m/s，行程为 100mm。试验频率为 1.67Hz。如减振器工作行程低于 100mm，采用 50mm 行程，试验频率为 3.33Hz。

3. 测量过程

(1) 试验行程：为减振器示功行程。

(2) 侧向力加载位置：在导向器中间位置处，并与减振器轴线垂直。

(3) 测试速度：≤0.005m/s。
(4) 测力位置：在行程中点测摩擦力 F_m(行程中点±5%范围内读取)。
(5) 预行程：在−30℃测试时，无排气行程，做2个速度为0.52m/s的预行程。

4. 数据处理

1) 绘制温度特性曲线

根据在不同温度下所测定的减振器阻尼力，绘出试件的温度特性曲线如图5.62所示。

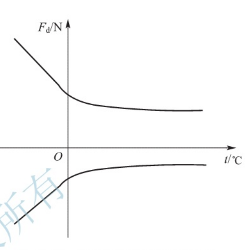


图5.62 减振器温度特性曲线

2) 计算衰减率

记录 V=0.52m/s时各温度下的阻力，然后按照式(5-139)分别计算复原行程和压缩行程的衰减率。

$$\varepsilon_f=\frac{F_{df20℃}-F_{df80℃}}{F_{df20℃}}\times100\% \qquad (5-139)$$

$$\varepsilon_y=\frac{F_{dy20℃}-F_{dy80℃}}{F_{dy20℃}}\times100\% \qquad (5-140)$$

式中，$F_{df20℃}$ 和 $F_{df80℃}$ 分别为减振器在20℃和80℃的复原阻尼力；$F_{dy20℃}$ 和 $F_{dy80℃}$ 分别为减振器在20℃和80℃的压缩阻尼力。

5. 温度特性要求值

当速度为0.52m/s，在−30℃时，其衰减率不小于−200%；在+80℃时，其衰减率不大于20%。第一次和最后一次测量(+20℃)所得的阻尼力差值应小于100N或7%。

6. 动态低温密封性

动态低温密封性试验，用冬季行车试验代替。具体条件为在室外晚上最低温度为−40℃以下，白天最高温度不超过−20℃，行车试验至少3天。每天至少启动汽车一次，每次连续行驶里程超过100km。减振器工作正常，无泄漏。

5.9.8 汽车减振器抗泡沫性试验

1. 抗泡沫性测试条件

(1) 试件温度为(20±3)℃，测试前需将减振器在(20±3)℃的温度下至少存放6个小时。
(2) 运动方向：如没有特别说明，垂直方向。
(3) 减振器活塞位置：减振器行程的中间区域。
(4) 预行程：做99个预行程，行程100mm和试验频率1.67Hz(V=0.524m/s)或0.83Hz(V=0.262m/s)。如减振器行程不够，建议采用行程50mm和试验频率3.33Hz。

2. 测试方法

为了控制温度，必须在贮液缸外径导向器的高度的位置上安置一个温度探头，并与外部隔绝。在100mm的行程下，用正弦传动装置(如曲柄连杆传动)进行测试；也可根据不同的减振器，选用较小的行程测试。

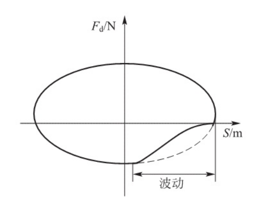


图 5.63　减振器抗泡沫性分析曲线

3. 测试过程

在 f=3.33Hz，V_{max}=1.04m/s 时，测量一个循环。注意：温度不能超过 110℃。

4. 结果分析

分析时需绘制一个减振器阻尼力一位移(F_d - S)曲线图；在第 100 个行程，波动不能超过测试行程的 25%。将实际曲线上折返点与切入点之间的距离与理想曲线上的比较，即可确认曲线的波动幅度，如图 5.63 所示。

小　　结

减振器是车辆悬架的重要组成部件，对悬架特性具有重要影响，目前应用最为普遍的是液压筒式减振器。因此，本章对液压筒式减振器设计及理论进行了介绍。首先，介绍了筒式减振器的结构和工作原理，介绍了液压减振器的阻尼构件，并对各阻尼构建的阻尼力进行分析；介绍了减振器的特性及特性参数，即减振器速度特性、示功图和特性参数；对减振器设计基本理论进行了介绍，其中包括减振器节流阀片变形解析计算、节流阀片应力解析计算、减振器叠加阀片等效厚度计算、减振器叠加节流阀片等效拆分设计原则和方法、减振器油液非线性节流损失解析计算。对基于速度特性的减振器阀系参数设计，其中包括减振器阀系参数设计顺序和设计方法、基于速度特性的减振器复原阀系参数的单点速度设计数学模型的建立、基于速度特性的减振器压缩阀系参数的单点速度设计数学模型以及目前最先进的减振器阀系参数解析曲线拟合优化设计方法，即基于速度特性的减振器常通节流孔面积的曲线拟合优化设计、减振器节流阀片厚度的曲线拟合优化设计和减振器其他阀系参数的曲线拟合优化设计；介绍了基于车辆参数的减振器阀系参数设计，即车辆悬架最佳阻尼匹配减振器速度特性及基于车辆参数的减振器阀系参数优化设计；对减振器阀系参数现代化 CAD 设计软件进行了介绍，即减振器阀系参数 CAD 系统简介、CAD 软件的研发工具、减振器 CAD 软件的相关技术、C++与 AutoCAD 数据传递接口设计、基于控件技术实现图形与图纸处理，并结合实例对减振器阀系参数 CAD 设计进行说明；最后介绍了减振器特性试验，其中包括汽车减振器特性试验内容、试验设备、汽车减振器阻尼特性试验、汽车减振器摩擦力试验、汽车充气减振器充气力测试、汽车减振器耐久特性试验、汽车减振器温度特性试验和汽车减振器抗泡沫性试验。

第6章 悬架弹簧设计

6.1 悬架主要参数的确定

6.1.1 前、后悬架的偏频

不同用途的车辆，对平顺性要求也不同，其中，轿车对平顺性要求最高，客车次之，而货车相对客车对平顺性的要求要低。若前、后悬架的簧上质量分别为 m_{u1} 和 m_{u2}，而前、后悬架的刚度分别为 k_{s1} 和 k_{s2}，则前、后悬架的偏频分别为

$$f_{01}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{s1}}{m_{u1}}},\quad f_{02}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{s2}}{m_{u2}}} \tag{6-1}$$

理论可以证明，若汽车以较高速度行驶过单个路障，前、后悬架的偏频之比 $f_{01}/f_{02}<1$ 的车身纵向角振动，比 $f_{01}/f_{02}>1$ 时的车身纵向角振动要小。因此，不同用途的车辆对前、后悬架的偏频有不同的要求。

对于轿车，当轿车发动机排量小于 1.6L 时，前悬架的满载偏频要求是 1.00～1.45Hz，后悬架的满载偏频要求是 1.17～1.58Hz；当轿车发动机排量大于 1.6L 时，前悬架的满载偏频要求是 0.80～1.15Hz，后悬架的满载偏频要求是 0.98～1.30Hz，随着发动机排量的增大，悬架的偏频应减小。

对于客车，前悬架的满载偏频为 1.20～1.50Hz，后悬架的满载偏频为 1.30～1.85Hz。

对于货车，前悬架的满载偏频要求是 1.50～2.10Hz，后悬架的满载偏频要求是 1.70～2.17Hz。

6.1.2 前、后悬架的静挠度

当采用弹性为线性变化的悬架时，则前、后悬架的静挠度可表示为

$$\delta_{s1}=\frac{m_{u1}g}{k_{s1}},\quad \delta_{s2}=\frac{m_{u2}g}{k_{s2}} \tag{6-2}$$

为了防止车身产生较大的纵向角振动，前后悬架的静挠度应尽量接近，且使得后悬架的静挠度小于前悬架的静挠度，即 $\delta_{s2}<\delta_{s1}$。

对于轿车，后悬架的静挠度是前悬架的静挠度的 0.8～0.9 倍，即 $\delta_{s2}=(0.8\sim0.9)\delta_{s1}$。

对于客车，后悬架的静挠度是前悬架的静挠度的 0.7 倍，即 $\delta_{s2}=0.7\delta_{s1}$。

而对于货车，后悬架的静挠度是前悬架的静挠度的 0.6～0.8 倍，即 $\delta_{s2}=(0.6\sim0.8)\delta_{s1}$。

6.1.3 悬架的动挠度

悬架的动挠度 δ_d 是指从满载平衡位置开始，悬架压缩到结构允许的最大变形时(通常是指缓冲块压缩到其自由高度的 1/2 或 2/3)，车轮中心相当于车架(或车身)的垂直位移。通常要求悬架应该有足够的动挠度，以防止在坏路面上行驶时经常撞击缓冲块。

对于轿车，动挠度 δ_d 取 7～9cm。

对于客车，动挠度 δ_d 取 5～8cm。

对于货车，动挠度 δ_d 取 6～9cm。

6.1.4 悬架的弹性特性

悬架在受到垂直外力与由此所引起的车轮中心相当于车身位移的关系曲线，称为悬架的弹性特性。悬架的弹性特性曲线的斜率即为悬架刚度。

悬架的弹性特性有线性和非线性弹性特性两种。当悬架变形与所受垂直外力之间成固定比例变化时，弹性特性曲线为一直线，则称悬架为线性弹性特性，此时悬架刚度为一常数。当悬架变形与所受垂直外力之间不成固定比例变化时，此时悬架刚度是变化的，其特点是在满载位置附近，刚度小且曲线变化平缓，因此具有良好的平顺性；在距离满载较远的两端，曲线变陡，刚度增大。非线性弹性特性悬架在有限的动挠度范围内，比线性弹性特性悬架具有更大的动容量，其中，悬架动容量是指悬架从静载荷的位置起，变形到结构允许的最大变形为止所消耗的功。因此，非线性弹性特性悬架对缓冲块击穿的可能性越小。

对于空载与满载时簧上质量变化比较大的货车和客车，为了减小振动频率和车身高度的变化，应当选择刚度可变的非线性弹性悬架。对于轿车，特别是越野车，虽然在空载和满载时簧上质量的变化不大，但是为了减少对车架的撞击，减小转弯行驶时的侧倾与制动时的前俯角和加速时的后仰角，也应当采用刚度可变的非线性弹性悬架。具有主、副弹簧悬架，以及具有空气弹簧和油气弹簧的悬架，均为刚度可变的非线性弹性特性的悬架。

6.2 悬架及弹簧刚度的设计

6.2.1 悬架刚度设计

1. 刚度设计

应根据车辆类型和参数，以及车辆对前、后悬架的偏频、静挠度和动挠度的要求，对

悬架刚度进行设计。即首先根据车辆对前、后悬架偏频的要求，对前、后悬架的刚度 k_{s1} 和 k_{s2} 进行设计

$$k_{s1}=4\pi^2 f_{01}^2 m_{u1}, \quad k_{s2}=4\pi^2 f_{02}^2 m_{u2} \tag{6-3}$$

式中，m_{u1}、m_{u2} 分别为前、后悬架的簧上质量；f_{01}、f_{02} 分别为前、后悬架设计所要求的偏频。

2. 刚度验证

当对前、后悬架刚度设计之后，要对前、后悬架刚度的设计值进行悬架静挠度和动挠度验证。

1）静挠度验证

设计前、后悬架的刚度 k_{s1} 和 k_{s2} 之后，要对悬架静挠度进行计算以验证其是否在车辆悬架设计要求的范围之内，是否满足前、后悬架静挠度关系要求。

将设计得到的悬架刚度设计值式(6-3)代入式(6-2)，可得前、后悬架的静挠度分别为

$$\delta_{s1}=\frac{mg}{k_{s1}}=\frac{g}{4\pi^2 f_{01}^2}, \quad \delta_{s2}=\frac{mg}{k_{s2}}=\frac{g}{4\pi^2 f_{02}^2} \tag{6-4}$$

利用上式验算得到的前、后悬架静挠度值，应该在车辆悬架设计要求的范围之内，并且满足不同类型车辆对前、后悬架之间静挠度关系，即轿车，$\delta_{s2}=(0.8\sim0.9)\delta_{s1}$；客车 $\delta_{s2}=0.7\delta_{s1}$；货车，$\delta_{s2}=(0.6\sim0.8)\delta_{s1}$。

2）动挠度验证

设计前、后悬架的刚度 k_{s1} 和 k_{s2} 之后，要根据车辆行驶振动分析理论，对悬架动挠度进行计算，验证是否在车辆悬架设计所要求的动挠度范围之内。假设车辆行驶路面输入谱为 $G_q(n_0)$，车辆行驶速度为 v，悬架的质量比为 r_m，悬架刚度为 k_s，设悬架系统的阻尼比为 ξ，则悬架动挠度均方值为

$$\sigma_{\delta_d}^2=\pi^2 G_q(n_0)n_0^2 v\frac{(1+r_m)\sqrt{m_u}}{2\xi\sqrt{k_s}r_m} \tag{6-5}$$

则动挠度均值为

$$\sigma_{\delta_d}=\sqrt{\pi^2 G_q(n_0)n_0^2 v\frac{(1+r_m)\sqrt{m_u}}{2\xi\sqrt{k_s}r_m}} \tag{6-6}$$

例如，某汽车的前悬架单轮簧上质量 $m_{u1}=415$kg，与簧下质量之比 $r_m=10$，悬架刚度 $k_{s1}=25$N/mm，悬架系统阻尼比 $\xi=0.25$，以车速 $v=60$km/h 行驶在 F 级路面上，则该车前悬架的动挠度均值由式(6-6)计算可得

$$\sigma_{\delta_{d1}}=\sqrt{\pi^2 16384\times10^{-6}\times0.1^2\times\frac{60}{3.6}\times\frac{(1+10)\sqrt{415}}{2\times0.25\times10\sqrt{25000}}}=8.74(\text{cm})$$

6.2.2 弹簧刚度设计

由于悬架弹簧安装时一般不在轮轴上方，并且有时悬架弹簧的纵轴线同轮轴铅垂成某种角度，因此，在考虑悬架弹簧安装位置或安装角度的情况下，悬架弹簧刚度可根据不同情况进行计算。

1. 当考虑悬架杠杆比 i 时

如果悬架杠杆比为 i，则根据前、后悬架刚度 k_s，可分别求得前、后弹簧刚度 k_{t1} 为

$$k_{t1}=\frac{k_{s1}}{i_1^{\ 2}};\quad k_{t2}=\frac{k_{s2}}{i_2^{\ 2}} \tag{6-7}$$

式中，k_{t1}和k_{t2}分别为前、后悬架的弹簧刚度；i_1和i_2分别为前、后悬架的杠杆比；k_{s1}和k_{s2}分别为前、后悬架的刚度。

2. 当考虑悬架安装角度α时

很多情况下悬架弹簧的纵轴线同轮轴铅垂线成某种角度α，此时根据式(6-7)，则前、后悬架的弹簧刚度可分别表示为

$$k_{t1}=\frac{k_{s1}}{i_1^{\ 2}\cos^2\alpha_1};\quad k_{t2}=\frac{k_{s2}}{i_2^{\ 2}\cos^2\alpha_2} \tag{6-8}$$

式中，α_1和α_2分别为前、后悬架弹簧的安装角度，即弹簧的纵轴线同轮轴铅垂线成某种角度。

6.3 悬架主、副弹簧刚度设计

当空载和满载差别较大时，可采用主、副弹簧悬架。当载荷小时，主簧工作，副簧不工作；当载荷达到一定数值时，主、副弹簧同时工作，主、副弹簧工作特性如图6.1所示。如何确定副簧开始参加工作的载荷F_K和主、副簧之间的刚度分配，受悬架的弹性和主、副簧上载荷分配的影响。原则上，要求车身从空载到满载时的振动频率变化要小，以保证汽车有良好的平顺性；还要求副簧参加工作前、后的悬架振动频率变化不大。这两项要求不能同时满足。主、副弹簧刚度的设计和分配有两种方法，即比例中项法和平均载荷法。

6.3.1 比例中项法

设车辆空载载荷为F_0，满载载荷为F_w，根据比例中项，确定副弹簧开始工作时的载荷F_K为

$$F_k=\sqrt{F_0F_w} \tag{6-9}$$

要想保证在空载、满载的使用范围内悬架的振动频率变化不大。当使副簧开始作用时的悬架挠度δ_a等于汽车空载时悬架的挠度δ_0，而使副簧开始起作用前一瞬间的挠度δ_K等于满载时悬架的挠度δ_c，即$\delta_a=\delta_0$，$\delta_K=\delta_c$时，经过数学计算分析，可知此时可保证在空、满载使用范围内悬架的振动频率变化都比较小。

设车辆悬架空载时的固有频率接近f_0，空载时的悬架簧上质量为$m_{u0}=F_0/g$，因此，在考虑悬架杠杆比和弹簧安装角度情况下的主弹簧刚度为

$$k_{tm}=\frac{4\pi^2f_0^2m_{u0}}{i^2\cos^2\alpha}=\frac{4\pi^2f_0^2F_0}{gi^2\cos^2\alpha} \tag{6-10}$$

式中，F_0为车辆空载时的悬架载荷。

由于当使副簧开始作用时悬架挠度δ_a等于汽车空载时悬架的挠度δ_0，因此，副簧开始作用时的悬架挠度δ_a可表示为

$$\delta_a=\delta_0=\frac{F_0}{k_{tm}} \tag{6-11}$$

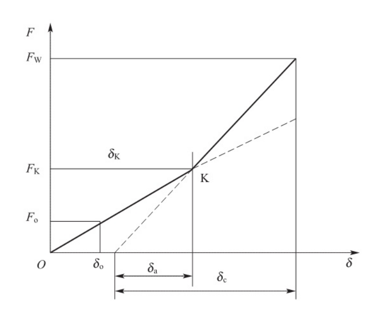


图 6.1　主、副簧的弹性特性

由于当副簧开始起作用前一瞬间挠度 δ_K 等于满载时悬架的挠度 δ_c，因此，满载时悬架的挠度 δ_c 可表示为

$$\delta_c = \delta_K = \frac{F_K}{k_{tm}}$$

将式(6－9)代入上式，可得

$$\delta_c = \frac{\sqrt{F_0 F_w}}{k_{tm}} \tag{6-12}$$

当主、副弹簧共同作用时，悬架弹簧的总刚度 k_s 等于主、副弹簧并联，即

$$k_t = k_{tm} + k_{ta} = \frac{F_w - F_K}{\delta_c - \delta_a}$$

将式(6－11)和式(6－12)代入上式，可得

$$k_{tm} + k_{ta} = \frac{k_{tm}(F_w - F_K)}{\sqrt{F_0 F_w} - F_0} \tag{6-13}$$

设车辆满载和车辆空载时的悬架载荷之比为 λ，即 $\lambda = \frac{F_w}{F_0}$，可得副弹簧刚度与主弹簧刚度之间的关系为

$$k_{ta} = k_{tm}(\sqrt{\lambda} - 1) \tag{6-14}$$

因此，将式(6－10)代入上式，可得副弹簧刚度为

$$k_{ta} = \frac{4\pi^2 f_0^2 F_0(\sqrt{\lambda} - 1)}{g i^2 \cos^2\alpha} \tag{6-15}$$

其中，主簧端面与副簧端面之间的间隙，也就是主弹簧与副弹簧的最大高度之差为

$$\Delta l = \frac{F_K - F_0}{k_{tm}} = \frac{(\sqrt{\lambda} - 1)F_0}{k_{tm}} \tag{6-16}$$

比例中项法所确定的主、副弹簧刚度的比值，能保证在空载和满载使用范围内悬架振动频率变化不大，但是副簧在起作用前后的振动频率变化比较大。

6.3.2　平均载荷法

副弹簧开始起作用的载荷等于空载与满载时悬架载荷的平均值，即

$$F_K=\frac{F_0+F_w}{2} \tag{6-17}$$

并且使在 F_0 和 F_K 之间的平均载荷对应的固有频率，与在 F_K 和 F_w 之间的平均载荷所对应的固有频率相等，即

$$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(F_0+F_K)}{2gk_{tm}i^2\cos^2\alpha}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(F_w+F_K)}{2g(k_{ta}+k_{tm})i^2\cos^2\alpha}}=f_0 \tag{6-18}$$

因此，主弹簧的刚度为

$$k_{tm}=\frac{2\pi^2 f_0^2(F_0+F_K)}{gi^2\cos^2\alpha} \tag{6-19}$$

由式(6-18)可得

$$\frac{(k_{ta}+k_{tm})}{k_{tm}}=\frac{F_0+3F_w}{3F_0+F_w} \tag{6-20}$$

即

$$\frac{k_{ta}}{k_{tm}}=\frac{2\lambda-2}{\lambda+3} \tag{6-21}$$

式中，λ 为满载与空载时的悬架载荷之比，即 $\lambda=F_w/F_0$。

因此，将式(6-19)代入上式，可得副弹簧刚度为

$$k_{ta}=\frac{2\pi^2 f_0^2(\lambda-1)F_0}{gi^2\cos^2\alpha} \tag{6-22}$$

主弹簧端面与副弹簧端面之间的间隙，也就是主弹簧与副弹簧的最外端的高度之差为

$$\Delta l=\frac{F_K-F_0}{k_{tm}}=\frac{gi^2\cos^2\alpha(\lambda-1)F_0}{4\pi^2 f_0^2(F_0+F_K)} \tag{6-23}$$

此平均值法所确定的主、副弹簧的刚度，能保证副弹簧起作用前后悬架振动频率变化不大，因此，该方法适合于经常处于半载运输状态的车辆。

6.4 螺旋弹簧设计与安装

6.4.1 螺旋弹簧设计

悬架弹簧刚度设计、分配确定之后，应对常用螺旋弹簧的直径、丝径、圈数和长度进行设计和计算，对弹簧材料进行选择。

1. 弹簧直径 D 的设计

对于汽车减振器弹簧，应根据安装的位置和空间确定弹簧直径，例如，很多汽车弹簧安装在减振器外缸筒的外侧，因此，所设计的弹簧直径 D 应大于减振器外缸筒直径 D_d，即

$$D>D_d \tag{6-24}$$

2. 丝径 d 的设计

弹簧材料许用剪切应力为 $[\tau]$，在载荷 F 作用下，弹簧的最大剪切应力 τ_{max} 应该满足应力条件，即

$$\tau_{max}=K\frac{8FC}{\pi d^2}\leqslant[\tau] \tag{6-25}$$

式中，C为弹簧的缠绕比，$C=D/d$；K为弹簧的曲度系数，$K=\frac{4C-1}{4C+4}+\frac{0.615}{C}$。

将C和K代入上式，可得

$$4\pi[\tau]d^4+4\pi D[\tau]d^3-19.68Fd^2-11.68FDd-32FD^2=0 \tag{6-26}$$

解上述方程，便可以得到弹簧丝径的最小设计值，圆整之后，便可以得到弹簧丝径的设计值d。

3. 弹簧有效圈数n的设计

当弹簧刚度设计要求值为k_t，弹簧直径为D，弹簧丝径设计值为d时，则弹簧的有效圈数n为

$$n=\frac{Gd^4}{8k_tD^3} \tag{6-27}$$

式中，G为弹簧剪切弹性模量，一般取$G=78400\text{N/mm}^2$。

对设计得到的有效圈数圆整之后，并考虑弹簧的安装圈数n'，则弹簧的总圈数为$n+n'$。

4. 弹簧长度L的设计

弹簧长度应该为车身在静平衡位置时的弹簧长度，即工作长度，与静载荷所引起的弹簧静挠度之和，即

$$L_0=L_w+\delta_w \tag{6-28}$$

其中，弹簧工作长度即车身在静平衡位置的长度，是由弹簧底座与车身之间的距离减去车身最小允许间隙，即

$$L_w=L_{d\sim b}-\delta_{min} \tag{6-29}$$

式中，$L_{d\sim b}$为弹簧底座与车身之间的距离；δ_{min}为车身最小允许间隙。

弹簧静挠度δ_0是由弹簧静载荷F_w与弹簧刚度k_t所决定的，即

$$\delta_w=\frac{F_w}{k_t} \tag{6-30}$$

将式(6-30)和式(6-29)代入式(6-28)，可得弹簧长度设计值L_0为

$$L_0=L_{d\sim b}+\frac{F}{k_t}-\delta_{min} \tag{6-31}$$

因此，由上可知，悬架弹簧实际长度设计应根据车辆结构、减振器结构、弹簧安装底座的位置、车身最小限位间隙等实际结构参数进行设计。

5. 弹簧节距t的设计

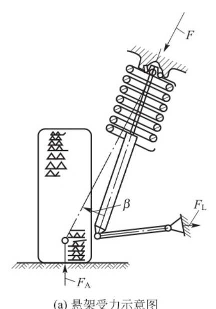
根据弹簧设计长度L_0、弹簧实际有效圈数n和安装圈数n'以及弹簧丝径d，可确定弹簧节距t的大小，即

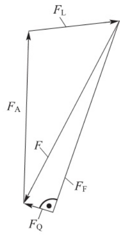
$$t=\frac{L_0-(n'+0.5)d}{n} \tag{6-32}$$

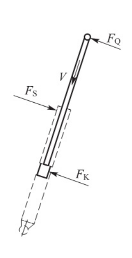
6.4.2 螺旋弹簧的安装

汽车悬架应用最为广泛的是具有独特优越性的麦弗逊悬架，其受力情况如图6.2所示。









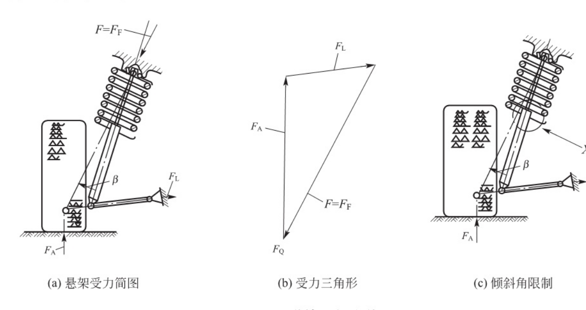
(a) 悬架受力示意图　　(b) 受力三角形　　(c) 减振器活塞杆受力

图 6.2　麦弗逊悬架受力情况

其中，F_A 为地面给悬架的支承力；F_L 为车身作用在悬架横摆臂杆上的力；F 为车身作用在减振器上的力，F 可分解为作用在减振器轴线上的力 F_F 和作用在垂直于减振器轴线的力 F_Q，其中，作用在减振器轴线上的力 F_F 由减振器弹簧支承，而作用在垂直于减振器轴线的力 F_Q 由减振器上端承受，可分解为垂直于减振器活塞的侧向力 F_K 和垂直于减振器导向套的侧向力 F_S；β 为车身作用在减振器上的力 F 与减振器轴线的夹角。

作用在减振器活塞上的侧向力 F_K 和导向套的侧向力 F_S，将使得减振器在导向套和活塞处产生摩擦力，两处所产生摩擦力的大小分别为 $F_{r1}=\mu_s F_S$ 和 $F_{r2}=\mu_k F_K$，其中，μ_s 和 μ_k 分别为减振器导向套和活塞处的动摩擦系数。

为了减小或消除减振器上端所受的侧向力，一般将螺旋弹簧倾斜安装，即使弹簧轴向与在汽车横向平面内相当于减振器轴线，向内倾斜一个角度 β，使弹簧轴线相当于减振器轴线偏移一个角度，如图 6.3 所示。



(a) 悬架受力简图　　(b) 受力三角形　　(c) 倾斜角限制

图 6.3　弹簧倾斜安装

显然，如果偏移的角度正好使弹簧轴线与合力 F 同轴线是最理想的，此时，车身对减振器的作用力 F 完全由弹簧力抵消，且减振器上端不再承受侧向力作用，因此，可完全消除减振器内摩擦力。然而，由于受安装空间的限制，不允许弹簧有过大的倾斜角度。而且，如果弹簧倾斜角过大，会使得弹簧产生弯曲，导致弹簧圈之间的相互碰撞。因此，实际安装弹簧时大都是采用折中的方法，即将弹簧的实际安装角度适当减小，在保证顺利安装的情况下，尽量减小减振器上端所受的侧向力。

6.4.3 特殊弹簧的使用

1. S形侧向力弹簧

有些轿车悬架采用了一种能承受侧向力的S形弹簧，即S形侧向力弹簧，如图6.4所示。

该弹簧安装在车辆悬架上时，可改善悬架的受力情况，如图6.5所示。

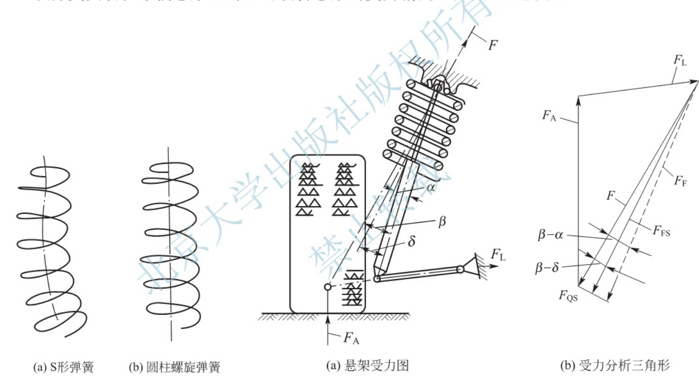


图6.4 S形侧向力弹簧与螺旋弹簧　　**图6.5 S形侧向力弹簧的悬架受力分析**

其中，α 为弹簧几何轴线与减振器轴线的夹角；δ 为弹簧力作用线与减振器轴线的夹角；β 为理想的弹簧作用力与减振器轴线的夹角。

由于S形弹簧力的作用线与减振器轴线的夹角 δ，大于弹簧几何轴线与减振器轴线的夹角 α，即 $\delta>\alpha$，因此，$(\beta-\delta)<(\beta-\alpha)$，说明S形弹簧力的作用线与减振器轴线更接近。$F_{QS}<F_Q$ 意味着侧向力弹簧与圆柱螺旋弹簧相比，在相同的侧倾角条件下，可减小减振器上端所受的侧向力。

S形侧向力弹簧工作时不发生碰撞，因此噪声小；同时，由于侧向力弹簧安装时，其几何轴线与减振器轴线的夹角很小，下弹簧座的倾角几乎为零，因此汽车在满载直线行驶时，由于弹簧力作用线与减振器轴线有一定夹角，使减振器上端只承受很小的侧向力或根本不承受侧向力。

2. 作用力倾斜弹簧

弹簧倾斜安装的目的是减小或消除作用在减振器上端的侧向力，如果所安装的弹簧本身几何轴线与减振器轴线不倾斜，而弹簧作用力方向与其本身几何轴线有一定夹角，则无论是从受力还是从安装空间来讲，都是最理想的。

如果将弹簧的单端或双端的直径在270°范围内逐渐减小，则弹簧作用力方向与弹簧几何轴线将成一定的角度。如果弹簧单端直径在270°范围内逐渐减小，则弹簧即为单端作用线倾斜弹簧；如果双弹簧两端的直径在270°范围内都逐渐减小，则弹簧即为双端作用力倾斜弹簧，它们分别如图6.6所示。

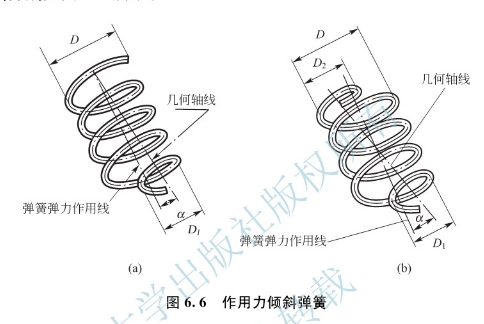


图6.6 作用力倾斜弹簧

单端作用力倾斜弹簧的作用力倾角为 α_1，双端作用力倾斜弹簧的作用线倾角 α_2 是单端作用力倾斜弹簧倾角的两倍，即 $\alpha_2=2\alpha_1$。

作用力倾斜弹簧的作用力与减振器轴线的夹角是随弹簧的长度而变化的。当减振器处于压缩行程时，弹簧也被压缩，因此，作用力倾斜弹簧的作用力与减振器轴线的夹角将增大；当减振器处于复原行程时，弹簧伸长，因此，作用力倾斜弹簧的作用力与减振器轴线的夹角将减小。当作用力倾斜弹簧安装在车辆悬架上时，尽管其几何轴线与减振器轴线重合，但是弹簧作用力方向与减振器轴线方向有一定角度 α_1 或 α_2。因此，可有效减小或消除减振器上端的侧向力。

6.5 扭杆弹簧设计

6.5.1 扭杆断面形状及端部结构

作为悬架弹性元件的一种——扭杆弹簧的两端分别与车架(车身)和导向臂连接。工作时，扭杆弹簧受扭转力矩的作用。扭杆弹簧在汽车上可以纵置、横置或介于上述两者之间。因扭杆弹簧的单位质量储能量比钢板弹簧大许多，所以扭杆弹簧悬架质量小(簧下质量得以减少)，目前在总长较短的客车和总质量较小的货车上得到比较广泛的应用。除此之外，扭杆弹簧还有工作可靠、保养维修容易等优点。

扭杆弹簧可以按照断面形状或弹性元件数量不同来分类。按照断面形状不同，扭杆弹簧分为圆形、管形、片形等几种。按照弹性元件数量不同，扭杆可分为单杆式(图6.7(a)、(b))和组合式两种。组合式扭杆又有并联(图6.7(c)、(d))和串联(图6.7(e))两种。

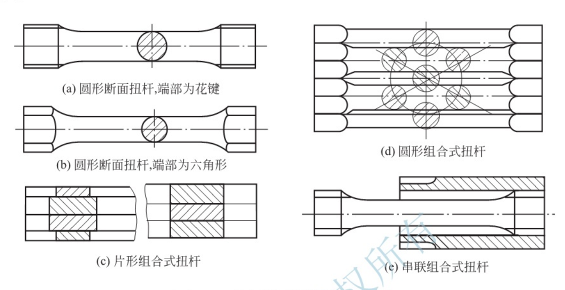


图6.7 扭杆断面形状及端部结构

端部做成花键的圆形断面扭杆，因工艺性良好和装配容易而得到广泛应用，与管形扭杆比较，材料利用不够合理是它的缺点。管形断面扭杆有制造工艺比较复杂的缺点，但它也有材料利用合理和能够用来制作组合式扭杆的优点。片形断面扭杆在一片断了以后仍能工作，所以工作可靠性好，除此之外还有工艺性良好、弹性好、扭角大等优点。片形断面扭杆的材料利用不够合理。组合式扭杆能缩短弹性元件的长度，有利于在汽车上的布置。采用圆断面组合式扭杆时，可以用2、4或6根组合形成的组合式扭杆。

6.5.2 扭杆直径设计

1. 直径设计

下面以汽车上常用的圆形截面扭杆为例，介绍扭杆弹簧直径的设计，其结构如图6.8所示。

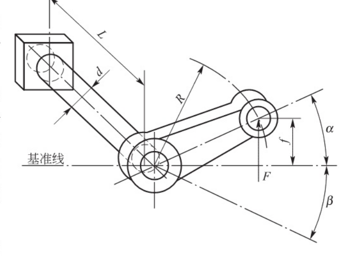


图6.8 扭杆弹簧结构图

图6.8中，L为扭杆弹簧的长度；d为扭杆弹簧的直径；R为摆臂长度；α和β分别为扭杆弹簧上、下摆动的角度。

在设计扭杆直径之前，应当首先根据汽车的车身结构和扭杆安装位置的要求，设计选择扭杆的长度度L，然后，根据对汽车平顺性的要求，设计确定悬架所要求的弹簧刚度k_t，最后，根据所要求的弹簧刚度，对扭杆弹簧直径d进行设计。

因此，设车辆要求安装的稳定杆长度为L，车辆悬架要求的弹簧刚度为k_t，作用在

扭杆弹簧摆臂端点的载荷为 F，如果忽略摆臂弯曲的影响，则所设计扭杆弹簧的直径 d 应满足下式，即

$$\frac{F}{k_t}=\frac{64(1+\mu)FR^2L}{\pi d^4E}+\frac{64FL^3}{3E\pi d^4} \tag{6-33}$$

式中，μ 是扭杆弹簧材料的泊松比；k_t 是车辆悬架所要求的弹簧刚度；F 为扭杆弹簧摆臂端点的载荷。

由上式得，扭杆弹簧的设计直径 d 为

$$d=\sqrt[4]{\frac{[192(1+\mu)R^2L+64L^3]k_t}{3\pi E}} \tag{6-34}$$

2. 强度校核

对所设计的扭杆弹簧进行强度校核。设扭杆弹簧所承受的最大载荷为 F_{max}，则扭杆所承受的最大扭矩为 T_{max}。因此，扭杆弹簧的最大扭转切应力为

$$\tau_{max}=\frac{16T_{max}}{\pi d^3} \tag{6-35}$$

分析式(6-34)和式(6-35)可知：扭杆直径 d 和有效长度 L 对扭杆的扭转刚度 k_t 有影响。增加扭杆直径 d 会使悬架刚度 k_t 增大，所以汽车平顺性变坏；而扭杆直径 d 又必须满足式(6-35)的强度要求，不能随意减小。增加扭杆有效长度 L 能减小悬架刚度 k_t，使汽车平顺性获得改善；但过长的扭杆在汽车上布置有困难，此时宜采用组合式扭杆。

3. 选用材料

常采用 45CrNiMoVA、40Cr、42CrMo、50CrV 等弹簧钢制造扭杆。为了提高疲劳强度，扭杆需要经过预扭和喷丸处理。经过预扭和喷丸处理的扭杆许用切应力 $[\tau]$ 可在800～900MPa 范围内，乘用车可取上限，货车宜取下限。

4. 端部设计

扭杆弹簧可分为端部、杆部和过渡段三部分。圆形扭杆使用有花键的端部占多数，这种结构在端部直径较小时也能保证足够的强度。为使端部和杆部寿命一样，推荐扭杆端部直径 $D=(1.2\sim1.3)d$，其中，d 为扭杆直径；花键长度 $l=0.4D$，端部花键一般采用渐开线花键。

从端部直径到杆部直径之间的一段称为过渡段。为了使这段的应力集中降到最小，过渡段的尺寸应该是逐渐变化的。比较常用的方法是采用一个 30°夹角的锥体，把端部和杆部连接起来(图 6.9(a))，过渡段长 $L_g=\frac{(D-d)}{2\tan15°}$，过渡圆角半径 $r=1.5d$。

过渡段可以分为靠近直径为 D 的花键端部的非有效部分和靠近直径为 d 的杆部的有效部分，即这一部分可以看作扭杆工作长度的一部分，称为有效长度 L_e。

对于图 6.9(a)中所示结构，有效长度 L_e 为

$$L_e=\frac{L_g}{3}\left[\frac{d}{D}+\left(\frac{d}{D}\right)^2+\left(\frac{d}{D}\right)^3\right] \tag{6-36}$$

等效长度与过渡段的长度之比(L_e/L_g)随杆直径与端部直径之比(d/D)的变化曲线如

图 6.10 所示。

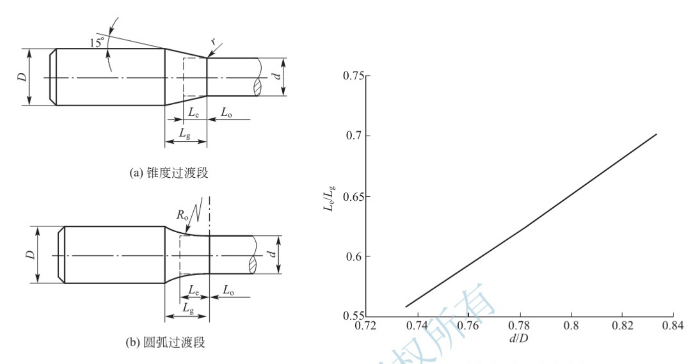


图 6.9　扭杆的端部、杆部和过渡段

图 6.10　过渡段有效长度的变化曲线

对于图 6.9(b)中所示结构，其有效长度 L_e 为

$$L_e=\frac{L_g}{48}\left[8\left(\frac{d}{D}\right)^3+10\left(\frac{d}{D}\right)^2+15\frac{d}{D}+15\left(\frac{d}{D-d}\right)^{0.5}\arctan\left(\frac{D}{d}-1\right)^{0.5}\right] \tag{6-37}$$

过渡段圆弧半径 R_0 为

$$R_0=\frac{L_g^2}{D-d}+\frac{D-d}{4} \tag{6-38}$$

扭杆的工作长度 L 等于杆身长度 L_0 再加上有效长度的 2 倍，即

$$L=L_0+2L_e \tag{6-39}$$

与扭杆花键连接的支座上的内花键长度，要求比扭杆上的外花键长度长些，并且设计时还应保证内花键两端的长度都要超出扭杆花键的长度。有的扭杆端部采用直接锻造出六角形的结构，为了提高侧边的平直度，锻后再进行精压加工。六角对边的宽度 B 与扭杆直径 d 之间要求保持 $B=(1.2\sim1.4)d$ 的关系，以保证六角形的端部有足够的强度。

6.6　橡胶扭簧设计

6.6.1　橡胶扭簧

橡胶具有良好的性能，使得橡胶被成功地应用于车辆悬架系统中。橡胶扭簧通常是由一根金属轴和一根同心的金属套以及充满其中并和它们相固结的橡胶弹性物质组成的。轴或套中的一件刚性地连接在悬置质量下，而另一件则通过臂或连杆与非悬置质量相连。这样，当非悬置质量发生位移时，轴和套之间便会发生相对的角位移。这时，弹簧的动作是

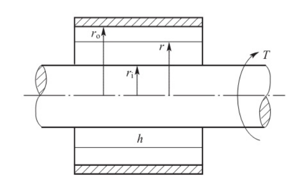


图 6.11　等厚度圆筒形橡胶扭簧

扭转运动，而橡胶承受环状剪切负荷。橡胶扭簧的结构原理如图 6.11 所示。

图 6.11 中，h 为橡胶扭簧的宽度；r_i 为橡胶扭簧金属轴的半径，即橡胶的内半径；r_o 为金属套筒的半径，即橡胶外半径；T 为施加在橡胶扭簧的扭矩载荷。

橡胶扭簧工作时，材料的内摩擦相当小，所以悬架系统中应该安置减振器，以衰减不必要的振动。虽然也可以获得高迟滞性质的橡胶，但是这种橡胶并不适于作弹簧，因为它们的弹性很差。

由表 6-1 可知，相对于橡胶的重量，橡胶扭簧具有较高的单位能量储备。但由于橡胶密度与钢铁相比是如此之低，所以橡胶扭簧和钢扭杆相比占有较大的体积。

表 6-1　弹簧的单位能量储备

弹簧形式	单位能量储备	
	每 kg 弹簧，N·m	每 m^3 弹簧材料，N·m
等长度钢叶片	11～17	3.3～4.5
最佳阶梯状叶片	33～51	9.6～14
钢涡卷	55～110	17～32
液压	66～99	
圆截面钢弹簧	77～110	22～32
钢扭杆	110～170	32～47
橡胶扭杆	220～440	9～18

橡胶有一个不良特性，即它的温度敏感性，在低温下，橡胶会变硬，特别是在停车时更明显。今后，随着弹性元件材料性能的进一步改善，这种形式的弹簧将会得到更加广泛的应用。

除了单位能量储备较大以外，使用橡胶扭簧还使基本结构得以简化，消除了噪声，防止了腐蚀，同时也免除了维修。

6.6.2　橡胶扭簧宽度 h 的设计

图 6.11 所示的橡胶扭簧，其宽度为 h，在扭转力矩 T 的作用下，则金属杆相对于金属套管的总扭转角度为

$$\theta=\frac{T}{4\pi hG}\left(\frac{1}{r_i^2}-\frac{1}{r_o^2}\right) \tag{6-40}$$

式中，G 为橡胶材料的剪切模量；r_i 为橡胶内半径；r_o 为橡胶外半径；(r_o-r_i) 为橡胶的厚度。

如果单轮载荷为 F，载荷距金属轴的距离为 R，则作用在金属轴上的扭矩 T 为

$$T=FR \tag{6-41}$$

将上式代入式(6-40)，则金属套管总扭转角可表示为

$$\theta=\frac{FR}{4\pi hG}\left(\frac{1}{r_{i}^{2}}-\frac{1}{r_{o}^{2}}\right) \tag{6-42}$$

根据悬架所要求的弹簧刚度为 k_t，则所设计的悬架扭簧应满足车辆对悬架系统刚度的要求，即

$$\frac{F}{k_t}=\frac{FR^2}{4\pi hG}\left(\frac{1}{r_{i}^{2}}-\frac{1}{r_{o}^{2}}\right) \tag{6-43}$$

式中，k_t 为车辆悬架所要求的弹簧的线刚度。

因此，由上式便可得到橡胶扭簧宽度 h 的设计值为

$$h=\frac{R^2 k_t}{4\pi G}\left(\frac{1}{r_{i}^{2}}-\frac{1}{r_{o}^{2}}\right) \tag{6-44}$$

6.6.3 橡胶扭簧的强度校核

在任意半径 r 处的剪切应力 τ_r 可表示为

$$\tau_r=\frac{T}{2\pi r^2 h} \tag{6-45}$$

由上式可知，当半径 r 最小时，即在橡胶内半径 r_i 处，橡胶扭簧的剪切应力达到最大，因此，将扭矩 $T=FR$ 代入上式，即可得到橡胶扭簧的最大剪切应力为

$$\tau_{max}=\frac{T}{2\pi r_i^2 h} \tag{6-46}$$

橡胶扭簧的工作剪切应力通常限制在 0.333～0.67MPa。

6.7 钢板弹簧设计

6.7.1 钢板弹簧的布置方案

钢板弹簧在汽车上可以纵置或者横置。后者因为要传递纵向力，必须设置附加的导向传力装置，使结构复杂、质量加大，所以只在极少数汽车上应用。纵置钢板弹簧能传递各种力和力矩，并且结构简单，故在汽车上得到广泛应用。

纵置钢板弹簧又有对称式与不对称式之分。钢板弹簧中部在车轴(桥)上的固定中心至钢板弹簧两端卷耳中心之间的距离若相等，则为对称式钢板弹簧；若不相等，则称为不对称式钢板弹簧。多数情况下，汽车采用对称式钢板弹簧。由于整车布置上的原因，或者钢板弹簧在汽车上的安装位置不动，又要改变轴距或者通过变化轴距达到改善轴荷分配的目的时，可采用不对称式钢板弹簧。

6.7.2 钢板弹簧主要参数的确定

在进行钢板弹簧计算之前，应当知道下列初始条件：满载静止时汽车前、后轴(桥)负荷 G_{u1}、G_{u2} 和簧下部分荷重 G_{d1}、G_{d2}。并据此计算出单个钢板弹簧的载荷 F_1 和 F_2、悬架的静挠度 f_0 和动挠度 f_d 以及汽车的轴距等。

1. 满载弧高 f_a

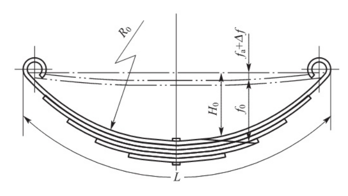


图 6.12　钢板弹簧总成的弧高

满载弧高 f_a 是指钢板弹簧装到车轴(桥)上，汽车满载时钢板弹簧主片上表面与两端(不包括卷耳孔半径)连线间的最大高度差(图 6.12)。

满载弧高 f_a 用来保证汽车具有给定的高度。当 $f_a=0$ 时，钢板弹簧在对称位置上工作。考虑到使用期间钢板弹簧塑性变形的影响和为了在车架高度已限定时能得到足够的动挠度值，常取 $f_a=10\sim20\text{mm}$。

2. 钢板弹簧长度 L 的确定

钢板弹簧长度 L 是指弹簧伸直后两卷耳中心之间的距离。增加钢板弹簧的长度 L 能显著降低弹簧应力，提高使用寿命；降低弹簧刚度，改善汽车行驶平顺性；在垂直刚度 k_t 给定的条件下，又能明显增加钢板弹簧的纵向角刚度。钢板弹簧的纵向角刚度是指钢板弹簧产生单位纵向转角时，作用到钢板弹簧上的纵向力矩值。增大钢板弹簧纵向角刚度的同时，能减少车轮扭转力矩所引起的弹簧变形，但是选用长些的钢板弹簧，会在汽车上布置时产生困难。原则上，在总布置条件允许的前提下，应尽可能将钢板弹簧取长些。推荐在下列范围内选用钢板弹簧的长度：乘用车 $L=(0.40\sim0.55)$轴距；货车前悬架 $L=(0.26\sim0.35)$轴距，后悬架 $L=(0.35\sim0.45)$轴距。

3. 钢板断面尺寸及片数的确定

1）钢板断面宽度 b 的确定

有关钢板弹簧的刚度、强度等，可按等截面简支梁的计算公式计算，但需引入挠度增大系数 δ 加以修正。因此，可根据修正后的简支梁公式计算钢板弹簧所需要的总惯性矩 J_0。对于对称钢板弹簧

$$J_0=\frac{(L-Cs)^3k_t\delta}{48E} \tag{6-47}$$

式中，s 为 U 形螺栓中心距(mm)；C 为考虑 U 形螺栓夹紧弹簧后的无效长度系数，其中，刚性夹紧，取 $C=0.5$，挠性夹紧，取 $C=0$；k_t 为车辆悬架所需要的钢板弹簧垂直刚度(N/mm)，$k_t=F/f_0$；F 为单个弹簧所承受的载荷；E 为材料的弹性模量(MPa)；δ 为挠度增大系数，其中挠度增大系数的计算过程如下。

先确定与主片等长的重叠片数 n_1，再估计一个总片数 n_0，求得重叠比

$$\eta=n_1/n_0 \tag{6-48}$$

然后求得挠度增大系数

$$\delta=\frac{1.5}{1.04(1+0.5\eta)} \tag{6-49}$$

钢板弹簧总截面系数 W_0 用下式计算

$$W_0=\frac{(L-Cs)F}{4[\sigma_W]} \tag{6-50}$$

式中，$[\sigma_W]$为许用弯曲应力。对于 55SiMnVB 或 60Si2Mn 等材料，表面经喷丸处理后，

推荐［σ_W］在下列范围内选取：前弹簧和平衡悬架弹簧为350～450MPa；后主簧为450～550MPa；后副簧为220～250MPa。

将式(6－50)代入下式，可计算钢板弹簧的平均厚度h_p。

$$h_p=\frac{2J_0}{W_0}=\frac{(L-Cs)^2\delta[\sigma_W]F}{6Ef_0} \tag{6－51}$$

钢板弹簧的平均厚度h_p可对钢板弹簧的叶片宽b进行设计选择。增大叶片宽b能增加卷耳强度，但当车身受侧向力作用倾斜时，弹簧的扭曲应力增大。前悬架用宽的弹簧片会影响转向轮的最大转角；减小叶片宽度b，则叶片的片数就需要增加，从而增加钢板叶片之间的摩擦和弹簧的总厚度。因此，推荐钢板叶片宽度b与叶片平均厚度的比值b/h_p在6～10范围内选取。

2）钢板弹簧片厚h的选择

矩形断面等厚钢板弹簧的总惯性矩J_0为

$$J_0=\frac{nbh^3}{12} \tag{6－52}$$

式中，n为钢板弹簧叶片的片数；b为钢板弹簧的宽度；h为钢板弹簧叶片的厚度。

由上式可得，矩形断面等厚钢板弹簧的叶片设计厚度h为

$$h=\sqrt[3]{\frac{12J_0}{nb}} \tag{6－53}$$

由上式可知，叶片厚度h与片数n、叶片宽度b和总惯性矩J_0有关。总惯性矩J_0的改变会影响到钢板弹簧垂直刚度k_t的变化，也就是影响汽车的平顺性，其中，叶片厚度h的变化对钢板弹簧总惯性矩J_0的影响最大。增加片厚h，可以减少片数n。钢板弹簧各片厚度h可能有相同和不同两种情况，希望尽可能采用前者。但因为主片工作条件恶劣，为了加强主片及卷耳，也常将主片加厚，其余各片厚度稍薄。此时，要求副钢板弹簧的厚度不超过3组。为使各片寿命接近又要求最厚叶片与最薄叶片厚度之比应小于1.5；为了生产的标准化，钢板断面尺寸b和h应符合国产型材规格尺寸。

3）钢板叶片的断面形状

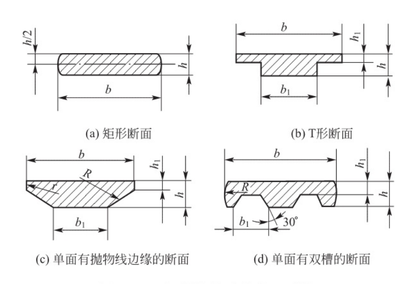
钢板叶片的断面形状有矩形断面、T形断面、单面有抛物线边缘的断面和单面有双槽的断面，如图6.13所示。

矩形断面钢板弹簧叶片的中性轴在钢板断面的对称位置上，如图6.13(a)所示。工作时，一面受拉应力、另一面受压应力作用，而且上、下表面的名义拉应力和压应力的绝对值相等。因材料的抗拉性能低于抗压性能，所以在受拉应力作用的一面首先产生疲劳断裂。

其他形状的T形断面、单面有抛物线边缘的断面和单面有双槽的断面，其中性轴均上移，如图6.13(b)、(c)和(d)所示。工作时受拉作用的一面的拉应力绝对值减小，而受压作用的一面的压应力绝对值增大，从而改善了应力在断面上的分布状况，提高了钢板弹簧的疲劳强度并节约近10%的材料。

4）钢板弹簧叶片数n

钢板弹簧叶片数n少些有利于制造和装配，并可以降低钢板和叶片之间的干摩擦，减小阻尼可以改善汽车行驶平顺性，但片数少了将使钢板弹簧与等强度梁的差别增大，材料利用率降低。多片钢板弹簧的片数一般在6～14片之间选取，总质量超过14t的货车可达20片。用变截面少片簧时，钢板弹簧的叶片数可在1～4片之间选取。



(a) 矩形断面　(b) T形断面

(c) 单面有抛物线边缘的断面　(d) 单面有双槽的断面

图 6.13　钢板弹簧叶片断面形状

6.7.3　钢板弹簧各片长度的确定

片厚不变宽度连续变化的单片钢板弹簧是等强度梁，形状为菱形（两个三角形）。将由两个三角形钢板组成的钢板弹簧分割成宽度相同的若干片，然后按照长度大小不同依次排列、叠放到一起，就形成接近实用价值的钢板弹簧。实际上的钢板弹簧不可能是三角形，因为为了将钢板弹簧中部固定到车轴（桥）上和使两卷耳处能可靠地传递力，必须使它们有一定的宽度。因此，应该用中部为矩形的双梯形钢板弹簧替代三角形钢板弹簧才有真正的实用意义，如图 6.14 所示。

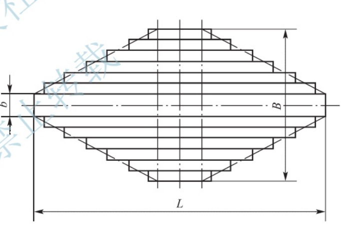


图 6.14　双梯形钢板弹簧

这种钢板弹簧各片具有相同的宽度，但长度不同。钢板弹簧各片长度就是基于实际钢板各片展开图接近梯形梁的形状这一原则来作图的。首先假设各片厚度不同，则具体步骤如下。

首先将各片厚度 h_i 的立方值 h_i^3 按同一比例尺沿纵坐标绘制在图上，如图 6.15 所示，再沿横坐标量出主片长度的一半 $L/2$ 和 U 形螺栓中心距的一半 $s/2$，得到 A、B 两点，连接 A、B 即得到三角形的钢板弹簧展开图。AB 线与各叶片的上侧边交点即为各片长度。

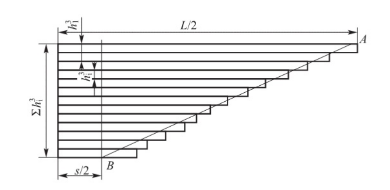


图 6.15　确定钢板弹簧各片长度的作图法

如果存在与主片等长的重叠片，就从 B 点到最后一个重叠片的上侧边端点连一直线，此直线与各片的上侧边交点即为各片长度。各片实际长度尺寸需经圆整后确定。

6.7.4 主、副钢板弹簧厚度的解析设计

1. 主簧厚度的设计

1）单根主钢板弹簧当量厚度设计

应根据悬架对主弹簧刚度 k_{tm} 的设计要求值，对主钢板弹簧的厚度 h_1 进行设计。如果悬架主弹簧刚度的要求值是 k_{tm}，由于钢板弹簧对称安装，则钢板弹簧总长度 L 的一半，即 $L/2$ 主钢板弹簧所要求的刚度为 $k_{tm}/2$。如果副弹簧开始起作用的载荷等于空载与满载时悬架载荷的平均值，即 $F_K=(F_0+F_w)/2$，此时 $L/2$ 主钢板弹簧所承受的载荷为 $F_K/2$。因此，所设计的主钢板弹簧的厚度 h_1 应满足车辆对悬架刚度的要求，即

$$k_{tm}/2=\frac{2Ebh_{01}^3}{L^3} \tag{6-54}$$

式中，L 为主刚板弹簧总长度；b 为主钢板弹簧的宽度；k_{tm} 为主钢板弹簧所要求的刚度；E 为钢板弹簧材料的弹性模量。

因此，根据式(6-54)，可得主钢板弹簧的设计厚度 h_{01} 为

$$h_{01}=\sqrt[3]{\frac{k_{tm}L^3}{4Eb}} \tag{6-55}$$

2）多根等长主钢板弹簧厚度设计

如果主钢板弹簧设计成两根或多根，则可根据叠加钢板弹簧的等效厚度进行拆分设计，即所设计的多片叠加钢板弹簧，叠加之后的等效厚度 h_e 应该等于原单片钢板弹簧的设计厚度 h_{01}，即

$$h_e=\sqrt[3]{h_1^3+h_2^3+\cdots+h_n^3}=h_{01} \tag{6-56}$$

如果主钢板弹簧是由厚度相同的多片钢板弹簧叠加组成的，则等效厚度变为

$$h_e=h_1\sqrt[3]{n} \tag{6-57}$$

因此，等厚度钢板弹簧的每片厚度设计值为

$$h_1=h_2=\cdots=h_n=\frac{h_{01}}{\sqrt[3]{n}} \tag{6-58}$$

如果主钢板弹簧是由不同厚度的多片钢板弹簧叠加组成的，且第 1 片钢板弹簧的厚度取 h_1，则第 2 片钢板弹簧的厚度 h_2 的设计值为

$$h_2=\sqrt[3]{h_{01}^3-h_1^3} \tag{6-59}$$

上式表示对第 2 片钢板弹簧的厚度 h_2 的设计值取整。

当主钢板弹簧的第 1 片和第 2 片厚度设计确定之后，可设计第 3 片的主钢板弹簧的厚度 h_3。

$$h_3=\sqrt[3]{h_{01}^3-h_1^3-h_2^3} \tag{6-60}$$

同理，以此类推，其他第 4 片、第 5 片……钢板弹簧厚度 h_4、h_5…，也可以用类似的

方法进行设计。

3）多根不等长主钢板弹簧厚度设计

如果主钢板弹簧的前两根等厚度的总长度为 L，而第 3 根和第 4 根主钢板弹簧的总长度，依次比前两根减小 $2\Delta L$ 和 $4\Delta L$，因此，主钢板弹簧的一半长度分别为

$$L_1=L_2=\frac{L}{2},\quad L_3=\frac{L}{2}-\Delta L,\quad L_4=\frac{L}{2}-2\Delta L$$

选取前两根主钢板弹簧的厚度为 $h_1=h_2$，则主钢板弹簧前两根钢板的等效厚度 h_{e12} 为

$$h_{e12}=\sqrt[3]{2}h_1 \tag{6-61}$$

则主钢板弹簧的第 3 根和第 4 根钢板的等效厚度的设计值 h_{e34} 应该满足

$$h_{e12}^3+h_{e34}^3=h_{01}^3$$

即

$$h_{e34}=\sqrt[3]{h_{01}^3-h_{e12}^3} \tag{6-62}$$

由于第 3 根和第 4 根钢板的等效厚度 h_{e34} 是等效半长度为前两根的半长度 $L/2$ 情况下的等效厚度，因此，将第 3 根和第 4 根看作单根，且比前两根钢板短 $2\Delta L$ 情况的设计厚度 h_{34} 为

$$h_{34}=\frac{h_{e34}h_{e12}}{\sqrt[3]{h_{e12}^3-(h_{e12}^3-h_{e34}^3\eta_{31}^3)}} \tag{6-63}$$

式中，η_{31} 为第 3 根钢板相对于第 1 根的缩短系数，$\eta_{31}=\dfrac{2\Delta L}{L}$。

如果第 3 根和第 4 根钢板弹簧的厚度相等，即 $h_3=h_4$，则它们的实际设计厚度为

$$h_3=h_4=h_{34}\sqrt[3]{\frac{(1+\eta_{43}^3)}{(1-\eta_{43}^3)}} \tag{6-64}$$

式中，η_{43} 为第 4 根钢板相对于第 3 根的缩短系数，$\eta_{34}=\dfrac{2\Delta L}{L-2\Delta L}$。

由上可知，多根不等长主钢板弹簧的各片钢板厚度和长度的设计结果分别为

$$h_1=h_2 \qquad L_1=L_2=L/2$$

$$h_3=h_{34}\sqrt[3]{\frac{(1+\eta_{43}^3)}{(1-\eta_{43}^3)}} \qquad L_3=(L-2\Delta L)/2$$

$$h_4=h_{34}\sqrt[3]{\frac{(1+\eta_{43}^3)}{(1-\eta_{43}^3)}} \qquad L_4=(L-4\Delta L)/2$$

2. 副簧厚度的设计

副钢板弹簧及各叠加钢板弹簧的厚度设计是在主钢板弹簧设计确定之后进行的。当主、副簧都起作用时，主、副钢板弹簧的刚度之和应该满足车辆悬架对钢板弹簧刚度的要求。

1）单根钢板弹簧的当量设计厚度 h

首先根据车辆满载情况下，对悬架弹簧刚度的要求值 k_t，对悬架单根钢板弹簧的当量设计厚度 h。设单根钢板弹簧的总长度为 L，一半长度为 $l=L/2$。因此，单根当量设计厚度为 h 的一半钢板弹簧所要求的刚度为 $k_t/2$，即

$$k_t/2=\frac{2Ebh^3}{L^3} \tag{6-65}$$

因此，由上式可得单根钢板弹簧的当量设计厚度 h 为

$$h=\sqrt[3]{\frac{k_t}{4Eb}}L \tag{6-66}$$

2）主钢板弹簧的等效厚度

设所有主钢板弹簧的厚度和长度分别为 h_1、L；h_2、$L-2\Delta L$；$h3$、$L-4\Delta L$；$h4$、$L-6\Delta L$。则一半钢板弹簧的厚度和长度可分别表示为 h_1、$L/2$；h_2、$L/2-\Delta L$；$h3$、$L/2-2\Delta L$；$h4$、$L/2-3\Delta L$

（1）h_1 和 h_2 叠加的等效厚度。h_2 的当量厚度 h_{e2} 为

$$h_{e2}=h_1h_2\sqrt[3]{\frac{(1-\eta_{21}^3)}{h_1^3+\eta_{21}^3h_2^3}} \tag{6-67}$$

式中，η_{21}为主钢板弹簧的第 2 根相对第 1 根的长度系数，$\eta_{21}=\frac{2\Delta L}{L}$。

如果 h_1 和 h_2 的厚度相等，即 $h_1=h_2$，则 h_2 的等效厚度 h_{e2}可表示为

$$h_{e2}=h_1\sqrt[3]{\frac{(1-\eta_{21}^3)}{1+\eta_{21}^3}} \tag{6-68}$$

因此，钢板弹簧 h_1 和 h_2 叠加的等效厚度 h_{e12}为

$$h_{e12}=\sqrt[3]{h_1^3+h_{e2}^3} \tag{6-69}$$

将式(6-67)代入上式，即可得到钢板弹簧 h_1 和 h_2 叠加之后的等效厚度 h_{e12}。

（2）h_1、h_2 和 h_3 叠加的等效厚度 h_{e1-3}。h_3 的当量厚度 h_{e3}为

$$h_{e3}=h_1h_3\sqrt[3]{\frac{(1-\eta_{31}^3)}{h_1^3+\eta_{31}^3h_3^3}} \tag{6-70}$$

式中，η_{31}为主钢板弹簧的第 3 根相对第 1 根的长度系数，$\eta_{31}=\frac{4\Delta L}{L}$。

因此，主钢板弹簧 h_1、h_2 和 h_3 叠加的等效厚度 h_{e1-3}为

$$h_{e1-3}=\sqrt[3]{h_{e12}^3+h_{e3}^3}$$

（3）h_1、h_2、h_3 和 h_4 叠加的等效厚度 h_{e1-4}。h_4 的当量厚度 h_{e4}为

$$h_{e4}=h_1h_4\sqrt[3]{\frac{(1-\eta_{41}^3)}{h_1^3+\eta_{41}^3h_4^3}} \tag{6-71}$$

式中，η_{41}为主钢板弹簧的第 4 根相对第 1 根的长度系数，$\eta_{41}=\frac{6\Delta L}{L}$。

因此，主钢板弹簧 h_1、h_2、h_3 和 h_4 叠加之后的总等效厚度 h_{em}为

$$h_{em}=h_{e1-4}=\sqrt[3]{h_{e1-3}^3+h_{e4}^3} \tag{6-72}$$

3）副钢板弹簧的单根当量设计厚度 h_{ea}

因为当主、副簧同时起作用时，主、副的刚度之和满足车辆对悬架刚度的要求，即单根当量设计厚度副钢板弹簧与主钢板弹簧叠加之后，总等效厚度 h_{eZ}应该等于原车辆悬架单根钢板弹簧的当量设计厚度 h。因此，根据叠加钢板弹簧的等效厚度计算公式，可得副钢板弹簧的单根当量设计厚度 h_{ea}

$$h_{ea}=\sqrt[3]{h^3-h_{em}^3} \tag{6-73}$$

4）多根副钢板弹簧的厚度设计

设多根副钢板弹簧的设计厚度为 h_{a1}、h_{a2}、h_{a3}、h_{a4}、h_{a5}和 h_{a6}，各副钢板弹簧之间的

长度之差为 $2\Delta L_a$，如果主钢板弹簧的片数为 n_m，则各主钢板弹簧片之间的长度之差为 $2\Delta L$。因此，各根副钢板弹簧的长度分别为

$$L_{a1}=L-2n_m\Delta L,\ L_{a2}=L-2n_m\Delta L-2\Delta L_a,\ L_{a3}=L-2n_m\Delta L-4\Delta L_a$$

$$L_{a4}=L-2n_m\Delta L-6\Delta L_a,\ L_{a5}=L-2n_m\Delta L-8\Delta L_a,\ L_{a6}=L-2n_m\Delta L-10\Delta L_a$$

因此，各根副钢板弹簧一半的长度分别为

$$l_{a1}=L_{a1}/2=\frac{L}{2}-n_m\Delta L,\ l_{a2}=L/2-n_m\Delta L-\Delta L_a,\ l_{a3}=L/2-n_m\Delta L-2\Delta L_a$$

$$l_{a4}=L/2-n_m\Delta L-3\Delta L_a,\ l_{a5}=L/2-n_m\Delta L-4\Delta L_a,\ l_{a6}=L/2-n_m\Delta L-5\Delta L_a$$

则副钢板弹簧的各片钢板的当量厚度为

$$h_{a1e}=h_{em}h_{a1}\sqrt[3]{\frac{1-\eta_{a1}^3}{h_{em}^3+\eta_{a1}^3h_{a1}^3}},\ h_{a2e}=h_{em}h_{a2}\sqrt[3]{\frac{1-\eta_{a2}^3}{h_{em}^3+\eta_{a2}^3h_{a2}^3}},\ h_{a3e}=h_{em}h_{a3}\sqrt[3]{\frac{1-\eta_{a3}^3}{h_{em}^3+\eta_{a3}^3h_{a3}^3}}$$

$$h_{a4e}=h_{em}h_{a4}\sqrt[3]{\frac{1-\eta_{a4}^3}{h_{em}^3+\eta_{a4}^3h_{a4}^3}},\ h_{a5e}=h_{em}h_{a5}\sqrt[3]{\frac{1-\eta_{a5}^3}{h_{em}^3+\eta_{a5}^3h_{a5}^3}},\ h_{a6e}=h_{em}h_{a6}\sqrt[3]{\frac{1-\eta_{a6}^3}{h_{em}^3+\eta_{a6}^3h_{a6}^3}}$$

式中，h_{em}为主钢板弹簧叠加之后的总等效厚度；η_{a1}、η_{a2}、η_{a3}、η_{a4}、η_{a5}和η_{a6}分别为副钢板弹簧各片的长度系数，其中，

$$\eta_{a1}=\frac{L-2n_m\Delta L}{L},\ \eta_{a2}=\frac{L-2n_m\Delta L-2\Delta L_a}{L},\ \eta_{a3}=\frac{L-2n_m\Delta L-4\Delta L_a}{L}$$

$$\eta_{a4}=\frac{L-2n_m\Delta L-6\Delta L_a}{L},\ \eta_{a5}=\frac{L-2n_m\Delta L-8\Delta L_a}{L},\ \eta_{a6}=\frac{L-2n_m\Delta L-10\Delta L_a}{L}$$

则各片副钢板弹簧叠加之后的等效厚度等于副钢板弹簧的单根当量设计厚度 h_{ea}，即

$$\sqrt[3]{h_{a1e}^3+h_{a2e}^3+\cdots+h_{a6e}^3}=h_{ea} \tag{6-74}$$

将副钢板弹簧的各片钢板的当量厚度代入上式，可得

$$h_{a1}^3h_{em}^3\frac{1-\eta_{a1}^3}{h_{em}^3+\eta_{a1}^3h_{a1}^3}+h_{a2}^3h_{em}^3\frac{1-\eta_{a2}^3}{h_{em}^3+\eta_{a2}^3h_{a2}^3}+\cdots+h_{a6}^3h_{em}^3\frac{1-\eta_{a6}^3}{h_{em}^3+\eta_{a6}^3h_{a6}^3}=h_{ea}^3 \tag{6-75}$$

如果副钢板弹簧的各片厚度相等 $h_{a1}=h_{a2}=\cdots=h_{a6}=h_{ai}$，则各片副钢板弹簧的设计厚度 h_{ai}为

$$h_{ai}=\frac{h_{ea}}{h_{em}\sqrt[3]{\frac{1-\eta_{a1}^3}{h_{em}^3+\eta_{a1}^3h_{a1}^3}+\frac{1-\eta_{a2}^3}{h_{em}^3+\eta_{a2}^3h_{a2}^3}+\cdots+\frac{1-\eta_{a6}^3}{h_{em}^3+\eta_{a6}^3h_{a6}^3}}} \tag{6-76}$$

6.7.5 钢板弹簧的刚度验算

1. 验算刚度公式效验

在此之前，有关挠度增大系数 δ、惯性矩 J_0、叶片长和叶片端部形状等的确定都不够准确，所以有必要验算刚度。用共同曲率法计算刚度的前提是，假定同一截面上各叶片曲率变化值相同，各片所承受的弯矩正比于其惯性矩，同时该截面上各片的弯矩和等于外力所引起的弯矩。刚度验算公式为

$$k_t=\frac{6\alpha E}{\sum_{k=1}^{n}a_{k+1}(Y_k-Y_{k+1})} \tag{6-77}$$

其中，$a_{k+1}=(l_1-l_{k+1})$；$Y_k=1/\sum_{i=1}^{k}J_i$；$Y_{k+1}=1/\sum_{i=1}^{k+1}J_i$。

式中，α 为经验修正系数，$\alpha=0.90\sim0.94$；E 为材料弹性模量；l_1 和 l_{k+1} 为主片和第 $k+1$ 叶片长度的一半。

式(6-77)中主片的一半 l_1，如果用中心螺栓到卷耳中心间的距离代入，求得的刚度值为钢板弹簧总成的自由刚度 k_{tj}；如果用有效长度，即 $l_1'=(l_1-0.5Cs)$代入式(6-77)，则求得的刚度值是钢板弹簧总成的夹紧刚度 k_{tz}。

2. 解析刚度公式效验

1）钢板弹簧刚度解析效验

如果钢板弹簧的片数为 n，各片厚度分别为 h_1、h_2、…、h_n，各片的一半长度分别为 L、$\frac{L}{2}-\Delta L_1$、…、$\frac{L}{2}-\Delta L_n$，各片的长度系数分别为 η_1、η_2、…、η_n。因此，各片钢板弹簧的当量厚度分别为

$$h_{1e}=h_1,\ h_{2e}=h_1h_2\sqrt[3]{\frac{1-\eta_2^3}{h_1^3+\eta_2^3h_2^3}},\ \cdots,\ h_{ne}=h_1h_2\sqrt[3]{\frac{1-\eta_n^3}{h_1^3+\eta_n^3h_n^3}} \tag{6-78}$$

因此，所有钢板弹簧叠加之后总的等效厚度 h_e 为

$$h_e=\sqrt[3]{h_{1e}^3+h_{2e}^3+\cdots+h_{ne}^3} \tag{6-79}$$

将式(6-78)代入上式，则总的等效厚度 h_e 可表示为

$$h_e=h_1\sqrt[3]{1+h_2^3\frac{1-\eta_2^3}{h_1^3+\eta_2^3h_2^3}+\cdots+h_n^3\frac{1-\eta_n^3}{h_1^3+\eta_n^3h_n^3}} \tag{6-80}$$

所以，钢板弹簧的刚度为

$$k_t=\frac{Ebh_e^3}{4L^3} \tag{6-81}$$

将式(6-80)代入上式，所有钢板弹簧叠加之后的总刚度为

$$k_t=\frac{Eb}{4L^3}h_1^3\left(1+h_2^3\frac{1-\eta_2^3}{h_1^3+\eta_2^3h_2^3}+\cdots+h_n^3\frac{1-\eta_n^3}{h_1^3+\eta_n^3h_n^3}\right) \tag{6-82}$$

2）主、副钢板弹簧刚度解析效验

（1）主钢板弹簧刚度的效验

如果主钢板弹簧的片数为 n_m，各片厚度分别为 h_1、h_2、…、h_{n_m}，各片的一半长度分别为$\frac{L}{2}$、$\frac{L}{2}-\Delta L_2$、…、$\frac{L}{2}-\Delta L_{n_m}$，各片的长度系数分别为 η_1、η_2、…、η_{n_m}。因此，根据式(6-82)可求得主钢板弹簧叠加之后的总刚度为

$$k_{tn_m}=\frac{Eb}{4L^3}h_1^3\left(1+h_2^3\frac{1-\eta_2^3}{h_1^3+\eta_2^3h_2^3}+\cdots+h_m^3\frac{1-\eta_{n_m}^3}{h_1^3+\eta_{n_m}^3h_{n_m}^3}\right) \tag{6-83}$$

（2）副钢板弹簧刚度的效验

如果副钢板弹簧的片数为 n_a，各片厚度分别为 h_{a1}、h_{a2}、…、h_{an_a}，各片的一半长度分别为$\frac{L}{2}-\Delta L_m-\Delta L_{a1}$、$\frac{L}{2}-\Delta L_m-\Delta L_{a2}$、…、$\frac{L}{2}-\Delta L_m-\Delta L_{an_a}$，各片的长度系数分别为 η_{a1}、η_{a2}、…、η_{an_a}。因此，设主钢板弹簧的等效厚度为 h_{em}，则各副钢板弹簧钢片的当量厚度分别为

$$h_{a1e}=h_{em}h_{a1}\sqrt[3]{\frac{1-\eta_{a1}^3}{h_{em}^3+\eta_{a1}^3h_{a1}^3}},\ h_{a2e}=h_{em}h_{a2}\sqrt[3]{\frac{1-\eta_{a2}^3}{h_{em}^3+\eta_{a2}^3h_{a2}^3}},\ \cdots,\ h_{an_a}=h_{em}h_{an_a}\sqrt[3]{\frac{1-\eta_{an_a}^3}{h_{em}^3+\eta_{an_a}^3h_{an_a}^3}}$$

则副钢板弹簧的总等效厚度 h_{ea} 可表示为

$$h_{ea}=\sqrt[3]{h_{ae1}^3+h_{ae2}^3+\cdots+h_{aen_a}^3} \tag{6-84}$$

将各副钢板弹簧钢片的当量厚度代入上式，可得

$$h_{ea}=h_{em}\sqrt[3]{h_{a1}^3\frac{1-\eta_{a1}^3}{h_{em}^3+\eta_{a1}^3h_{a1}^3}+h_{a2}^3\frac{1-\eta_{a2}^3}{h_{em}^3+\eta_{a1}^3h_{a2}^3}+\cdots+h_{an_a}^3\frac{1-\eta_{an_a}^3}{h_{em}^3+\eta_{an_a}^3h_{an_a}^3}}$$

根据式(6－82)可求得副钢板弹簧叠加之后的总刚度为

$$k_{ta}=\frac{Eb}{4L^3}h_{em}^3\left[h_{a1}^3\frac{1-\eta_{a1}^3}{h_{em}^3+\eta_{a1}^3h_{a1}^3}+h_{a2}^3\frac{1-\eta_{a2}^3}{h_{em}^3+\eta_{a1}^3h_{a2}^3}+\cdots+h_{an_a}^3\frac{1-\eta_{an_a}^3}{h_{em}^3+\eta_{an_a}^3h_{an_a}^3}\right] \tag{6-85}$$

(3) 主、副钢板弹簧总刚度的效验

当主、副钢板弹簧同时起作用时，钢板弹簧总的刚度等于主、副钢板弹簧刚度之和，即

$$k_t=k_{tm}+k_{ta} \tag{6-86}$$

将式(6－83)和式(6－85)代入上式，即可对主、副钢板弹簧的总刚度进行效验。

6.7.6 钢板弹簧总成在自由状态下的弧高及曲率半径计算

1. 钢板弹簧总成在自由状态下的弧高 H_0

钢板弹簧各片装配后，在预压缩和U形螺栓夹紧前，其主片上表面与两端(不包括卷耳孔半径)连线间的最大高度差，如图6.12所示，则称为钢板弹簧总成在自由状态下的弧高 H_0。

钢板弹簧总成在自由状态下的弧高 H_0，可用下式进行计算

$$H_0=f_0+f_a+\Delta f \tag{6-87}$$

式中，s 为U形螺栓中心距；L 为钢板弹簧主片长度；f_0 为静挠度；f_a 为满载弧高；Δf 为钢板弹簧总成用U形螺栓夹紧后引起的弧高变化，$\Delta f=\frac{s(3L-s)(f_a+f_0)}{2L^2}$。

因此，钢板弹簧总成在自由状态下的曲率半径可表示为

$$R_0=\frac{L^2}{8H_0} \tag{6-88}$$

2. 钢板弹簧各片自由状态下的曲率半径

因钢板弹簧各片在自由状态下和装配后的曲率半径不同，如图6.16所示，装配后各片产生预应力，其值确定了自由状态下的曲率半径 R_i。各片自由状态下做成不同曲率半径的目的是使各片厚度相同的钢板弹簧装配后能很好地贴紧，减少主片工作应力，使各片寿命接近。

矩形断面钢板弹簧装配前各片曲率半径由下式确定

$$R_i=\frac{R_0}{1+2\sigma_{0i}R_0/(Eh_i)} \tag{6-89}$$

式中，R_i 为第 i 片弹簧叶片在自由状态下的曲率半径(mm)；R_0 为钢板弹簧总成在自由状

图 6.16 钢板弹簧各叶片在自由状态下的曲率半径

态下的曲率半径(mm)；σ_{0i}为各片弹簧叶片预应力(MPa)；E 为弹簧叶片材料的弹性模量(MPa)，取 $E=2.1\times10^5$MPa；h_i为第 i 片弹簧叶片的厚度(mm)。

在已知钢板弹簧总成自由状态下曲率半径 R_0 和各片弹簧预加应力 σ_{0i}条件下，可以用式(6-88)计算各片弹簧自由状态下的曲率半径 R_i。选取各片弹簧预应力时，要求做到：装配前各片弹簧片之间的间隙相差不大，且装配后各片能很好地贴和；为保证主片及与其相邻的长片有足够的使用寿命，应适当降低主片与其相邻的长片的应力。

为此，选取各片预应力时，可分为下列两种情况。对于片厚相同的钢板弹簧，各片预应力值不宜选取过大；对于片厚不相同的钢板弹簧，厚片预应力可取大些。推荐主片在根部的工作应力与预应力叠加后的合成应力在 300～350MPa 内选取。1～4 片长片叠加的预应力为负，短片叠加预应力为正。预应力从长片到短片由负值逐渐递增至正值。

在确定各片预应力时，理论上应满足各片弹簧在根部处预应力所造成的弯矩 M_i 之代数和等于零，即

$$\sum_{i=1}^{n} M_i = 0 \tag{6-90}$$

或

$$\sum_{i=1}^{n} \sigma_{0i} W_i = 0 \tag{6-91}$$

如果第 i 片的片长为 L_i，则第 i 片弹簧的弧高为

$$H_i = \frac{L_i^2}{8R_i} \tag{6-92}$$

6.7.7 钢板弹簧弧高与曲面形状的解析设计

钢板弹簧的弧高和曲面形状是由钢板弹簧在最大载荷时的要求所决定的，即一定弧高和一定曲面的钢板弹簧，在最大载荷时，应保持水平状态。因此，钢板弹簧的弧高和曲面形状是由钢板弹簧在最大载荷的变形形状所决定的。

1. 钢板弹簧的弧高

由于根据式(6-66)，可得单根钢板弹簧的当量设计厚度 $h=\sqrt[3]{\frac{k_t}{4Eb}}L$，因此，一半钢板弹簧的长度 $l=L/2$，一半钢板弹簧所承受的最大载荷为 $F_W/2$，因此，钢板弹簧的弧高设计值应该为

$$H_0 = \frac{\frac{F_w}{2}\left(\frac{L}{2}\right)^3}{3EI} = \frac{12F_wL^3}{48Ebh^3} = \frac{F_wL^3}{4Ebh^3} \tag{6-93}$$

2. 钢板弹簧的曲面形状

钢板弹簧的曲面形状为

$$y=\frac{F_wL^3}{4Ebh^3}\left[1-\frac{3(l-x)}{2l}+\frac{(l-x)^3}{2l^3}\right] \tag{6-94}$$

式中，l 为钢板弹簧的一半长度，即 $l=L/2$。

例如，某钢板弹簧的当量厚度设计值为 $h=19\text{mm}$，宽度 $b=40\text{mm}$，钢板弹簧的一般长度 $l=700\text{mm}$，单轮载荷的一半为 $F_w/2=\frac{9800}{2}\text{N}$。则钢板弹簧的弧高设计值 H_0 为

$$H_0=\frac{F_wL^3}{4Ebh^3}=122.5\text{mm}$$

钢板弹簧的曲面形状如图 6.17 所示。

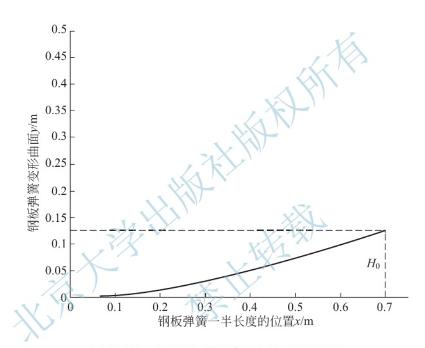


图 6.17 钢板弹簧弧高 H_0 和曲面形状

3. 副钢板弹簧的弧高和曲面形状

如果钢板弹簧是由主、副钢板弹簧组成的，则副钢板弹簧的弧高和曲面形状，是当载荷达到最大时主、副钢板弹簧同时起作用的，整个主、副钢板弹簧的最大挠度和曲面变形，即副钢板弹簧的弧高 H_{0a} 和曲面设计形状是由整个主、副钢板弹簧的当量厚度钢板弹簧在最大载荷情况下的最大挠度和曲面变形所决定的。

因此，设主副钢板弹簧的单根当量设计厚度为 h，则副钢板弹簧的弧高 H_{0a} 和曲面设计形状可分别利用式(6-93)和式(6-94)进行设计计算。

4. 主钢板弹簧的弧高和曲面形状

主钢板弹簧的弧高 H_{0m} 和曲面形状，是由主钢板弹簧在副钢板弹簧开始起作用时的载荷下的最大挠度和变形，与副钢板弹簧的弧高 H_{0a} 和曲面形状变形之和所决定的。设钢板弹簧的当量设计厚度为 h_m，副钢板弹簧开始起作用时的载荷为 F_K，因此，一半钢板弹簧开始起作用时的载荷为 $F_K/2$。

$$H_{0m}=H_{0a}+H_{0mw} \tag{6-95}$$

式中，H_{0a}为副钢板弹簧的弧高；H_{0mw}为一半主钢板弹簧在载荷为$F_w/2$时的最大挠度。

根据钢板弹簧最大挠度计算公式，式(6-95)可表示为

$$H_{0m}=\frac{F_w l^3}{32Ebh^3}+\frac{F_K l^3}{32Ebh_m^3}=\frac{l^3}{32Eb}\left[\frac{F_w}{h^3}+\frac{F_K}{h_m^3}\right] \tag{6-96}$$

式中，F为单轮钢板弹簧所承受的最大载荷；F_w为副钢板弹簧开始起作用时主钢板弹簧所承受的最大载荷；h为钢板弹簧总的当量厚度设计值；h_m为主副钢板弹簧的当量厚度设计值。

主钢板弹簧的曲面形状是由副钢板弹簧形状和主钢板弹簧在副钢板弹簧开始起作用时的形状所决定的，即

$$\begin{aligned}y_m&=y_a+y_{mw}\\&=\frac{F_w L^3}{4Ebh^3}\left[1-\frac{3(l-x)}{2l}+\frac{(l-x)^3}{2l^3}\right]+\frac{F_K L^3}{4Ebh_m^3}\left[1-\frac{3(l-x)}{2l}+\frac{(l-x)^3}{2l^3}\right]\end{aligned} \tag{6-97}$$

因此，主钢板弹簧的曲面形状可表示为

$$y_m=H_{0m}\left[1-\frac{3(l-x)}{2l}+\frac{(l-x)^3}{2l^3}\right] \tag{6-98}$$

例如，某钢板弹簧的当量厚度设计值为19mm，宽度$b=40$mm，钢板弹簧的一般长度$l=700$mm，单轮最大载荷的一半为$F_w/2=\frac{9800}{2}$N，单轮空载时的载荷的一半为$F_0/2=\frac{300\times9.8}{2}$N，而副钢板弹簧开始起作用时的钢板弹簧的一半载荷为$F_k/2=\sqrt{\frac{F_0F_w}{4}}=\frac{\sqrt{F_0F_w}}{2}=2683.8$N。设主钢板弹簧的单片当量厚度$h_m=15$mm。

因此，主钢板弹簧的弧高设计值为

$$H_{0m}=\frac{l^3}{32Eb}\left[\frac{F_w}{h^3}+\frac{F_K}{h_m^3}\right]=258.9\text{mm}$$

主、副钢板弹簧的曲面形状如图6.18所示。

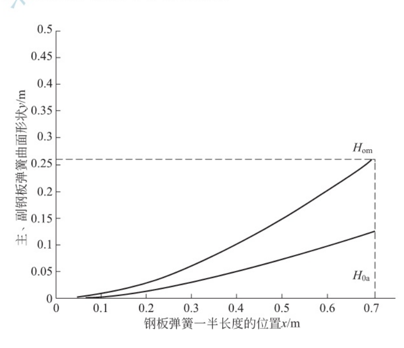


图6.18 主、副弹簧的弧高和曲面形状

由图6.18可知，这样设计的主、副钢板弹簧的曲面，当副钢板弹簧开始起作用时，

主钢板弹簧的曲面与副钢板弹簧的曲面将完全吻合。

6.7.8 钢板弹簧总成弧高的核算

由于钢板弹簧各片在自由状态下的曲率半径 R_i 是经选取预应力 σ_{0i}后，用式(6－89)计算得到，受其影响，装配后钢板弹簧总成自由状态下的弧高与用 $R_0=L^2/(8R_i)$计算的结果会不同。因此，需要核算钢板弹簧总成的弧高。

根据最小势能原理，钢板弹簧总成的稳定平衡状态是各片势能总和最小状态，由此可求得等厚叶片弹簧的 R_0 为

$$R_0=\frac{\sum_{i=1}^{n}L_i}{\sum_{i=1}^{n}(L_i/R_i)} \tag{6-99}$$

式中，L_i 为钢板弹簧第 i 片的长度。

因此，钢板弹簧总成的弧高为

$$H\approx\frac{L^2}{8R_0} \tag{6-100}$$

用式(6－100)与用式(6－87)计算的结果应相近，如相差较多，可重新选用各片预应力再行核算。

6.7.9 钢板弹簧的强度验算

1. 钢板弹簧应力解析演算

1）钢板弹簧各片的当量厚度

当主、副钢板弹簧共同起作用时，n 片钢板弹簧叠加在一起，各片厚度分别为 h_1、h_2、…、h_n，各片的一半长度分别为$\frac{L}{2}$、$\frac{L}{2}-\Delta L_2$、…、$\frac{L}{2}-\Delta L_n$，各片的长度系数 η_1、η_2、…、η_n分别为

$$\eta_1=1、\eta_2=\frac{L-2\Delta L_2}{L}、\cdots、\eta_n=\frac{L-2\Delta L_n}{L}$$

因此，各片钢板弹簧的当量厚度分别为

$$h_{1e}=h_1、h_{2e}=h_1h_2\sqrt[3]{\frac{1-\eta_2^3}{h_1^3+\eta_2^3h_2^3}}、\cdots、h_{ne}=h_1h_2\sqrt[3]{\frac{1-\eta_n^3}{h_1^3+\eta_n^3h_n^3}} \tag{6-101}$$

所以，整个钢板弹簧叠加之后总的等效厚度 h_{eZ}为

$$h_{eZ}=\sqrt[3]{h_{1e}^3+h_{2e}^3+\cdots+h_{ne}^3} \tag{6-102}$$

2）各钢板弹簧承受的当量载荷

设汽车在满载时钢板弹簧所承受的最大载荷为 G_{max}，而一半钢板弹簧所承受的载荷为 F，则各片钢板弹簧叠加在一起，可以看作是长度相同、刚度不同的弹簧并联，因此，各片钢板弹簧的变形相等，且等于整个钢板弹簧的变形，即

$$\frac{F_{1d}L^2}{2Ebh_{1e}^3}=\frac{F_{2d}L^2}{2Ebh_{2e}^3}=\cdots=\frac{F_{nd}L^2}{2Ebh_{ne}^3}=\frac{FL^2}{2Ebh_{eZ}^3} \tag{6-103}$$

式中，F_{1d}、F_{2d}、…、F_{nd}分别为一半钢板弹簧的各片钢板 h_1、h_2、…、h_n所承受的当量

载荷。

即
$$\frac{F_{1d}}{h_{1e}^3}=\frac{F_{2d}}{h_{2e}^3}=\cdots=\frac{F_{nd}}{h_{ne}^3}=\frac{F}{h_{eZ}^3} \tag{6-104}$$

由上式可知，各片钢板弹簧 h_1、h_2、…、h_n的一半所承受的当量载荷分别为
$$F_{1d}=\frac{h_{1e}^3}{h_{eZ}^3}F,\ F_{2d}=\frac{h_{2e}^3}{h_{eZ}^3}F,\ \cdots,\ F_{nd}=\frac{h_{ne}^3}{h_{eZ}^3}F \tag{6-105}$$

设各钢板弹簧的当量厚度系数分别为
$$k_{h1d}=\frac{h_{1e}}{h_{eZ}},\ k_{h2d}=\frac{h_{2e}}{h_{eZ}},\ \cdots,\ k_{hnd}=\frac{h_{ne}}{h_{eZ}} \tag{6-106}$$

因此，各片钢板弹簧 h_1、h_2、…、h_n的一半所承受的当量载荷分别
$$F_{1d}=k_{h1d}^3F,\ F_{2d}=k_{h2d}^3F,\ \cdots,\ F_{nd}=k_{hnd}^3F \tag{6-107}$$

3) 各钢板弹簧的最大应力

一半钢板弹簧的各片可看作是悬臂梁，根据悬臂梁应力计算公式，可得各片钢板弹簧的最大应力分别为
$$\sigma_{1max}=\frac{6F_{1d}L}{bh_{1e}^2},\ \sigma_{2max}=\frac{6F_{2d}L}{bh_{2e}^2},\ \cdots,\ \sigma_{nmax}=\frac{6F_{nd}L}{bh_{ne}^2} \tag{6-108}$$

将式(6-105)代入上式可得
$$\sigma_{1max}=\frac{h_{1e}}{h_{eZ}}\frac{6LF}{bh_{eZ}^2},\ \sigma_{2max}=\frac{h_{2e}}{h_{eZ}}\frac{6LF}{bh_{eZ}^2},\ \cdots,\ \sigma_{nmax}=\frac{h_{ne}}{h_{eZ}}\frac{6LF}{bh_{eZ}^2} \tag{6-109}$$

设各钢板弹簧的当量应力系数分别为
$$k_{\sigma1}=\frac{h_{1e}}{h_{eZ}},\ k_{\sigma2}=\frac{h_{2e}}{h_{eZ}},\ \cdots,\ k_{\sigma n}=\frac{h_{ne}}{h_{eZ}} \tag{6-110}$$

由式(6-106)和式(6-110)可知，钢板弹簧的应力系数等于厚度系数，即
$$k_{\sigma1}=k_{h1d},\ k_{\sigma2}=k_{h2d},\ \cdots,\ k_{\sigma n}=k_{hnd} \tag{6-111}$$

由于$\frac{6LF}{bh_{eZ}^2}$为单片当量钢板弹簧的最大应力，即
$$\frac{6LF}{bh_{eZ}^2}=\sigma_{max} \tag{6-112}$$

因此，将式(6-112)、式(6-110)代入式(6-109)，可得
$$\sigma_{1max}=k_{\sigma1}\sigma_{max},\ \sigma_{2max}=k_{\sigma2}\sigma_{max},\ \cdots,\ \sigma_{nmax}=k_{\sigma n}\sigma_{max} \tag{6-113}$$

由以上可知，叠加钢板弹簧最大应力出现在当量厚度最厚的钢板弹簧上。

2. 不同工况下的强度演算

1) 制动工况

当汽车制动时，前钢板弹簧承受的载荷最大，在它的后半段出现的最大应力 σ_{max}为
$$\sigma_{max}=\frac{G_1k_{m1}l_2(l_1+\varphi c)}{(l_1+l_2)W_0} \tag{6-114}$$

式中，G_1 为作用在前轮上的垂直静负荷；k_{m1}为制动时前轴负荷转移系数，乘用车 $k_{m1}=1.20\sim1.40$，货车 $k_{m1}=1.40\sim1.60$；l_1和 l_2分别为钢板弹簧前、后段长度；φ 为道路附着系数，取 0.8；W_0 为钢板弹簧总截面系数；c 为弹簧固定点到路面的距离。制动时钢板弹簧的受力如图 6.19 所示。

2）驱动工况

汽车驱动时，后钢板弹簧承受的载荷最大，在其前半段出现的最大应力 σ_{max} 用下式计算

$$\sigma_{max}=\frac{G_2 k_{m2} l_1 (l_2+\varphi c)}{(l_1+l_2)W_0}+\frac{G_2 k_{m2}\varphi}{bh_1} \qquad (6-115)$$

式中，G_2 为作用在后轮上的垂直静负荷；k_{m2} 为驱动时后轴负荷转移系数，乘用车 $k_{m2}=1.25\sim1.30$，货车 $k_{m2}=1.10\sim1.20$；φ 为道路附着系数；b 为钢板弹簧叶片的宽度；h_1 为钢板弹簧主叶片的厚度。

此外，还应当验算汽车通过不平路面时钢板弹簧的强度。许用应力 $[\sigma]=1000\text{MPa}$。

3. 钢板弹簧卷耳和弹簧销的强度核算

钢板弹簧主片卷耳受力如图 6.20 所示。卷耳处所受应力 σ 是由弯曲应力和拉(压)应力合成的应力，即

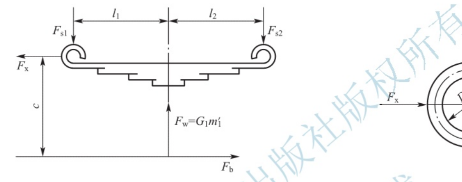


图 6.19　制动时钢板弹簧的受力

图 6.20　主片卷耳的受力

$$\sigma=\frac{3F_x(D+h_1)}{bh_1^2}+\frac{F_x}{bh_1} \qquad (6-116)$$

式中，F_x 为沿弹簧纵向作用在卷耳中心线上的力；D 为卷耳内径；b 为钢板弹簧宽度；h_1 为主片厚度。

许用应力$[\sigma]$一般取为 350MPa。对钢板弹簧销，要验算钢板弹簧受静载荷时它受到的挤压应力 σ_z，可用下式计算

$$\sigma_z=\frac{F_s}{bd} \qquad (6-117)$$

式中，F_s 为满载静止时钢板弹簧端部的载荷；b 为卷耳处叶片的宽度；d 为钢板弹簧销直径。

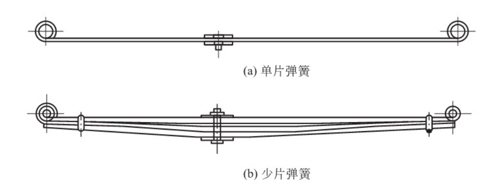
当用 30 或 40 钢经液体碳氮共渗处理时，弹簧销许用挤压应力 $[\sigma_z]$ 取为 3～4MPa；用 20 钢或 20Cr 钢经渗碳处理或用 45 钢经高频淬火后，许用挤压应力 $[\sigma_z]\leqslant7\sim9\text{MPa}$。

钢板弹簧多数情况下采用 55SiMnVB 钢或 60Si2Mn 钢制造。常采用表面喷丸处理工艺和减少表面脱碳层深度的措施来提高钢板弹簧的寿命。表面喷丸处理有一般喷丸和应力喷丸两种。后者可使钢板弹簧表面的残余应力比前者大很多。

6.7.10　少片钢板弹簧

少片弹簧在乘用车和部分商用车上得到越来越多的应用，其特点是叶片由等长、等宽、变截面的 1～3 片叶片组成，如图 6.21 所示。少片弹簧利用变厚断面来保持等强度特

性，并比多片弹簧减少20%～40%的质量。叶片之间放有减摩作用的塑料垫片，或做成只在端部接触，以减少片间摩擦。



(a) 单片弹簧

(b) 少片弹簧

图 6.21　单片弹簧和少片弹簧

图6.22所示为单片变截面弹簧的端部 CD 段和中间夹紧部分 AB 段是厚度分别为 h_1 和 h_2 的等截面形，BC 段为变厚截面，BC 段厚度可按抛物线形或线性变化。

1. 变厚段(BC)按抛物线变化

此时在变厚度段距离端点 x 处的厚度 h_x 随长度的变化规律为

$$h_x=\frac{h_2x^2}{l_2^2} \tag{6-118}$$

式中，l_2 为变厚度段最厚处距离端点的长度；h_2 为变厚段的最大厚度；x 为变厚段处某点距离叶片端点的距离。

图 6.22　单片变截面弹簧的一半

变厚度段在距离端点 x 处的惯性矩为

$$J_x=\left(\frac{x}{l_2}\right)^{\frac{3}{2}}J_2 \tag{6-119}$$

因此，单片变厚度叶片的刚度 k_t 为

$$k_t=\frac{6EJ_2\xi}{l^2[1+(l_2/l)^3C_h]} \tag{6-120}$$

式中，E 为材料弹性模量；ξ 为修正系数，一般取 $\xi=0.92$；J_2 为叶片最大厚度处的截面惯性矩，$J_2=\frac{bh_2^3}{12}$，其中，b 为叶片的宽度；C_h 为系数，$C_h=1-(h_1/h_2)^3$。

钢板弹簧在抛物线区段内各点应力相等，其值为

$$\sigma=\frac{6F_sl_2}{bh_2^2} \tag{6-121}$$

式中，F_s 为满载静止时钢板弹簧端部的载荷。

2. 变厚段(BC)按线性变化

此时在变厚度段距离端点 x 处的厚度 h_x 随长度的变化规律为

$$h_x=A'x+B' \tag{6-122}$$

式中，$A'=(h_2-h_1)/(l_2-l_1)$；$B'=(h_1l_2-h_2l_1)/(l_2-l_1)$。

此时，单片钢板弹簧的刚度按下式进行计算，与式(6-77)相比，只是系数C_h变为C_h'，即

$$k_t=\frac{6EJ_2\xi}{l^2[1+(l_2/l)^3C_h']} \tag{6-123}$$

式中，C_h'为系数，$C_h'=\gamma^2-\frac{3}{2}\left(\frac{1-\alpha}{1-\beta}\right)^3\left[2\ln\beta+\frac{4(1-\beta)(1-\gamma)}{1-\alpha}-\left(\frac{1-\gamma}{1-\alpha}\right)^2(1-\beta)^2\right]-1$，其中，$\alpha=l_1/l_2$，$\beta=h_1/h_2$，$\gamma=\alpha/\beta$。

当$l_1>l_2(2\beta-1)$，或$2h_1<h_2$时，弹簧叶片最大应力点发生在$x=B'/A'$处，此处$h_x=A'x+B'=2B'$，其最大应力值为

$$\sigma_{max}=\frac{3F_s}{2bA'B'} \tag{6-124}$$

当$l_1\leqslant l_2(2\beta-1)$时，弹簧叶片最大应力点发生在$B$点处，其最大应力值为

$$\sigma_{max}=\frac{3F_sl_2}{2bh_2^2} \tag{6-125}$$

弹簧叶片要保持可靠工作，必须使最大应力小于许用应力$[\sigma]$。

由n片组成少片弹簧时，其总刚度为各片刚度之和，其应力则按各片所承受的载荷分量计算。少片弹簧的宽度，在布置允许的情况下尽可能取宽些，以增强横向刚度，因此，宽度b常在75～100mm范围内，主叶片厚度$h_1>8$mm，以保证足够的抗剪强度并防止太薄而淬裂，而副叶片厚度h_2一般在12～20mm范围内。

小　　结

悬架弹簧是车辆悬架的重要组成部件，对悬架特性具有重要影响，影响车辆悬架系统的阻尼匹配，影响车辆悬架的动挠度和静挠度，影响车辆行驶的平顺性和安全性。因此，本章对悬架弹簧的类型、安装、设计理论和方法进行了介绍。首先，介绍了悬架主要参数的确定，即前、后悬架的偏频，前、后悬架的静挠度，悬架的动挠度和悬架弹簧特性；介绍了悬架及弹簧刚度的设计，即悬架刚度设计和弹簧刚度的设计；介绍了悬架主、副弹簧刚度设计方法，即比例中项法和平均载荷法；分别对螺旋弹簧设计与安装、扭杆弹簧设计、橡胶扭簧设计进行了介绍，对钢板弹簧设计进行了分析，其中包括钢板弹簧的布置方案、钢板弹簧主要参数的确定、钢板弹簧各片长度的确定、主、副钢板弹簧厚度的解析设计方法、钢板弹簧的刚度验算、钢板弹簧总成在自由状态下的弧高及曲率半径计算、钢板弹簧弧高与曲面形状的解析设计、钢板弹簧总成弧高的核算、钢板弹簧的强度验算和少片钢板弹簧的设计。

第7章 悬架稳定杆设计

7.1 稳定杆安装结构

横向稳定杆是抑制车体在转弯时产生侧倾的重要部件，横向稳定杆的两头与悬挂摇壁相连，当车体发生侧倾时横向稳定杆会顺势产生扭动，同时产生相反方向的回馈力使车体的侧倾得到控制，因此横向稳定杆实际上就是一根轴向扭动的杆状弹簧。最常用的规则结构稳定杆形式如图 7.1 所示，可把横向稳定杆和橡胶支座等效为串联的线性弹簧。

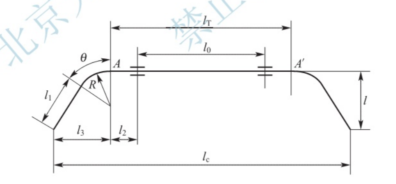


图 7.1　横向稳定杆结构示意图

图中，l_c为稳定杆的总长度；l_0为稳定杆悬架轴套的安装跨度；l_T为稳定杆的水平长度；R 为稳定杆过度圆弧半径；l_3为稳定杆摇臂的水平长度；l 为稳定杆摇臂的纵向长度。

由图 7.1 可知，横向稳定杆端部的变形不仅与稳定杆的直径大小和结构形状有关，还与安装稳定杆的悬架轴套变形和安装位置有关。

7.2 稳定杆悬架轴套的变形

橡胶衬套以其隔振性能好，具有所期望的弹性特性及衰减特性等优点，已经成为汽车

悬架中不可缺少的重要元件。橡胶衬套变形及其安装位置对车辆的操纵稳定性和平顺性具有重要影响。随着汽车工业的发展和行驶速度的不断提高，对车辆悬架及稳定杆的设计提出了更高的要求。然而，目前国内外对橡胶衬套径向变形还没有精确的解析计算式。尽管我国已有学者对此进行了大量研究，但大都参考《汽车工程手册》给出的估算公式，不能满足现代汽车日趋精益化的设计要求。尽管国外学者，例如 Horton、GE Tupholme 等人已经对橡胶衬套变形进行了研究，但是建立的模型不够准确，没有考虑橡胶衬套径向变形所引起径向变形为零处的偏移角，导致所求的径向变形计算数值不够准确。因此，为了满足现代汽车对悬架及稳定杆设计的要求，必须对橡胶衬套变形建立精确模型和解析计算方法。

7.2.1 橡胶衬套及叠加力学模型

1. 橡胶衬套的力学模型

圆环形橡胶衬套的轴向长度为 L，其内外圆的半径分别为 r_a 和 r_b，并分别和刚性圆柱形金属内外套管联结。内套管在固定位置夹紧，外套筒上施加径向力集中力 F，则使外套筒产生径向位移为 Δr，如图 7.2 所示。

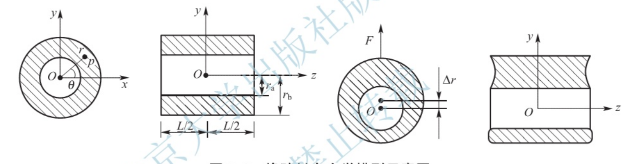


图 7.2 橡胶衬套力学模型示意图

2. 橡胶衬套的叠加力学模型

橡胶衬套的径向变形可以利用变形叠加原理进行计算，在径向集中力作用下，橡胶衬套的 y 轴方向的变形，可以分解为两种施加载荷情况下 y 轴方向变形的叠加，如图 7.3 所示。

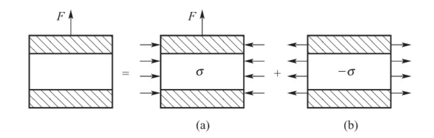


图 7.3 橡胶衬套变形叠加示意图

第一施加载荷情况，如图 7.3(a)所示，除了在外套筒上施加径向力 F 外，在橡胶衬套两自由端施加非均布应力载荷 σ，以使两自由端保持为平面，此时橡胶衬套径向的变形量为 Δr_1。

在该施加载荷情况下，所构建的非均布载荷应力函数 $\sigma=\delta\sin(\theta-\theta_1)$，其中，$\delta$ 仅为 r

的函数；θ_1为该载荷情况下的偏移角，即橡胶衬套径向变形为零处偏离 x 轴方向的角度，如图 7.4 所示，$oo'=\Delta r_1$，$\sin\theta_1=\dfrac{\Delta r_1/2}{r_b}=\dfrac{\Delta r_1}{2r_b}$。其中，在 $\theta\in(\theta_1,\ \pi-\theta_1)$范围内，橡胶衬套为拉伸变形；在 $\theta\in(-\pi-\theta_1,\ \theta_1)$范围内，橡胶衬套为压缩变形。

第二施加载荷情况，如图 7.3(b)所示，为了抵消第一种施加载荷 σ 引起的径向变形，在橡胶衬套两自由度端施加非均布应力载荷$-\sigma$，故构建非均布载荷应力函数 $\sigma'=-\sigma=-\delta\sin(\theta-\theta_1)$。此时橡胶衬套径向的变形量为 Δr_2，由橡胶衬套变形所引起的偏移角 θ_2满足 $\sin\theta_2=\dfrac{\Delta r_2}{2r_b}$。

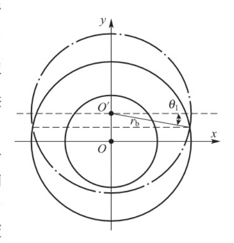


图 7.4　橡胶衬套变形示意图

因此，根据叠加原理，在径向集中力 F 作用下，橡胶衬套径向的总变形可表示为两种载荷情况下径向变形之和，即 $\Delta r=\Delta r_1+\Delta r_2$；总的变形偏移角 θ_0满足 $\sin\theta_0=\dfrac{\Delta r}{2r_b}=\dfrac{\Delta r_1+\Delta r_2}{2r_b}$，即 $\sin\theta_0=\sin\theta_1+\sin\theta_2$。

7.2.2　橡胶衬套径向变形求解

1. 弹性力学基本方程

根据弹性力学理论，橡胶衬套的应变与位移分量的 6 个几何方程分别为

$$\varepsilon_r=\frac{\partial u}{\partial r} \tag{7-1a}$$

$$\varepsilon_\theta=\frac{u}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial\theta} \tag{7-1b}$$

$$\varepsilon_z=\frac{\partial w}{\partial z} \tag{7-1c}$$

$$\varepsilon_{zr}=\varepsilon_{rz}=\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\partial u}{\partial z} \tag{7-1d}$$

$$\varepsilon_{z\theta}=\varepsilon_{\theta z}=\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial\theta}+\frac{\partial v}{\partial z} \tag{7-1e}$$

$$\varepsilon_{r\theta}=\varepsilon_{\theta r}=\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{v}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial\theta} \tag{7-1f}$$

橡胶衬套应变与应力分量的 6 个物理方程分别为

$$\varepsilon_r=\frac{1}{E}[\sigma_r-\mu(\sigma_\theta+\sigma_z)] \tag{7-2a}$$

$$\varepsilon_\theta=\frac{1}{E}[\sigma_\theta-\mu(\sigma_r+\sigma_z)] \tag{7-2b}$$

$$\varepsilon_z=\frac{1}{E}[\sigma_z-\mu(\sigma_r+\sigma_\theta)] \tag{7-2c}$$

$$\varepsilon_{zr}=\varepsilon_{rz}=\frac{\tau_{zr}}{G}=\frac{\tau_{rz}}{G} \tag{7-2d}$$

$$\varepsilon_{z\theta}=\varepsilon_{\theta z}=\frac{\tau_{z\theta}}{G}=\frac{\tau_{\theta z}}{G} \tag{7-2e}$$

$$\varepsilon_{r\theta}=\varepsilon_{\theta r}=\frac{\tau_{r\theta}}{G}=\frac{\tau_{\theta r}}{G} \tag{7-2f}$$

式中，E 为弹性模量；G 为剪切模量；μ 为泊松比，对于橡胶材料 $\mu=\frac{1}{2}$。

由于弹性模量、剪切模量和泊松比三者之间满足如下关系

$$G=\frac{E}{2(1+\mu)}=\frac{E}{3} \tag{7-3}$$

把式(7-2a)～式(7-2c)左、右两边分别相加，并把 $\mu=\frac{1}{2}$ 代入，可得

$$\varepsilon_r+\varepsilon_\theta+\varepsilon_z=0 \tag{7-4}$$

由式(7-2a)～式(7-2c)及式(7-4)，可得

$$\sigma_r=\sigma_z+2G(2\varepsilon_r+\varepsilon_\theta) \tag{7-5a}$$

$$\sigma_\theta=\sigma_z+2G(2\varepsilon_\theta+\varepsilon_r) \tag{7-5b}$$

在橡胶衬套中取微元六面体，并将各力投影到 z 轴上，得六面体的力平衡方程为

$$\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial\tau_{z\theta}}{\partial\theta}+\frac{\tau_{rz}}{r}+\frac{\partial\tau_{rz}}{\partial r}=0 \tag{7-6}$$

设橡胶衬套的内筒不动，在外筒施加向上的集中载荷 F，同时在衬套两自由端施加应力载荷 $\sigma_z=\delta\sin(\theta-\theta_1)$；设外筒的位移为 Δr_1，则橡胶衬套内 P 点的位移表示为

$$u=U_r\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-7a}$$

$$v=V_r\cos(\theta-\theta_1) \tag{7-7b}$$

$$w=0 \tag{7-7c}$$

式中，U_r 和 V_r 仅为半径 r 的函数。

把式(7-7a)～式(7-7c)代入式(7-1a)～式(7-1c)，可得

$$\varepsilon_r=\frac{\mathrm{d}U_r}{\mathrm{d}r}\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-8a}$$

$$\varepsilon_\theta=\frac{1}{r}(U_r-V_r)\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-8b}$$

$$\varepsilon_z=0 \tag{7-8c}$$

$$\varepsilon_{r\theta}=\varepsilon_{\theta r}=\left[\frac{\mathrm{d}V_r}{\mathrm{d}r}+\frac{1}{r}(U_r-V_r)\right]+\cos(\theta-\theta_1) \tag{7-8d}$$

把式(7-8a)～式(7-8c)代入式(7-4)，可得

$$V_r=U_r+r\frac{\mathrm{d}U_r}{\mathrm{d}r} \tag{7-9}$$

根据式(7-2d)～式(7-2f)、式(7-5)、式(7-8)和式(7-9)，可得

$$\tau_{zr}=\tau_{z\theta}=0 \tag{7-10a}$$

$$\tau_{r\theta}=G\left[r\frac{\mathrm{d}^2U_r}{\mathrm{d}r^2}+\frac{\mathrm{d}U_r}{\mathrm{d}r}\right]\cos(\theta-\theta_1) \tag{7-10b}$$

$$\sigma_r=\sigma_z+2G\frac{\mathrm{d}U_r}{\mathrm{d}r}\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-10c}$$

$$\sigma_\theta=\sigma_z-2G\frac{\mathrm{d}U_r}{\mathrm{d}r}\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-10d}$$

把式(7-10a)代入式(7-6)，可得

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}=0 \tag{7-11}$$

上式表明，在 z 方向应力分量 σ_z 是定值，而 $z=\pm L/2$ 时，$\sigma_z=\delta\sin(\theta-\theta_1)$，故橡胶衬套内任何处都有

$$\sigma_z=\delta\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-12}$$

把式(7-12)分别代入式(7-10c)和式(7-10d)，可得

$$\sigma_r=\left(\delta+2G\frac{\mathrm{d}U_r}{\mathrm{d}r}\right)\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-13a}$$

$$\sigma_\theta=\left(\delta-2G\frac{\mathrm{d}U_r}{\mathrm{d}r}\right)\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-13b}$$

取半径 r 处的微元面，边长为 $r\mathrm{d}\theta$ 和 $\mathrm{d}z$，则载荷 F 可表示为

$$F=2\int_{-L/2}^{L/2}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}[\sigma_r\sin(\theta-\theta_1)+\tau_{r\theta}\cos(\theta-\theta_1)]r\mathrm{d}\theta\mathrm{d}z \tag{7-14}$$

将式(7-10b)和式(7-13a)代入式(7-14)，可得

$$r\frac{\mathrm{d}^2U_r}{\mathrm{d}r^2}+3\frac{\mathrm{d}U_r}{\mathrm{d}r}=\frac{F}{Gr\pi L}-\frac{\delta}{G} \tag{7-15}$$

根据文献可知，在集中力 F 作用下，z 方向的正应力为 $\sigma_z=\frac{F\sin(\theta-\theta_1)}{2\pi L}\left[\frac{1}{r}+\frac{2r}{r_a^2+r_b^2}\right]$，又 $\sigma_z=\delta\sin(\theta-\theta_1)$，则

$$\delta=\frac{F}{2\pi L}\left[\frac{1}{r}+\frac{2r}{r_a^2+r_b^2}\right] \tag{7-16}$$

把上式代入式(7-15)，可得

$$r\frac{\mathrm{d}^2U_r}{\mathrm{d}r^2}+3\frac{\mathrm{d}U_r}{\mathrm{d}r}=\frac{F}{2G\pi L}\left(\frac{1}{r}-\frac{2r}{r_a^2+r_b^2}\right) \tag{7-17}$$

则上式的通解为

$$U_r=\frac{F}{4G\pi L}\left[\ln r-\frac{r^2}{2(r_a^2+r_b^2)}\right]-\frac{C_1}{2r^2}+C_2 \tag{7-18}$$

由式(7-9)和式(7-18)可得

$$V_r=\frac{F}{4G\pi L}\left[\ln r+1-\frac{3r^2}{2(r_a^2+r_b^2)}\right]+\frac{C_1}{2r^2}+C_2 \tag{7-19}$$

根据边界条件 $U_r(r_a)=V_r(r_a)=0$，由式(7-18)和式(7-19)得

$$\frac{F}{4G\pi L}\left[\ln r_a-\frac{r_a^2}{2(r_a^2+r_b^2)}\right]-\frac{C_1}{2r_a^2}+C_2=0 \tag{7-20}$$

$$\frac{F}{4G\pi L}\left[\ln r_a+1-\frac{3r_a^2}{2(r_a^2+r_b^2)}\right]+\frac{C_1}{2r_a^2}+C_2=0 \tag{7-21}$$

由式(7-20)和式(7-21)可求得待定常数 C_1 和 C_2 分别为

$$C_1=-\frac{F}{4G\pi L}\frac{r_a^2r_b^2}{r_a^2+r_b^2},\quad C_2=-\frac{F}{4G\pi L}\left[\ln r_a+\frac{r_b^2-r_a^2}{2(r_a^2+r_b^2)}\right]$$

把上述常数 C_1 和 C_2 分别代入式(7-18)和式(7-19)，可得

$$U_r=\frac{F}{4G\pi L}\left[\ln\frac{r}{r_a}-\frac{(r^2+r_b^2)(r^2-r_a^2)}{2r^2(r_a^2+r_b^2)}\right] \tag{7-22}$$

$$V_r=\frac{F}{4G\pi L}\left[\ln\frac{r}{r_a}+\frac{(r_b^2-3r^2)(r^2-r_a^2)}{2r^2(r_a^2+r_b^2)}\right] \tag{7-23}$$

此时，橡胶衬套在径向 y 方向的变形量可表示为

$$\begin{aligned}\Delta r_1\big|_{r=r_b}&=u\sin\frac{\pi}{2}+v\cos\frac{\pi}{2}=U_r(r_b)\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta_1\right)\sin\frac{\pi}{2}+V_r(r_b)\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta_1\right)\cos\frac{\pi}{2}\\&=U_r(r_b)\cos\theta_1=U_r(r_b)\sqrt{1-\sin^2\theta_1}\end{aligned}$$

即

$$\Delta r_1\big|_{r=r_b}=U_r(r_b)\sqrt{1-\left(\frac{\Delta r_1}{2r_b}\right)^2} \tag{7-24}$$

因此，可得在第一施加载荷情况下，橡胶衬套在径向 y 方向的变形量为

$$\Delta r_1=\frac{2r_bU_r(r_b)}{\sqrt{4r_b^2+U_r^2(r_b)}} \tag{7-25}$$

2. 第二施加载荷情况下的变形

设橡胶衬套的内套筒不动，在橡胶衬套的两自由端施加应力载荷 $\sigma_z=-\delta\sin(\theta-\theta_1)$，此时外套筒的位移为 Δr_2，则橡胶衬套内 P 点的位移表示为

$$u=Y\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-26a}$$

$$v=Y\cos(\theta-\theta_1) \tag{7-26b}$$

$$w=w(r,\ \theta,\ z) \tag{7-26c}$$

把式(7-26a)～式(7-26c)代入式(7-1a)～式(7-1c)，可得

$$\varepsilon_r=\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}r}\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-27a}$$

$$\varepsilon_\theta=0 \tag{7-27b}$$

$$\varepsilon_z=\frac{\partial w}{\partial z} \tag{7-27c}$$

把式(7-27)代入式(7-4)，可得

$$\frac{\partial w}{\partial z}=\varepsilon_z=-\varepsilon_r=-\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}r}\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-28}$$

根据对称性，在 $z=0$ 处的横截面上，对于任意 r、θ，都有 $w=0$，因此，由式(7-28)积分可得

$$w=-z\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}r}\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-29}$$

将式(7-26a)、式(7-26b)及式(7-29)，代入式(7-1d)～式(7-1f)，可得

$$\varepsilon_{r\theta}=\varepsilon_{\theta r}=\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}r}\cos(\theta-\theta_1) \tag{7-30a}$$

$$\varepsilon_{zr}=\varepsilon_{rz}=-z\frac{\mathrm{d}^2Y}{\mathrm{d}r^2}\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-30b}$$

$$\varepsilon_{z\theta}=\varepsilon_{\theta z}=-\frac{z}{r}\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}r}\cos(\theta-\theta_1) \tag{7-30c}$$

将式(7-30a)～式(7-30c)分别代入式(7-2d)～式(7-2f)，可得

$$\tau_{zr}=\tau_{rz}=-Gz\frac{\mathrm{d}^2Y}{\mathrm{d}r^2}\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-31a}$$

$$\tau_{z\theta}=\tau_{\theta z}=-\frac{Gz}{r}\frac{dY}{dr}\cos(\theta-\theta_1) \tag{7-31b}$$

$$\tau_{r\theta}=\tau_{\theta r}=G\frac{dY}{dr}\cos(\theta-\theta_1) \tag{7-31c}$$

将式(7-27a)和式(7-27b)代入式(7-5a)和式(7-5b)，可得

$$\sigma_r=\sigma_z+4G\frac{dY}{dr}\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-32a}$$

$$\sigma_\theta=\sigma_z+2G\frac{dY}{dr}\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-32b}$$

将式(7-31a)和式(7-31b)代入平衡方程式(7-6)，可得

$$\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}=Gz\left(\frac{d^3Y}{dr^3}+\frac{1}{r}\frac{d^2Y}{dr^2}-\frac{1}{r^2}\frac{dY}{dr}\right)\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-33}$$

将上式对 z 积分，可得

$$\sigma_z=G\frac{z^2}{2}\left(\frac{d^3Y}{dr^3}+\frac{1}{r}\frac{d^2Y}{dr^2}-\frac{1}{r^2}\frac{dY}{dr}\right)\sin(\theta-\theta_1)+C \tag{7-34}$$

由 $\sigma_z|_{z=\pm L/2}=-\delta\sin(\theta-\theta_1)$，代入上式，可求得常数 C 为

$$C=-\frac{G}{2}\frac{L^2}{4}\left(\frac{d^3Y}{dr^3}+\frac{1}{r}\frac{d^2Y}{dr^2}-\frac{1}{r^2}\frac{dY}{dr}\right)\sin(\theta-\theta_1)-\delta\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-35}$$

把上式代入式(7-34)，可得

$$\sigma_z=-\frac{G}{2}\left(\frac{L^2}{4}-z^2\right)\left(\frac{d^3Y}{dr^3}+\frac{1}{r}\frac{d^2Y}{dr^2}-\frac{1}{r^2}\frac{dY}{dr}\right)\sin(\theta-\theta_1)-\delta\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-36}$$

将式(7-36)代入式(7-32a)和式(7-32b)，可得

$$\sigma_r=G\left[4\frac{dY}{dr}-\frac{1}{2}\left(\frac{L^2}{4}-z^2\right)\left(\frac{d^3Y}{dr^3}+\frac{1}{r}\frac{d^2Y}{dr^2}-\frac{1}{r^2}\frac{dY}{dr}\right)\right]\sin(\theta-\theta_1)-\delta\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-37a}$$

$$\sigma_\theta=G\left[2\frac{dY}{dr}-\frac{1}{2}\left(\frac{L^2}{4}-z^2\right)\left(\frac{d^3Y}{dr^3}+\frac{1}{r}\frac{d^2Y}{dr^2}-\frac{1}{r^2}\frac{dY}{dr}\right)\right]\sin(\theta-\theta_1)-\delta\sin(\theta-\theta_1) \tag{7-37b}$$

由于在 y 轴方向没有施加载荷，故式(7-14)的右边等于0，将式(7-37a)和式(7-31c)代入式(7-14)可得

$$\frac{d^3Y}{dr^3}+\frac{1}{r}\frac{d^2Y}{dr^2}-\frac{1}{r^2}\frac{dY}{dr}-\frac{60}{L^2}\frac{dY}{dr}=-\frac{6F}{GL^3\pi}\left[\frac{1}{r}+\frac{2r}{r_a^2+r_b^2}\right] \tag{7-38}$$

对上式积分可得

$$\frac{d^2Y}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dY}{dr}-\frac{60Y}{L^2}=-\frac{6F}{GL^3\pi}\left[\ln r+\frac{r^2}{r_a^2+r_b^2}\right]+A \tag{7-39}$$

其通解为

$$Y=A_1I(0,\ \alpha r)+A_2K(0,\ \alpha r)+\frac{F}{10GL\pi}\left[\ln r+\frac{r^2}{r_a^2+r_b^2}\right]+A_3 \tag{7-40}$$

式中，A_1、A_2、A_3为常系数；$I(0,\ \alpha r)$，$K(0,\ \alpha r)$为Bessel修正函数，且$\alpha=2\sqrt{15}/L$。

下面根据边界条件，求常系数A_1、A_2、A_3。因为橡胶衬套镶嵌在内外金属套筒之间，故 $w(r_a,\ \theta,\ z)=w(r_b,\ \theta,\ z)=0$，即

$$w|_{r=r_a}=w|_{r=r_b}=-z\left(\frac{dY}{dr}\right)_{r=r_a}\sin(\theta-\theta_1)=-z\left(\frac{dY}{dr}\right)_{r=r_b}\sin(\theta-\theta_1)=0 \tag{7-41}$$

根据边界条件，由上式可得 $\left(\frac{dY}{dr}\right)_{r=r_a}=\left(\frac{dY}{dr}\right)_{r=r_b}=0$，即

$$A_1 I(1,\ \alpha r_a)\alpha - A_2 K(1,\ \alpha r_a)\alpha + \frac{F}{10GL\pi}\left(\frac{1}{r_a}+\frac{2r_a}{r_a^2+r_b^2}\right)=0 \tag{7-42}$$

$$A_1 I(1,\ \alpha r_b)\alpha - A_2 K(1,\ \alpha r_b)\alpha + \frac{F}{10GL\pi}\left(\frac{1}{r_b}+\frac{2r_b}{r_a^2+r_b^2}\right)=0 \tag{7-43}$$

因为内套筒固定，所以 $Y(r_a)=0$，由式(7-40)可得

$$A_1 I(0,\ \alpha r_a)+A_2 K(0,\ \alpha r_a)+\frac{F}{10GL\pi}\left[\ln r_a+\frac{r_a^2}{r_a^2+r_b^2}\right]+A_3=0 \tag{7-44}$$

由式(7-42)～式(7-44)，可解得常数 A_1、A_2、A_3。

因此，外套筒的变形可表示为

$$\Delta r_2 = u|_{r=r_b} = Y(r_b)\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta_1\right)=Y(r_b)\cos\theta_1$$

$$=Y(r_b)\sqrt{1-\sin^2\theta_1}$$

即

$$\Delta r_2 = Y(r_b)\sqrt{1-\left(\frac{\Delta r_1}{2r_b}\right)^2} \tag{7-45}$$

把式(7-25)代入式(7-45)，可得在第二施加载荷情况下，橡胶衬套在径向 y 方向的变形量为

$$\Delta r_2 = \frac{2r_b Y(r_b)}{\sqrt{4r_b^2+U_r{}^2(r_b)}} \tag{7-46}$$

3. 径向变形叠加

根据变形叠加原理，两种施加载荷的变形叠加即为在径向集中力 F 作用下，橡胶衬套的 y 轴方向的变形，即 $\Delta r=\Delta r_1+\Delta r_2$。

把将式(7-25)和代入式(7-46)，可得橡胶衬套在集中力 F 作用下的变形为

$$\Delta r = 2r_b\frac{U_r(r_b)+Y(r_b)}{\sqrt{4r_b^2+U_r^2(r_b)}} \tag{7-47}$$

某车辆悬架横向稳定杆的安装橡胶衬套的结构如图 7.1 所示，其轴向长度为 $L=15$mm，其内外圆半径分别为 $r_a=10$mm、$r_b=20$mm，橡胶材料的弹性模量 $E=7.8$MPa，泊松比 $\mu=0.5$。内套管固定，外套筒上施加径向力 F。则利用叠加解析计算方法计算得到的外套筒的径向位移 Δr 值，以及 Tupholme 对比计算数值见表 7-1。

表 7-1　计算结果与 Tupholme 计算值

载荷 F/kN \ 方法	10	30	50	70	80
解析计算径向变形 Δr/mm	0.92415	2.77216	4.61924	6.46478	7.38677
解析计算偏移角 θ_0/°	1.3236	3.9668	6.5982	9.2100	10.5062

7.2.3 橡胶轴座的线性径向刚度

根据橡胶衬套的径向变形与所施加载荷 F，便可以求得橡胶衬套的线性径向刚度 K_x，即

$$K_x=\frac{F}{\Delta r}=\frac{F\sqrt{4r_b^2+U_r^2(r_b)}}{2r_b[U_r(r_b)+Y(r_b)]} \tag{7-48}$$

根据橡胶衬套的结构参数和材料性能参数，利用《汽车工程手册》所提供的橡胶衬套刚度近似计算公式，也可求得橡胶衬套的径向线刚度 K_x 为

$$K_x=\frac{0.68E}{(1+\mu_x)}\left[\frac{5l_x}{\ln\dfrac{d+2l_r}{d}}+\frac{3.29l_x^3}{(d+l_r)^2\ln^3\dfrac{d+2l_r}{d}}\right] \tag{7-49}$$

式中，D 为橡胶衬套直径；d 为横向稳定杆直径；l_x 为橡胶衬套长度；μ_x 为橡胶材料的泊松比；l_r 为橡胶轴套等效厚度，$l_r=(D-d)/2$。

7.3 稳定杆端点的位移

因为横向稳定杆和橡胶支座可视作线性结构，故可根据能量原理中的卡式第二定理求解稳定杆的端点位移。若应变能 U 是载荷 F_i 的函数，则应变能对载荷 F_i 的偏导数等于 F_i 的作用点沿 F_i 方向的位移 f_i，即 $f_i=\dfrac{\partial U}{\partial F_i}$。

7.3.1 橡胶支座变形引起的稳定杆端点位移

设 F_0 是橡胶支座上的力，根据力矩平衡条件

$$F_0l_0=Fl_c \tag{7-50}$$

由式(7-50)可得

$$F_0=\frac{Fl_c}{l_0} \tag{7-51}$$

橡胶支座变形位能为

$$U_0=\frac{1}{2}F_0\frac{F_0}{K_x}=\frac{F_0^2}{2K_x} \tag{7-52}$$

式中，U_0 为橡胶支座变形位能；K_x 为橡胶支座的径向刚度。

把式(7-51)代入式(7-52)，可得

$$U_0=\frac{F^2l_c^2}{2K_xl_0^2} \tag{7-53}$$

根据卡式第二定理，则由于橡胶支座变形而产生的稳定杆端点位移为

$$f_x=\frac{\partial U_0}{\partial F}=\frac{\partial}{\partial F}\left(\frac{F^2l_c^2}{2K_xl_0^2}\right)=\frac{Fl_c^2}{K_xl_0^2} \tag{7-54}$$

令 $K_{xe}=K_x\dfrac{l_0^2}{l_c^2}$，$K_{xe}$ 为橡胶支座在稳定杆端点处的等效线刚度。

则由式(7-54)可得橡胶支座变形引起的稳定杆端点位移为

$$f_x = \frac{F}{K_{xe}} \tag{7-55}$$

7.3.2 稳定杆变形产生的端点位移

由于横向稳定杆为对称结构，可取一半进行分析计算。

1. 直杆部分变形位能分析计算

l_1段的弯曲位能

$$U_1 = \int_0^{l_1} \frac{(Fx)^2}{2EI} \mathrm{d}x = \frac{F^2 l_1^3}{6EI} \tag{7-56}$$

式中，钢材的弹性模量 E 为 210GPa，泊松比 μ 为 1/3；I 为截面惯性矩，实心圆轴的 $I=\frac{\pi D^4}{64}$，D 为稳定杆直径。

l_2段的弯曲位能

$$U_2 = \int_0^{l_2} \frac{[F(l_3+x)]^2}{2EI} \mathrm{d}x = \frac{F^2}{6EI}[(l_3+l_2)^3 - l_3^3] \tag{7-57}$$

$l_0/2$ 段的弯曲位能

$$U_3 = \int_0^{l_0/2} \frac{[2F(l_3+l_2)x/l_0]^2}{2EI} \mathrm{d}x = \frac{F^2(l_3+l_2)^2 l_0}{12EI} \tag{7-58}$$

$l_T/2$ 段的扭转位能

$$U_4 = \int_0^{l_T/2} \frac{(Fl)^2}{2GI_p} \mathrm{d}x = \frac{F^2 l^2 l_T}{4GI_p} \tag{7-59}$$

式中，G 为横向稳定杆材料的切变模量，$G=\frac{E}{2(1+\mu)}$；I_p 为截面极惯性矩，实心圆轴的 $I_p=\frac{\pi D^4}{32}$。

2. 圆弧过渡部分的变形位能 U_5 分析计算

如图 7.5 所示，横向稳定杆圆角部分任意截面的位置由圆心角 φ 来确定，由几何关系可知。

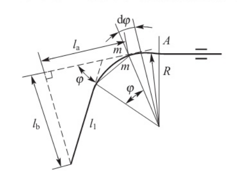


图 7.5 横向稳定杆圆角部分示意图

$$l_a = \left(l_1 + R\tan\frac{\varphi}{2}\right)\cos\varphi + R\tan\frac{\varphi}{2} = l_1\cos\varphi + R\sin\varphi \tag{7-60}$$

$$l_b = \left(l_1 + R\tan\frac{\varphi}{2}\right)\sin\varphi = l_1\sin\varphi + 2R\sin^2\frac{\varphi}{2} \tag{7-61}$$

则截面 $m-m$ 上的弯矩和扭矩分别为

$$M = Fl_a = F(l_1\cos\varphi + R\sin\varphi)$$

$$T = Fl_b = F\left(l_1\sin\varphi + 2R\sin^2\frac{\varphi}{2}\right)$$

对截面尺寸远小于 R 的曲杆，应变能可借用直杆公式，其中，变形能包括两部分即弯曲变形能和扭转变形能，即

$$U_5=U_a+U_b \tag{7-62}$$

式中，U_a为圆角部分弯曲变形位能；U_b为圆角部分扭转变形位能。

弯曲变形能和扭转变形能，可通过下列积分求得

$$U_a=\int_0^\theta \frac{M^2R}{2EI}d\varphi=\frac{F^2R}{2EI}\left[\frac{l_1^2}{2}\left(\theta+\frac{\sin2\theta}{2}\right)+\frac{R^2}{2}\left(\theta-\frac{\sin2\theta}{2}\right)+l_1R\sin^2\theta\right] \tag{7-63}$$

$$U_b=\int_0^\theta \frac{T^2R}{2GI_p}d\varphi=\frac{F^2R}{2GI_p}\left[\frac{l_1^2}{2}\left(\theta-\frac{\sin2\theta}{2}\right)+4l_1R\sin^4\frac{\theta}{2}+R^2\left(\frac{3\theta}{2}+\frac{\sin2\theta}{4}-2\sin\theta\right)\right] \tag{7-64}$$

令 $\lambda_1=\frac{l_1^2}{2}\left(\theta+\frac{\sin2\theta}{2}\right)+\frac{R^2}{2}\left(\theta-\frac{\sin2\theta}{2}\right)+l_1R\sin^2\theta$；

$$\lambda_2=\frac{l_1^2}{2}\left(\theta-\frac{\sin2\theta}{2}\right)+4l_1R\sin^4\frac{\theta}{2}+R^2\left(\frac{3\theta}{2}+\frac{\sin2\theta}{4}-2\sin\theta\right)$$

则稳定杆的总变形能，可表示为

$$U_5=U_a+U_b=\frac{F^2R\lambda_1}{2EI}+\frac{F^2R\lambda_2}{2GI_p} \tag{7-65}$$

根据卡式第二定理，则由横向稳定杆变形产生的端点位移为

$$f_w=\frac{\partial U}{\partial F}=\frac{\partial}{\partial F}(U_1+U_2+U_3+U_4+U_5)$$

$$=\frac{Fl_1^3}{3EI}+\frac{F}{3EI}[(l_3+l_2)^3-l_3^3]+\frac{F(l_3+l_2)^2l_0}{6EI}+\frac{Fl^2l_T}{2GI_p}+\frac{FR\lambda_1}{EI}+\frac{FR\lambda_2}{GI_p} \tag{7-66}$$

7.3.3 稳定杆端点的总位移及等效线性刚度

稳定杆端点的总位移等于橡胶衬套变形引起的位移与稳定杆本身变形所引起的位移之和，即

$$f=f_w+f_x \tag{7-67}$$

将式(7-66)和式(7-55)代入上式，则稳定杆端点的总位移可表示为

$$f=\frac{Fl_1^3}{3EI}+\frac{F}{3EI}[(l_3+l_2)^3-l_3^3]+\frac{F(l_3+l_2)^2l_0}{6EI}+\frac{Fl^2l_T}{2GI_p}+\frac{FR\lambda_1}{EI}+\frac{FR\lambda_2}{GI_p}+\frac{F}{K_{xe}} \tag{7-68}$$

因此，由上式可得横向稳定杆的等效线刚度K_{wle}为

$$K_{wle}=\frac{F}{f}=\frac{F}{f_w+f_x} \tag{7-69}$$

将式(7-68)代入上式，便可求得横向稳定杆的等效线刚度K_{wle}。

7.4 横向稳定杆最佳刚度匹配

近代车辆悬架一般设计得都较软，在高速行驶转向时，车身会产生很大的横向侧倾和横向角振动。为减少这种横向侧倾，往往在悬架中加设横向稳定器。其中，用得最多的是杆式横向稳定器，即悬架横向稳定杆。在布置好整车结构并设计好悬架弹簧刚度和满足整车侧倾稳定性要求的悬架侧倾角刚度后，如何分配前后悬架侧倾角刚度和如何匹配横向稳定杆将是一个十分重要的问题。如果前后悬架侧倾角刚度分配不当，将会影响汽车转向特

性。目前，多数学者都是利用仿真软件建立仿真模型分析稳定杆性能，并没有得出横向稳定杆匹配原则；虽然有学者对匹配方法进行了研究[6]，但只是从统计学的角度给出，没有严格的理论推导和依据。为了改善悬架的性能，更好地满足汽车操纵稳定性和整车侧倾稳定性的要求，必须利用汽车转向侧倾模型，从汽车稳态转向特性出发，建立悬架总侧倾角刚度数学模型和横向稳定杆侧刚度数学模型。

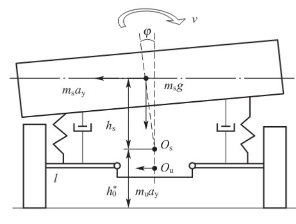


图 7.6　整车侧倾模型

7.4.1　汽车侧倾模型

汽车侧倾模型如图 7.6 所示。图 7.6 中，m_s 为车身质量；m_u 为簧下质量；a_y 为侧向加速度；h_s 为车身质心和侧倾轴间的距离；h_0^* 为车身侧倾中心 o_s 与路面间的距离；r 为车轮半径；φ 为车身侧倾角。悬挂离心力引起的力矩为 $M_{\varphi\mathrm{I}}=m_s a_y h_s$；侧倾后，悬挂质量重力引起的侧倾力矩为 $M_{\varphi\mathrm{II}}=m_s g h_s \varphi$；独立悬架中，非悬挂质量离心力引起的侧倾力矩为 $M_{\varphi\mathrm{III}}=-m_u a_y(h_0^*-r)$。

7.4.2　汽车侧倾刚度

1. 悬架侧倾角刚度

悬架侧倾角刚度是指簧上质量产生单位倾角时，悬架给车身的弹性回复力矩。悬架侧倾角刚度的大小对簧上质量的侧倾角有影响。侧倾刚度过小，则侧倾角过大，乘坐缺乏舒适感和安全感；侧倾刚度过大，则侧倾角过小，缺乏汽车侧翻时的感觉，同时会使得轮胎的侧偏角增大。如果后轮的侧倾刚度过大，则会使得汽车增加过多转向的可能。因此，侧倾角刚度的要求是当侧向惯性力等于 0.4 倍的车重时，轿车的侧倾角度在 2.5°～4.0°范围内，而货车车身的侧倾角度小于 7°。

2. 侧倾角刚度在前后轴的分配

汽车在转弯行驶状态下，在 0.4g 的侧向加速度作用下，前、后轮的侧倾角之差 $\gamma_1-\gamma_2$ 应当在 1°～3°范围之内。然后，前后悬架的侧倾角刚度的分配会影响前后轮的侧偏角大小，从而影响转弯特性，所以悬架设计时应考虑悬架侧倾角刚度在前后轴上的分配。

为了满足汽车稍有不足转向特性的要求，应使汽车前轴的轮胎侧偏角大于后轴的轮胎侧偏角。为此，在设计悬架侧倾角刚度时，应该使前悬架的侧倾角刚度略大于后悬架的侧倾角刚度。对于乘用车辆，前后悬架的侧倾角刚度的比值一般为 1.4～2.6 范围内。

3. 汽车侧倾总刚度

根据力矩平衡条件，可得

$$K_\varphi \varphi=m_s a_y h_s+m_s g h_s \varphi-m_u a_y(h_0^*-r) \tag{7-70}$$

由上式可得悬架总侧倾角刚度和稳态侧倾角分别为

$$K_\varphi=\frac{m_s a_y h_s-m_u a_y(h_0^*-r)}{\varphi}+m_s g h_s \tag{7-71}$$

$$\varphi=\frac{m_s a_y h_s-m_u a_y(h_0^*-r)}{K_{\varphi f}+K_{\varphi r}-m_s g h_s} \tag{7-72}$$

可知，在整车结构布置好后，前后悬架的弹簧线刚度 K_{fs} 和 K_{rs} 均已知，可根据设计要求，即当汽车侧向加速度为 $0.4g$ 时，车身侧倾角度 φ 必须小于一定的设计要求值，便可以求出汽车总的侧倾角刚度 K_{φ}。

4. 汽车侧倾总刚度的构成

汽车悬架总的侧倾角刚度 K_{φ} 等于前轴侧倾角刚度 $K_{\varphi f}$ 和后轴侧倾角刚度 $K_{\varphi r}$ 之和，即

$$K_{\varphi}=K_{\varphi f}+K_{\varphi r} \tag{7-73}$$

式中，K_{φ} 为悬架总侧倾角刚度；$K_{\varphi f}$ 为前轴侧倾角刚度；$K_{\varphi r}$ 为后轴侧倾角刚度。

其中，汽车前轴或后轴的侧倾角刚度等于悬架弹簧侧倾角刚度和横向稳定杆侧倾角刚度之和，即

$$K_{\varphi f}=K_{\varphi fs}+K_{\varphi fw} \tag{7-74}$$

$$K_{\varphi r}=K_{\varphi rs}+K_{\varphi rw} \tag{7-75}$$

式中，$K_{\varphi fs}$ 和 $K_{\varphi rs}$ 分别为前、后悬架弹簧在相应车轮处的等效侧倾角刚度。其中，$K_{\varphi fs}=\frac{1}{2}K_{fs}\left(\frac{B_f l_{2f}}{l_{1f}}\right)^2$；$K_{\varphi rs}=\frac{1}{2}K_{rs}\left(\frac{B_r l_{2r}}{l_{1r}}\right)^2$；$K_{fs}$ 和 K_{rs} 分别为前、后悬架弹簧在安装位置处的线刚度；l_{1f} 前横臂长；l_{1r} 后横臂长；l_{2f} 和 l_{2r} 分别为前、后悬架弹簧安装中心到同侧横臂铰接点之间的距离。

将式(7-74)和式(7-75)代入式(7-73)，可得到汽车悬架总的侧倾角刚度 K_{φ}，即

$$K_{\varphi}=K_{\varphi f}+K_{\varphi r}=K_{\varphi fs}+K_{\varphi fw}+K_{\varphi rs}+K_{\varphi rw} \tag{7-76}$$

7.4.3 稳定杆刚度匹配设计

1. 侧倾引起的轴荷转移

侧倾所引起的轴荷转移情况如图 7.7 所示。

图 7.7 中，前轮胎侧偏力 $\Delta F_{fy}=\frac{m_s a_y l_r}{2l}$；$\Delta F_f$ 为侧倾引起的前轴垂直载荷转移量；B_f 为前轮距；l_r 为平面内后车轴和整车质心间的距离；l 为轴距；h_f 为前悬架侧倾中心 o_f 与路面间的距离。

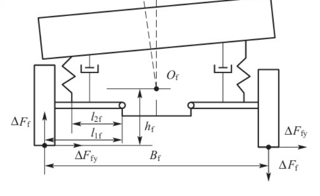


图 7.7 前轴载荷转移

根据前轮力矩平衡条件，可得

$$K_{\varphi f}\varphi=\Delta F_f B_f-\frac{m_s a_y l_r}{l}h_f \tag{7-77}$$

根据式(7-73)可得前轴垂直载荷转移量，即

$$\Delta F_f=\frac{a_y}{B_f}\left[\frac{m_s h_s-m_u(h_0^*-r)}{1+K_{\varphi r}/K_{\varphi f}-m_s g h_s/K_{\varphi f}}+\frac{m_s l_r}{l}h_f\right] \tag{7-78}$$

同理，根据后轮力矩平衡条件，可得后轴垂直载荷转移量，即

$$\Delta F_r=\frac{a_y}{B_r}\left[\frac{m_s h_s-m_u(h_0^*-r)}{1+K_{\varphi f}/K_{\varphi r}-m_s g h_s/K_{\varphi r}}+\frac{m_s l_f}{l}h_r\right] \tag{7-79}$$

式中，ΔF_r 为侧倾引起的后轴垂直载荷转移量；B_r 为后轮距；l_r 为平面内后车轴和整车质心间的距离；h_r 为后悬架侧倾中心 o_r 与路面间的距离。

由式(7-78)和式(7-79)可知，前后悬架角刚度比值对轴荷转移量有直接影响，对车辆转弯时的安全性有直接影响，即 $K_{\varphi f}/K_{\varphi r}$ 值越大，轴荷转移越大。

2. 横向稳定杆匹配原则

根据汽车理论，在侧向力作用下，若汽车前轴左、右车轮的垂直载荷变动量增大，汽车趋于增加不足转向量；若后轴左、右车轮载荷变动量较大，汽车趋于减少不足转向量。要保证汽车不足转向的特性，应该使前轴垂直载荷转移量 ΔF_f 大于或等于后轴垂直载荷转移量 ΔF_r，即 $\Delta F_f \geqslant \Delta F_r$。

由式(7-79)和式(7-78)可得

$$\frac{a_y}{B_f}\left[\frac{m_s h_s - m_u(h_0^* - r)}{1+K_{\varphi r}/K_{\varphi f} - m_s g h_s/K_{\varphi f}} + \frac{m_s l_r}{l} h_f\right] \geqslant \frac{a_y}{B_r}\left[\frac{m_s h_s - m_u(h_0^* - r)}{1+K_{\varphi f}/K_{\varphi r} - m_s g h_s/K_{\varphi r}} + \frac{m_s l_f}{l} h_r\right] \tag{7-80}$$

由于 $B_f \approx B_r$，$l_f \approx l_r$，$h_f \approx h_r$，代入上式，可得

$$(K_{\varphi f} - K_{\varphi r})(K_{\varphi f} + K_{\varphi r} - m_s g h_s) \geqslant 0 \tag{7-81}$$

根据式(7-72)，可知 $K_{\varphi f} + K_{\varphi r} - m_s g h_s > 0$，结合式(7-81)可得

$$K_{\varphi f} \geqslant K_{\varphi r} \tag{7-82}$$

即要保证不足转向，应该使汽车前悬架侧倾角刚度大于或等于后悬架侧倾角刚度。

又因为

$$\begin{cases} K_{\varphi} = K_{\varphi f} + K_{\varphi r} \\ K_{\varphi f} = K_{\varphi fs} + K_{\varphi fw} \\ K_{\varphi r} = K_{\varphi rs} + K_{\varphi rw} \end{cases}$$

则有

$$\begin{cases} K_{\varphi fs} + K_{\varphi fw} \geqslant K_{\varphi rs} + K_{\varphi rw} \\ K_{\varphi} = K_{\varphi fs} + K_{\varphi rs} + K_{\varphi fw} + K_{\varphi rw} \end{cases} \tag{7-83}$$

根据上式，可得

$$K_{\varphi} - K_{\varphi fs} - K_{\varphi rs} \geqslant K_{\varphi fw} \geqslant \frac{K_{\varphi}}{2} - K_{\varphi fs} \tag{7-84}$$

因此，由式(7-84)可得横向稳定杆刚度匹配原则如下。

(1) 若 $K_{\varphi} - K_{\varphi fs} - K_{\varphi rs} \leqslant 0$。则取前、后悬架横向稳定杆的实际刚度设计值 $[K_{\varphi fw}]$ 和 $[K_{\varphi rw}]$ 都等于零，即

$$[K_{\varphi fw}] = [K_{\varphi rw}] = 0 \tag{7-85}$$

式中，$[K_{\varphi fw}]$ 和 $[K_{\varphi rw}]$ 分别表示横向稳定杆实际设计值。

这种情况下说明当悬架弹簧本身角刚度已经满足设计要求的侧倾角刚度时，前、后悬架均不安装横向稳定杆。

(2) 若 $K_{\varphi} - K_{\varphi fs} - K_{\varphi rs} > 0$。前悬架稳定杆的侧倾稳定刚度设计值 $[K_{\varphi fw}]$ 为

$$K_{\varphi} - K_{\varphi fs} - K_{\varphi rs} \geqslant [K_{\varphi fw}] \geqslant \frac{K_{\varphi}}{2} - K_{\varphi fs} \tag{7-86}$$

后悬架稳定杆的侧倾稳定刚度设计值 $[K_{\varphi rw}]$ 为

$$[K_{\varphi rw}] = K_{\varphi} - K_{\varphi rs} - K_{\varphi fs} - [K_{\varphi fw}] \tag{7-87}$$

这种情况说明当悬架弹簧角刚度不能满足设计要求的侧倾角刚度时，应该根据上述不等式匹配前后悬架横向稳定杆的刚度，设计稳定杆直径。大部分车辆正是处于该情况，所以才加设稳定杆。

(3) 为了安装方便，节约成本，前、后悬架稳定杆的侧倾刚度设计值应满足$\frac{[K_{\varphi rw}]}{[K_{\varphi fw}]}\times 100\%\geqslant 20\%$；若$\frac{[K_{\varphi rw}]}{[K_{\varphi fw}]}\times 100\%<20\%$，则取前悬架稳定杆的侧倾刚度 $[K_{\varphi fw}]=K_{\varphi}-K_{\varphi fs}-K_{\varphi rs}$，后悬架稳定杆的侧倾刚度 $[K_{\varphi rw}]=0$，即只在前悬架安装横向稳定杆，后悬架不安装横向稳定杆。

3. 横向稳定杆的等效线刚度

在确定前、后横向稳定杆角刚度后，可根据以下两式确定横向稳定杆在车轮处的等效线刚度，即

$$K_{fwl}=\frac{2[K_{\varphi fw}]}{B_f^2} \tag{7-88}$$

$$K_{rwl}=\frac{2[K_{\varphi rw}]}{B_r^2} \tag{7-89}$$

式中，K_{fwl}和K_{rwl}分别为前后稳定杆在相应车轮处的等效线刚度。

考虑到稳定杆安装橡胶衬套变形对稳定干刚度的影响，引入影响因子 η（一般取 $\eta=0.8$），故横向稳定杆设计值为

$$[K_{fwl}]=K_{fwl}/\eta \tag{7-90}$$

$$[K_{rwl}]=K_{rwl}/\eta \tag{7-91}$$

4. 横向稳定杆侧倾刚度匹配实例

已知某车辆 $K_{fs}=102.45\text{N/mm}$；$K_{rs}=261\text{N/mm}$；$m_s=4690\text{kg}$；$h_s=1.09\text{m}$；前轴弹簧中心距离 0.86m；后轴弹簧中心距 0.89m；$B_f=1.650\text{m}$；$B_r=1.485\text{m}$；设计要求在侧向加速度 $a_y=0.4g$ 时，车身侧倾角 $\varphi\leqslant 5°$。

忽略簧下质量，由式(7-71)式可得车辆悬架所要求的侧倾刚度为

$$K_{\varphi}=274.344\text{kNm/rad}$$

因为 $K_{\varphi}-K_{\varphi fs}-K_{\varphi rs}=133.089\text{kNm/rad}$；而$\frac{K_{\varphi}}{2}-K_{\varphi fs}=99.286\text{kNm/rad}$。

因此，根据式(7-84)，取前悬架稳定杆的侧倾角刚度$[K_{\varphi fw}]=120\text{kNm/rad}$；取后悬架稳定杆的侧倾角刚度$[K_{\varphi rw}]=13.089\text{kNm/rad}$。

又因为$\frac{[K_{\varphi rw}]}{[K_{\varphi fw}]}\times 100\%=10.91<20\%$，故取$[K_{\varphi fw}]=133.089\text{kNm/rad}$；$[K_{\varphi rw}]=0$。

根据稳定杆等效线刚度计算公式，可得前、后悬架稳定杆的等效线刚度分别为

前悬架稳定杆的等效线刚度$[K_{fwl}]=122.2\text{N/mm}$；

后悬架稳定杆的等效线刚度$[K_{rwl}]=0$。

即该车辆只在前悬架安装横向稳定杆，其线刚度为 122.2N/mm，而后悬架不安装稳定杆。

7.5 稳定杆直径设计

7.5.1 稳定杆直径设计数学模型

根据稳定杆的等效线刚度 K_{wle}，应等于车辆悬架稳定杆设计所要求的等效线刚度值

$[K_{wl}]$，根据式(7－69)可得

$$K_{wle}=\frac{F}{f}=\frac{F}{f_w+f_x}=[K_{wl}] \tag{7-92}$$

即

$$\frac{F}{[K_{wl}]}=\frac{Fl_1^3}{3EI}+\frac{F}{3EI}[(l_3+l_2)^3-l_3^3]+\frac{F(l_3+l_2)^2 l_0}{6EI}+\frac{Fl^2 l_T}{2GI_p}+\frac{FR\lambda_1}{EI}+\frac{FR\lambda_2}{GI_p}+\frac{F}{K_{xe}} \tag{7-93}$$

根据上式及 $I=\frac{\pi d^4}{64}$ 和 $I_p=\frac{\pi d^4}{32}$，可得

$$d^4=\frac{64[K_{wl}]K_{xe}}{3\pi E(K_{xe}-[K_{wl}])}\left[l_1^3-l_3^3+\frac{1}{2}(l_3+l_2)^2 l_c+2l^2 l_T+3R\lambda_1+4R\lambda_2\right] \tag{7-94}$$

令 $k=\frac{64}{3\pi}\left[l_1^3-l_3^3+\frac{1}{2}(l_3+l_2)^2 l_c+2l^2 l_T+3R\lambda_1+4R\lambda_2\right]$，则可上式可表示为

$$d=\sqrt[4]{\frac{k[K_{wl}]K_{xe}}{E(K_{xe}-[K_{wl}])}} \tag{7-95}$$

把 $K_{xe}=K_x\frac{l_0^2}{l_c^2}$代入上式，可得稳定杆直径 d 的设计数学模型为

$$d^4=\frac{0.68LK_{wle}\left[\frac{5l_x}{\ln\left(1+\frac{2l_r}{d}\right)}+\frac{3.29l_x^3}{(d+l_r)^2\ln^3\left(1+\frac{2l_r}{d}\right)}\right]l_0^2}{0.68E\left[\frac{5l_x}{\ln\left(1+\frac{2l_r}{d}\right)}+\frac{3.29l_x^3}{(d+l_r)^2\ln^2\left(1+\frac{2l_r}{d}\right)}\right]l_0^2-K_{wle}l_c^2(1+\mu_x)} \tag{7-96}$$

7.5.2 稳定杆直径设计实例

某车辆需要最佳匹配线刚度 $K_{wl}=90\text{N/mm}$ 的横向稳定杆，结构尺寸如图 7.1 所示，稳定杆材料的泊松比 $\mu=1/3$；$l_0=400\text{mm}$；$l_c=800\text{mm}$；$l_1=150\text{mm}$；$R=50\text{mm}$；$\theta=60°$；$[\tau]=800\text{N/mm}^2$。橡胶支座结构尺寸如图 7.2 所示，橡胶材料的泊松比 $\mu_x=0.47$；轴向长度 $l_x=30\text{mm}$；橡胶衬套等效厚度 $l_r=10\text{mm}$。

将上述数据代入横向稳定杆直径设计数学模型式(7－96)，利用 MATLAB 编程，便可得稳定杆直径设计值 $d=21.13\text{mm}$，实际设计值取 $d=20\text{mm}$。

7.6 稳定设计影响因素分析

分析稳定杆直径 d 的设计数学模型式(7－96)，可知横向稳定杆的设计直径大小由选用钢材、稳定杆安装结构、要求匹配等效线刚度及橡胶支座等决定。

横向稳定杆设计直径随橡胶衬套刚度的变化曲线如图 7.8 所示。

由图 7.8 可知，横向稳定杆直径随橡胶支座线刚度的增大而减小，故应该提高橡胶支座的线刚度来减小稳定杆直径。如果橡胶支座的径向刚度相对较小，而在匹配横向稳定杆时又把它视为刚体，就会导致设计的横向稳定杆直径偏小，不能满足侧倾稳定性的要求。

横向稳定杆设计直径随稳定杆过渡圆弧角变化曲线，如图7.9所示。

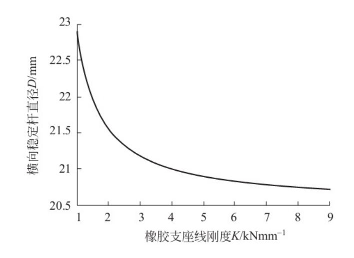


图7.8 横向稳定杆直径随橡胶衬套线刚度的变化曲线

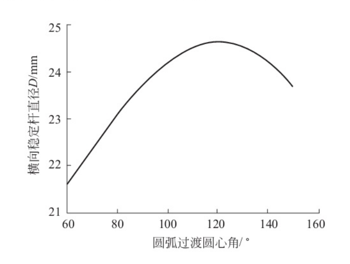


图7.9 横向稳定杆直径随过渡圆弧角的变化曲线

由图7.9可知，存在使稳定杆直径最大的圆弧过渡圆心角，为了减轻稳定杆重量并节约成本，故在稳定杆设计时，应该避免把圆弧过渡圆心角设计在此不利角度附近。

小 结

稳定杆是车辆悬架的组成部分，在车辆转弯时对车辆悬架的侧倾刚度具有重要影响，因此，悬架稳定杆对车辆转弯时的安全性和平顺性具有重要影响。本章对悬架稳定杆的安装结构、设计理论和方法进行了介绍，首先介绍了稳定杆安装结构，对稳定杆悬架橡胶轴套的变形进行了分析，即通过橡胶衬套及叠加力学模型，介绍了橡胶衬套径向变形求解和橡胶轴座的线性径向刚度的计算；对稳定杆端点的位移进行探讨，其中包括橡胶支座变形引起的稳定杆端点位移、稳定杆变形产生的端点位移、稳定杆端点的总位移及等效线性刚度的计算；然后，对横向稳定杆最佳刚度匹配进行分析，分别介绍了汽车侧倾模型、汽车侧倾刚度和稳定杆刚度匹配设计；并通过实例对稳定杆直径设计进行了介绍；最后，对稳定设计影响因素进行了分析。

第8章 空气悬架设计

8.1 空气悬架的研究发展状况、组成及分类

8.1.1 空气悬架的研究发展状况

1847年John Lewis发明了空气弹簧。就在Lewis发明空气弹簧的同一年《美国科学》创刊号上就提出了“Ride on Air”的概念。空气弹簧最早用作车辆悬架元件出现在1901年，是用作有轨电车悬架的减振元件。1908年GcorBancroft首次申报了将空气弹簧用在汽车悬架上的专利，直到1953年，Firestone公司发布了一个商业广告，宣称其与通用汽车公司合作Greyhound Lines的豪华大客车提供了空气弹簧悬架产品，这为空气弹簧悬架的发展插上了腾飞的翅膀。空气弹簧悬架理论研究方面的先者是Benjaminn Bell，他第一次提出了空气弹簧有效面积的概念，设计了一种挠膜式空气弹簧，在挠曲膜外设计了一个金属导向板，在空气的复原和压缩过程中，以此来控制空气弹簧有效面积的变化，针对空气弹簧的有效面积特性做了系列的试验研究。当空气弹簧得到商业上的推广以后，空气弹簧的控制理论方法成为研究的重点，福特汽车公司在Coniinental MarkVII车型上、丰田汽车公司Lexu车型上，成功地推出电子控制空气悬架系统(Electronically -Controlled Suspension)。该系统可以根据乘客数量或载重量、车速、路面状况等对空气弹簧刚度实现分级控制(一般是硬、中、软三级刚度控制)。进入20世纪90年代来，随着电子计算机技术和相关商业应用软件的不断成熟，空气弹簧悬架的模仿真研究凸现。Giuseppe Quaglia建立了空气弹簧悬架的仿真模型，对带附加气的空气弹簧悬架振动特性进行了计算机模拟研究，分析了空气弹簧的主要参数悬架振动特性的影响。TakuyaYuasa采用有限元方法对空气弹簧悬架进行了量化设计。

我国空气悬架的研究工作始于1957年，和当时的国际研究几乎同步。在郭孔辉院士的领导下当时的长春汽车研究所做了大量的试验工作，积累了一些经验。但我国

空气弹簧的研究工作却出现了断层，随后的一段时间几乎无人问津，直到了20世纪90年代左右才又有人开始研究空气弹簧悬架。随后的几年，交通部重庆公路科学研究所的丁良旭对空气悬架的性能进行了计算机模拟，拟合了空气弹簧的特性曲线，对空气弹簧特性有了一个概括的认识。铁道部四方车辆研究所的张广世用有限元的方法研究了空气弹簧的帘线角、帘线层数、帘线的弹性模量等参数对空气弹簧弹性特性的影响。

从20世纪90年代后期，国内的客车厂纷纷从国外选配空气悬架或带空气悬架的客车底盘，推动了空气悬架在我国的普及。选用的空气弹簧主要集中于Fireston和Contitech两家公司的产品，空气弹簧悬架系统供货商主要有Holly-Neway、SAF、BPW等，但对于空气弹簧悬架与整车的匹配主要依赖于国外厂商。近年来，国内许多科研院所和厂家也开始研制空气弹簧，如贵州前进橡胶有限公司、西安晨光橡胶制造厂、株洲时代新材料有限公司等已开始批量生产橡胶空气弹簧，并且已经开始和一些固定的汽车制造厂商进行匹配，说明空气弹簧的生产也出现了很好的发展趋势。

8.1.2 空气悬架的组成

空气悬架系统由如图8.1所示的压气机1、油水分离器2、调压阀3、储气筒4、高度控制阀6、控制连杆7、空气弹簧8、储气罐9、空气滤清器5、10和管路、导向传力杆、减振器、横向稳定器等部分组成。

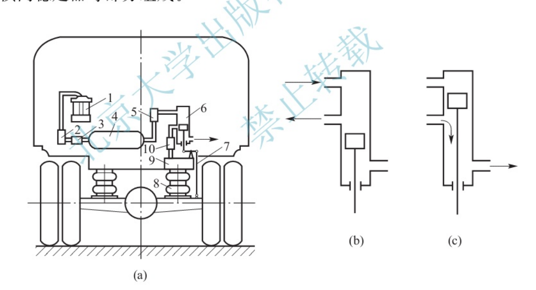


图8.1 空气悬架的组成

1—压气机；2—油水分离器；3—调压阀；4—储气筒；
5、10—空气滤清器；6—高度控制阀；7—控制连杆；
8—空气弹簧；9—储气罐

8.1.3 空气悬架的分类

空气弹簧是在含有帘布层结构的橡胶气囊内充入空气，并以空气为介质，利用空气可以压缩的特点来实现弹性作用的。根据气囊结构形式的不同，将空气弹簧分类如图8.2所示。

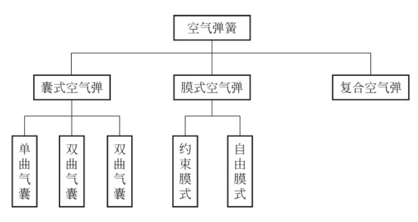


图 8.2　空气弹簧分类框图

8.2　空气悬架的工作原理及使用特点

8.2.1　空气悬架的工作原理

如图 8.1 所示，在发动机带动下，压气机产生的压缩空气经过油水分离器和调压阀进入储气筒。调压阀可使储气筒内的压缩空气保持一定的压力。需要时，压缩空气从储气筒出来，流入固定在车架(身)上的高度控制阀内。高度控制阀上有通气源的充气阀和通大气的放气阀，这两个阀由控制连杆控制。

当汽车载荷增加时，车架与车桥(轴)之间的距离缩短，然后通过控制连杆机构的作用，打开充气阀(图 8.1(b))，压缩空气流入空气弹簧的气囊使之压力增加，同时使车架(身)升高，直至充气阀关闭为止，此时车架(身)又恢复到载荷增加前的高度。汽车卸载时，车架与车桥(轴)之间的距离增大，此时通过控制连杆的作用打开放气阀(图 8.1(c))，使气囊内的气体排入大气，压力减小，直至车架(身)高度恢复到卸载前的位置为止。因此，装有空气弹簧悬架的汽车从空载到满载的各种载荷状态下均能保持车身高度不变。这有利于乘客上下车或装卸货物。

图 8.1 中的储气罐 9 通过管路与其他空气弹簧相通，用来保持相互联通的空气弹簧有相同的压力，以使车身处在水平状态。

8.2.2　使用特点

汽车采用空气悬架后，将带来如下使用特点：当多轴货车或挂车采用空气悬架时，在空载或部分承载工况下，能够进行单轴或多轴提升，这有利于减少提升轴和未提升桥上轮胎的磨损，同时增加驱动桥的附着力。当未提升桥过载的条件下，被提升的车轴能自动回位并参与承载。

车轴提升机构的工作原理如图 8.3 所示，提升机构安装在车架的中部，需要提升车轴 3 时，向提升气囊 6 充气，使囊内压力升高，并对提升臂 5 的左端施压，在提升臂绕中间支点转动的同时，其右端向上升并顶起车轴 3，于是轴上车轮离开路面一段距离 h，如图 8.4 所示。

此外，通过对气囊充气或放气可以变换车身高度。在汽车通过坏路面时，要求升起车身以便提高汽车的通过性；在平坦的好路面上行驶，又希望降低车身高度，以获得低的质

心高度和较好的行驶稳定性以及减少空气阻力。

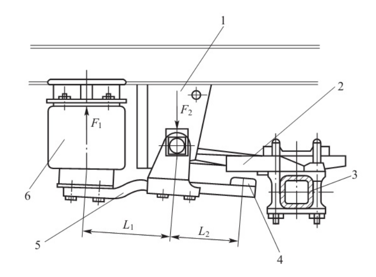


图 8.3 提升机构工作原理简图

1—提升支承架；2—车轴支架；3—车轴；
4—橡胶缓冲块；5—提升臂；6—提升气囊

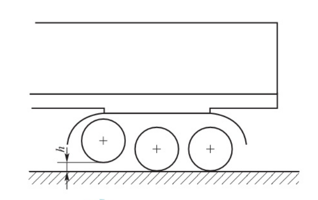


图 8.4 提升后车轴离开路面示意图

采用空气弹簧以后，在汽车左、右侧的簧上质量不均匀时，通过高度控制阀的作用，可以保证整车车身处于水平状态。在汽车高速转弯的行驶条件下，与采用钢板弹簧悬架的汽车比较，采用空气弹簧悬架的汽车车身侧倾角明显减小。

汽车行驶在路上，车轮对路面作用有冲击力，车速越高冲击力越大。在垂直、纵向和横向力的综合作用下，形成对路面的剪切力，使路面形成凸包、波浪等而损坏。总质量越大的汽车，对高速公路破坏的程度越严重，这也是造成高速公路损坏的主要原因之一。装有空气悬架的汽车，因空气悬架的刚度低，所以车轮对路面作用的动载荷要小，这就使路面受到的破坏程度得以减轻。

8.2.3 空气弹簧的特点

空气弹簧有比较理想的非线性弹性特性。如图 8.5 所示为理想的非线性弹性特性简图。在相同的载荷(如 F_1)作用下，空气弹簧的静挠度 δ_1 比钢板弹簧的静挠度 δ'_1 大很多，因而可以获得较低的振动频率，提高汽车的行驶平顺性。只要合理地选取设计参数，就可以做到在满载载荷附近使用时，空气弹簧的弹性特性曲线平缓、变化小、刚度比较低；而在冲击载荷作用下，弹性特性曲线又呈徒直状态变化，说明刚度增大，能减少悬架的变形量，即减小了悬架动挠度和减少了碰撞车架的机会，改善了乘坐舒适性。

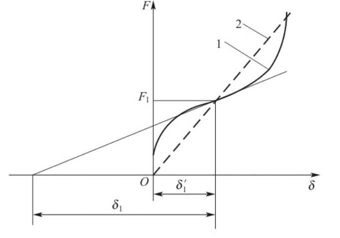
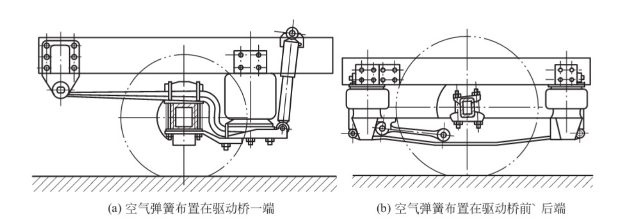


图 8.5 空气弹簧的非线性弹性特性

1—空气弹簧的弹性特性；
2—钢板弹簧的弹性特性

因为空气弹簧的单位质量储能量比较大，所以空气弹簧本身的质量比较轻，因而簧下质量小。又因为气囊内空气介质的内摩擦小，



(a) 空气弹簧布置在驱动桥一端　　(b) 空气弹簧布置在驱动桥前`后端

图 8.7　空气弹簧在驱动桥上的布置

作用。这种方案的结构虽然简单，但是为了满足强度要求，钢板弹簧的刚度不能过低。因此，要获得理想的悬架弹性特性比较困难。如果将钢板弹簧传递的力或力矩分散给推力杆一部分，则钢板弹簧的刚度可以低些。

大客车采用空气弹簧的悬架布置情况如图 8.8 所示。

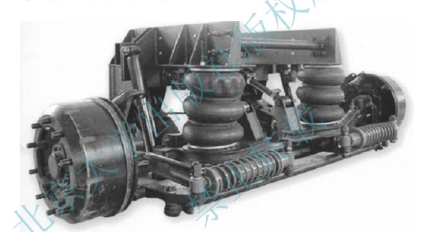


图 8.8　大客空气弹簧悬架的布置图

8.4　高度控制阀

8.4.1　高度控制阀的分类

高度控制阀的分类如图 8.9 所示。

无阻尼高度控制阀能保证车身高度不随汽车载荷变化而变化，但当车桥(轴)与车身之间存在很小的相对位移时，也会使高度控制阀产生充气或排气动作，这既浪费了压缩空气又增加了阀的磨损，排气时还伴有噪声。

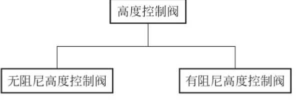


图 8.9　高度控制阀的分类

有阻尼高度控制阀又称为延时型高度控制阀，它能保证车身高度不随载荷变化而变化，同时也能避免汽车在使用中因冲击作用而引发

的充气、排气现象，这就减少了气体消耗和阀的磨损，延长了高度控制阀的使用寿命，也减少了排气噪声。

8.4.2 高度控制阀的工作原理

无阻尼高度控制阀的工作位置可分为中立、充气和排气 3 种。

(1) 中立位置。在此位置上，来自储气筒的气体不能经高度控制阀进入空气弹簧的气囊，而气囊内的气体也不会排放到大气中去。这是一种平衡状态，如图 8.10(a) 所示。

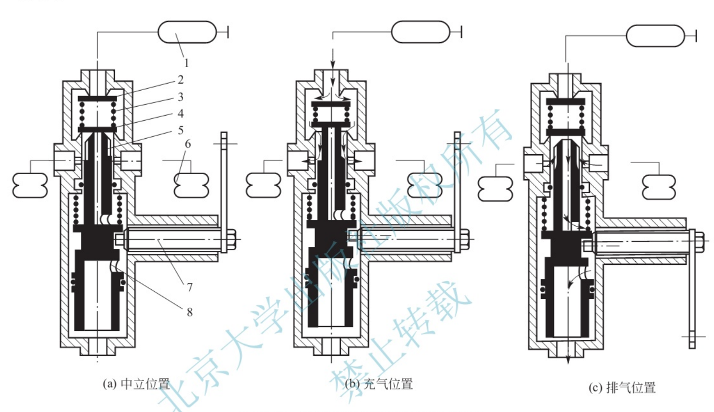


图 8.10 高度控制阀的 3 种工作状态

1—储气筒；2—上进气阀；3—弹簧；4—下进气阀；5—中空推杆；6—气囊；7—控制臂轴；8—通孔

此刻，在预压缩弹簧 3 的作用下，上进气阀 2 与下进气阀 4 分别封堵住阀体上端的进气口和通往空气弹簧气囊的通道孔口。此时，储气筒内的气体进不到高度控制阀和气囊内。与此同时，固定在活塞上端的中空推杆 5 的顶部，在与控制臂轴 7 做成一体但又与控制臂轴的轴线偏心的偏心轴作用下，与下进气阀 4 保持封堵状态，使气囊内气体不会经此处流出。因此，这种状态是一种稳定平衡状态。

(2) 充气位置。如图 8.10(b)所示，汽车增加载荷时，车架(身)与车桥之间的距离减少，经与控制臂轴 7 右端连接在一起的控制臂作用，使控制臂轴转动，同时带动它前端的偏心轴旋转，并推动活塞和中空推杆 5 向上移动，直至顶开下进气阀 4。与此同时，高压气体推开上进气阀 2。此后，来自储气筒的高压气体，经过阀、中空推杆与壳体之间的间隙进入气囊，使之压力升高，随后抬起车身至原来的高度为止，并恢复到原来的中立位置。上述过程称为充气过程，而高度控制阀内各件所处位置为充气位置。

(3) 排气位置。如图 8.10(c)所示，汽车减载时，车架(身)与车桥之间的距离增长，经控制臂的作用，控制臂轴 7 的转动方向使活塞及中空推杆向下方移动，直至中空推杆 5

的上部端面离开下进气阀 4 为止。因此，下进气阀 4 关闭，而气囊中的气体得以回流，经中空推杆中间的气道进入高度控制阀下部排入大气，如图 8.10(c)中箭头所示，结果气囊内的气体压力减少，并伴随有车身高度下降，直至恢复到原来的高度位置为止。上述过程称为排气过程，此刻各件所在位置为排气位置。

其中，如图 8.11(a)和(b)所示为目前常用的高度控制阀结构。

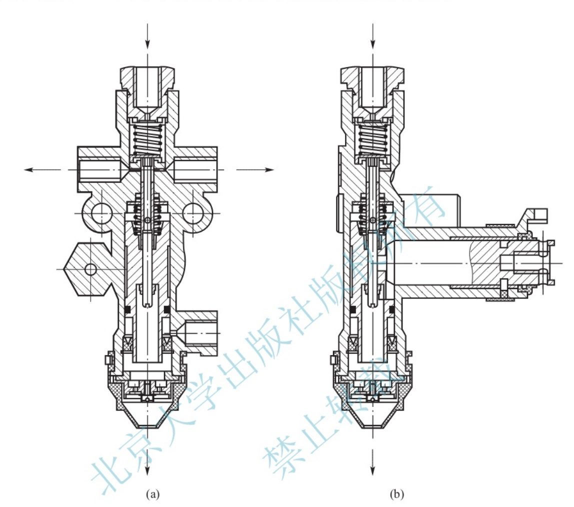


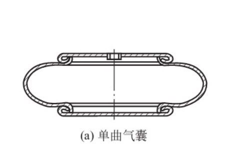
图 8.11 高度控制阀结构

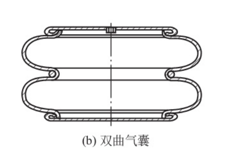
8.5 囊式、膜式、复合式空气弹簧

8.5.1 囊式空气弹簧

以橡胶囊为主要元件的囊式空气弹簧，在用来承受内压张力的钢质腰环分割下，气囊被分为不同的节数，并据此分为单曲、双曲和多曲气囊 3 种，如图 8.12 所示。囊式空气弹簧结构比较简单，制造容易，因此成本低；又因为工作时橡胶膜的曲率变化小，所以使用寿命长。

囊式空气弹簧的刚度与气囊的气室容积、气体压力和气囊的曲数有关。增加气室容积能够降低刚度。在气室容积相同的条件下，气囊曲数越多弹簧刚度越低；而过多的气囊曲数，又使得弹簧的横向稳定性变坏。因此，多数情况下采用双曲气囊。囊式空气弹簧的刚


(a) 单曲气囊


(b) 双曲气囊

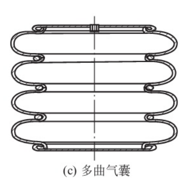

(c) 多曲气囊

图 8.12　囊式空气弹簧

度比膜式空气弹簧的要高。

现有的曲囊式空气弹簧的端部结构，根据联接方式可以分为三大类：一类为固定式法兰联接型，空气弹簧的两端边缘尺寸和曲囊最大外径相等或略小一些，钻若干个孔后用法兰环和端板紧固联接；另一类为活套式法兰联接型，空气弹簧的两端边缘尺寸比曲囊最大外径小得多，无须钻孔，用一个特制的法兰环和一个普通端板紧固联接；第三类为自密封型，不用法兰联接，压入端板，充入压缩空气则自行密封。

8.5.2　膜式空气弹簧

根据橡胶气囊止口与接口的连接方式不同，膜式空气弹簧又有约束膜式和自由膜式两种，如图 8.13 所示。自由膜式空气弹簧则采用气囊内压力自封，如图 8.13(a)、(b)所示；而约束膜式空气弹簧一般用螺栓夹紧密封，如图 8.13(c)所示。

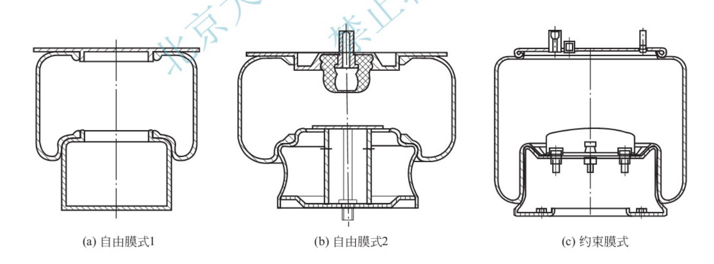

(a) 自由膜式1　　(b) 自由膜式2　　(c) 约束膜式

图 8.13　膜式空气弹簧

如图 8.13 所示，膜式空气弹簧是由盖板和深拉钢板或铸钢制成的底座，并在它们之间安放圆柱形橡胶气囊构成的。通过气囊的挠曲变形实现整体伸缩。改变气囊长度，可增加空气弹簧的工作行程。底座表面经镀铬处理，可减小摩擦。虽然膜式空气弹簧不如囊式的使用寿命长，而且在相同的尺寸及空气压力的作用下承载能力也小，但是膜式空气弹簧的刚度低，并且可以通过改变底座形状的方法控制有效面积变化率来获得较为理想的弹性特性。

8.5.3 复合式空气弹簧

如图 8.14 所示，复合式空气弹簧的结构介于囊式与膜式之间，并具有膜式空气弹簧刚度较低的特点。复合式空气弹簧制造复杂，成本略高。

空气弹簧气囊工作环境恶劣，不仅压力、温度不断变化，而且容易受到酸碱物质的侵蚀。因此，要求气囊能适应－40～＋70℃的温度变化，并能抗磷化物质、酸碱溶剂和臭氧等的侵蚀。要求在 24 小时内压降不超过 0.02MPa。

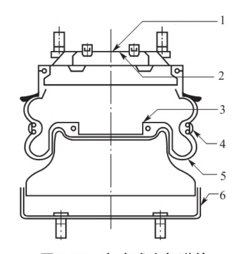


图 8.14 复合式空气弹簧

1—上盖；2—夹持件；3—限位块；4—中间环；5—橡胶气囊；6—活塞

8.6 空气弹簧的刚度及固有频率

8.6.1 空气弹簧的垂直刚度

在空气弹簧内充满气体，同时在空气弹簧上作用有载荷 F，空气弹簧的绝对压力为 p，则

$$F=(p-p_a)A \tag{8-1}$$

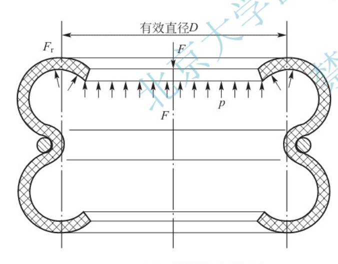


图 8.15 空气弹簧的有效直径

式中，p 为静平衡位置时气囊内气体的绝对压力(N/mm²)；p_a 大气压，通常取 0.1N/mm²；A 为空气弹簧的有效面积(mm²)，随空气弹簧高度而变化，$A=D^2/4$；D 为空气弹簧的有效直径(mm)，如图 8.15 所示。

当气囊外加垂直载荷发生变化，并引起气囊的高度发生变化时(即空气弹簧被压缩或拉伸)，气囊内的容积和压力也发生变化，其变化规律可由气体状态方程确定，即

$$p=p_0\left(\frac{V_0}{V}\right)^K \tag{8-2}$$

式中，P、V 分别为气囊处于任意位置时，内部气体的绝对压力和容积；P_0、V_0 分别为气囊处于静平衡位置时，内部气体的绝对压力和容积；K 为多变指数，汽车振动缓慢或在试验室作静态试验时，气体状态变化接近等温过程，取 $K=1.00$，当汽车振动激烈时，气体状态变化接近绝热过程，取 $K=1.40$，一般情况下 $K=1.33$。

将式(8－2)代入式(8－1)可得

$$F=\left(p_0\frac{V_0^K}{V^K}-p_a\right)A \tag{8-3}$$

将垂直载荷 F 对垂直位移 δ 求导数，即可求得空气弹簧的垂直刚度 k_t(N/mm)。即

$$k_t=\frac{dF}{d\delta}=\left(\frac{p_0V_0^K}{V^K}-p_a\right)\frac{dA}{d\delta}-AK\frac{p_0V_0^K}{V^{K+1}}\frac{dV}{d\delta} \tag{8-4}$$

8.6.2 空气弹簧的平衡位置刚度

因空气弹簧压缩时容积缩小，故 $dV/d\delta$ 为负，即 $dV/d\delta=-A$。在静平衡位置时，$\delta=0$，$V=V_0$，$p=p_0$。代入式(8-4)，即得到静平衡位置时的刚度 k_{t0} 的表达式为

$$k_{t0}=(p_0-p_a)\frac{dA}{d\delta}+Kp_0\frac{A_0^2}{V_0} \tag{8-5}$$

式中，$d\delta$ 为空气弹簧在轴线方向的微小变形量(mm)；$dA/d\delta$ 为有效面积变化率；A_0 为空气弹簧在静平衡位置时的有效面积。

分析上式可知以下结论。

(1) 气囊内部的初始压力 p_0 越大，则气囊的刚度就越大，初始压力 p_0 越小，则气囊的刚度就越小。

(2) 气囊变形时有效面积变化率 $dA/d\delta$ 对空气弹簧的刚度 k_t 有决定性的影响。气囊的有效面积变化率 $dA/d\delta$ 越大，空气弹簧的刚度就越大；气囊的有效面积变化率 $dA/d\delta$ 越小，空气弹簧的刚度就越小。影响有效面积变化率 $dA/d\delta$ 的因素很多，如橡胶气囊的几何形状、内部压力、两端连接形状和帘线角等。

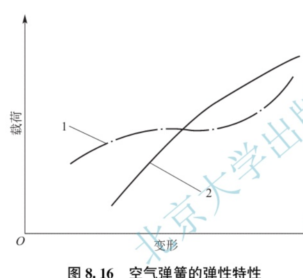


图 8.16 空气弹簧的弹性特性

1—膜式；2—囊式

(3) 气囊内部的初始容积 V_0 越大，则气囊的刚度就越低。可以通过连接附加气室来降低空气弹簧的刚度，但是将增加空气弹簧系统整体的尺寸和质量。

空气弹簧有比较理想的弹性特性。图 8.16 为在给定 p_0 和 K 条件下，由试验得到的囊式(膜式)空气弹簧的弹性特性曲线。

8.6.3 空气弹簧的动、静刚度

气囊的刚度与多变指数 K 有关，故空气弹簧的静态过程和动态过程是不一样的，其刚度有静刚度 k_{t0s} 和动刚度 k_{t0d} 之分。

设 $(p_0-p_a)\frac{dA}{d\delta}=\Phi$，$p_0\frac{A^2}{V_0}=\Omega$，根据式(8-5)，则动态刚度和静刚度可分别表示为

$$k_{t0d}=\Phi+K\Omega \tag{8-6}$$

$$k_{t0s}=\Phi+\Omega \tag{8-7}$$

如果假定动、静刚度的比值用 β 来表示，则空气弹簧的 β 可表示为

$$\beta=\frac{\Phi+K\Omega}{\Phi+\Omega} \tag{8-8}$$

可知动、静刚度比值 β 不仅与多变指数 K 有关，亦与空气弹簧的结构参数有关。

上式分子和分母同除以 Ω，可得

$$\beta=\frac{\Phi/\Omega+K}{\Phi/\Omega+1} \tag{8-9}$$

令 $\Phi/\Omega=\gamma$，则上式可表示为

$$\beta=\frac{\gamma+K}{\gamma+1} \tag{8-10}$$

式中，$\gamma=\dfrac{\Phi}{\Omega}=\dfrac{(p_0-p_a)V_0}{A^2 p_0}\dfrac{dA}{d\delta}$。

可知：当 $dA/d\delta>0$ 时，则 $\gamma>0$，此时 $\beta<K$，且 γ 越大，则 β 愈小；当 $dA/d\delta<0$ 时，则 $\gamma<0$，此时 $\beta>K$，并且当 $|\gamma|$ 增加时，β 将急剧增加。由此可见，当 $dA/d\delta<0$ 时，即空气弹簧在压缩时有效面积减小，应用此方法可减小空气弹簧的刚度，但要注意，如果根据汽车运动平稳性要求的条件来选择动刚度，则静刚度可能会变得很小，导致空气弹簧不稳定。

空气悬架系统中一般采用车身高度控制阀，所以在各种载荷下空气弹簧的有效面积 A 及其导数 $dA/d\delta$ 大致相同。设 $dA/d\delta=aA_0$，则由式(8-5)可得

$$k_{t0}=a(p_0-p_a)A_0+Kp_0\frac{A_0^2}{V_0} \tag{8-11}$$

由上式可知，当载荷 F 增加时，空气弹簧的刚度 k_{t0} 并不是随之成正比地增加，而是稍稍低些。

因此，在假设空气弹簧在变形前后，其橡胶囊在经线方向的断面保持圆弧，而且断面的弧长保持不变的条件下，分别求得了囊式空气弹簧和自由膜式空气弹簧的垂向刚度与气囊几何参数之间的关系。

8.6.4 空气弹簧的固有频率

根据空气弹簧在静平衡位置时的刚度 k_{t0}，可得静平衡位置时空气弹簧的振动频率 f_0(Hz)为

$$f_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{A}\frac{dA}{d\delta}+\frac{p_0KgA_0}{(p_0-p_a)V_0}} \tag{8-12}$$

式中，g 为重力加速度(mm/s^2)。

分析上式可知以下结论。

(1) 振动频率与气囊的初始充气压力 p_0 有关，p_0 越高，固有频率 f_0 越低，但是当初始充气压力很高时，对固有频率的影响不是很明显。

(2) 振动频率与气囊的有效面积变化率 $dA/d\delta$ 有关，$dA/d\delta$ 越大，固有频率 f_0 越高，$dA/d\delta$ 越小，固有频率 f_0 越低。一般囊式空气弹簧的有效直径变化率为 0.35～0.4，膜式空气弹簧的有效直径变化率为 0.1～0.2，即膜式空气弹簧比囊式空气弹簧具有更低的刚度和频率。

(3) 振动频率与气囊的容积有关，适当增大附加气室初始容积 V_0，可使固有频率值下降，但是过大的附加气室对降低悬架的频率效果不明显，一般附加气室的容积不超过气囊容积的 3 倍。

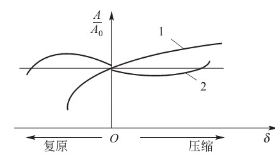


图 8.17 A/A_0 与 δ 之间关系曲线

1—囊式空气弹簧；2—膜式空气弹簧

图 8.17 为囊式和膜式空气弹簧的瞬时有效面积 A 与静平衡位置时的有效面积 A_0 的比值和空气弹簧垂直位移 δ 之间的变化曲线。

由图 8.17 曲线可以看出，囊式空气弹簧在压

缩时橡胶气囊的有效面积增大，复原时有效面积减小；膜式空气弹簧在压缩时橡胶气囊的有效面积先减小后增大，复原时有效面积先增大后减小。

8.7　空气弹簧的阻尼特性

配置有附加气室的空气弹簧，在空气弹簧和附加气室之间设置了一个节流孔。当空气弹簧发生变形时，两者之间将产生压力差。空气弹簧在静态变形(或缓慢变形)过程中，其压力差不大，但是在振动或快速变形的过程中，其压力差较大。空气流过节流孔时，由于阻力而吸收一部分振动能量，因而具有减振作用。下面分析在节流孔的阻尼作用下空气弹簧的阻尼特性。

根据流体力学知识，节流孔的流量特性可以近似的表示为

$$\frac{dq}{dt}=c_0 a_0\sqrt{\frac{2\left[dp_1-dp_2\right]}{\rho}} \tag{8-13}$$

式中，c_0为节流系数；a_0为节流孔的面积；ρ为空气密度，在常温下ρ与空气绝对压力有关，$\rho=12p/g(\mathrm{kg/m^3})$；$q$为通过节流孔的空气重量。$dp_1$、$dp_2$分别为空气弹簧和附加气室内压力的变化量。

由式(8-13)可知，空气的流量和压力差存在着非线性关系。为了便于分析，将此非线性特性近似简化为线性特性。假设节流孔的流量特性为

$$\frac{dq}{dt}=R_0(dp_1-dp_2) \tag{8-14}$$

式中，R_0为流量系数。

实际应用中，节流孔的直径d_0和流量阻尼系数R_0之间有如下近似关系

$$R_0=12.6d_0^{-3} \tag{8-15}$$

在标准状态下，空气弹簧和附加气室的多变过程，可表示为

$$pV_1^K=(p+dp_1)\left(V_1-dV+\frac{q}{\rho g}\right)^K \tag{8-16}$$

$$pV_2^K=(p+dp_2)\left(V_2-\frac{q}{\rho g}\right)^K \tag{8-17}$$

对于微小变形，将方程式(8-16)和式(8-17)展开成级数，并略去二阶以上微量，可得

$$V_1\rho g dp_1+Kpq=kp\rho g dV \tag{8-18}$$

$$V_1\rho g dp_2-Kpq=0 \tag{8-19}$$

当空气弹簧的有效面积A相对变形δ的变化率$dA/d\delta$不大时，空气弹簧容积的变化量dV可以近似地认为

$$dV=A\delta \tag{8-20}$$

在标准状态下空气弹簧的变形为δ，空气弹簧上产生的弹簧力F可表示为

$$F=pA+(p-p_a)\delta\frac{A}{d\delta} \tag{8-21}$$

由式(8-18)～式(8-21)可得

$$F=(p-p_a)A+Kp\left(\frac{A^2}{V_1}\right)\delta+p\left(\frac{dA}{d\delta}\right)\delta-A\left(\frac{V_2}{V_1}\right)dp_2 \tag{8-22}$$

$$A_0R_0=\frac{V_2\rho g}{Kp}\left(\frac{d(dp_2)}{dt}\right)+A\left(1+\frac{V_2}{V_1}\right)dp_2=Kp\left(\frac{A^2}{V_1}\right)\delta \tag{8-23}$$

若令 $k=A\left(\frac{A}{k_Vk_1}\right)dp_2$、$k_1=Kp\left(\frac{A^2}{V_1}\right)\delta$、$k_2=p\frac{dA}{d\delta}$、$C_1=R_0\rho gA^2$、$k_V=\frac{V_2}{V_1}$、$F'=(p-p_a)A$，则上式可写为

$$F=F'+k_2\delta+k_1(\delta-Y) \tag{8-24}$$

$$C_1\dot{Y}+k_Vk_1Y=k_1(\delta-Y) \tag{8-25}$$

式(8-24)的关系可以用图8.18所示的等效图加以表示。说明带节流孔的空气弹簧相当于一个弹性支承的减振系统，即容积为 V_2、有效面积为 A 的空气弹簧和阻尼系数为 $C_1=R_0\rho gA^2$ 的减振器并联，又与容积为 V_1、有效面积为 A 的空气弹簧串联，再与和有效面积变化率有关的弹簧并联。

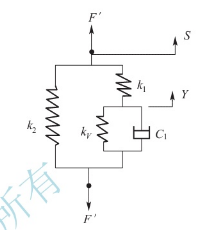


图8.18 有阻尼空气弹簧等效力学模型

8.8 空气弹簧悬架的特性试验与分析

8.8.1 空气弹簧悬架的试验原理

空气弹簧试验主要包括静态刚度特性、动态刚度特性试验和阻尼特性试验，空气弹簧的静态特性一般用力—位移试验法直接测量，其动态特性在正弦激励情况下测得试验数据，经过数据处理后得出动刚度特性曲线，其阻尼特性采用共振法进行测量。

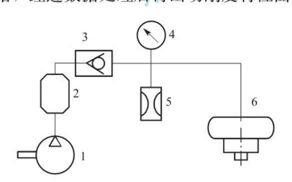


图8.19 空气弹簧悬架供气线路

1—空气压缩机；2—油水分离器；3—单向阀；4—压力表；5—球阀开关；6—空气弹簧

试验前首先设计了气路系统，如图8.19所示，并做气路系统的气密性检验。

空气弹簧的静、动态试验可利用车辆悬架液压伺服全自动性能试验机进行。设计卡具将空气弹簧固定在悬架性能试验机上，即空气弹簧的上盖固定在试验机上的卡头，其底座通过连接卡具与下卡头相连，作动器与下夹头相连，作动器上安装有位移传感器和拉压力传感器，分别用于测量作动器的位移信号和测量空气弹簧悬架的非线性恢复力。

8.8.2 空气弹簧悬架的静特性试验

(1) 将空气悬架安装在试验机上，打开压缩机并通过调压阀向空气弹簧冲少量空气，确定橡胶气囊不漏气后，缓慢提升作动器，将空气弹簧悬架提升到标准高度(290mm±0.5mm)，并打开阀门开关向气囊充气，压缩空气通过调压阀冲入空气弹簧，当空气压力

达到设定压力(0.3MPa)数值时，关闭压缩机。分别测取在给定空气充气压力下，空气悬架的位移和载荷。

(2) 作动器以10mm/min的速度缓慢上升，压缩空气弹簧悬架到其一定位置(385mm±0.5mm)，并停留1分钟；作动器再以同样的速度缓慢压缩空气弹簧悬架到一定位置(205mm±0.5mm)，同样停留1分钟；作动器再以同样的速度缓慢压缩空气弹簧悬架到其标准工作高度(290mm±0.5mm)。在此过程中，利用位移传感器、力传感器和气体压力表同步记录位移值、载荷值和压力值，得到空气弹簧悬架的静特性。

(3) 分别改变空气弹簧悬架内压力0.4MPa和0.5MPa，再重复上述步骤，得到空气弹簧悬架在不同压力下的静特性。例如，在不同初始压力下，某空气弹簧悬架的静特性曲线如图8.20所示。

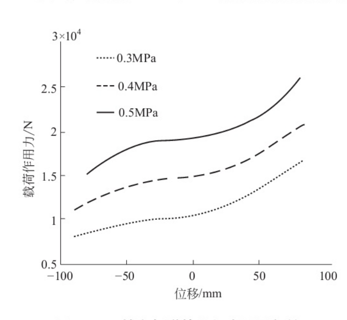


图8.20　某空气弹簧悬架在不同初始压力下的静特性曲线

8.8.3　空气弹簧悬架的动特性试验

先向空气弹簧悬架充入少量气体，确定橡胶气囊不漏气后，缓慢提升作动器，将空气弹簧悬架调整到标准高度(空气弹簧悬架为290mm±0.5mm)，并向气囊充气，压缩空气通过调压阀冲入空气弹簧，空气压力达到一定的设定值(0.3MPa、0.4MPa和0.5MPa)情况下，施加一定幅值(或一定频率)的正弦信号激励。利用试验测得数据并经过数据处理，得到空气弹簧的动态特性。例如，对某空气弹簧分别进行给定激励幅值不同频率、给定频率不同激励幅值下的动态特性试验。

(1) 固定激励幅值(3mm)，对空气弹簧分别施加频率从0.3～5Hz的激励，记录空气弹簧悬架的位移、载荷和空气压力值，作出不同频率下的弹性特性曲线。

(2) 依次改变激励幅值分别为5mm、10mm、20mm、30mm、40mm和45mm，重复步骤(1)。

(3) 固定激励频率为0.3Hz，激励幅值在2mm、5mm、10mm、20mm、30mm、40mm和45mm变化，记录空气弹簧悬架的位移值、载荷值和空气压力值，作出不同频率下的弹性特性曲线。

(4) 改变激励频率为0.5Hz、1Hz、2Hz、3Hz、4Hz和5Hz，重复步骤(3)。

8.8.4　空气弹簧悬架的动特性分析

1. 动态刚度分析

空气弹簧的理论刚度参考式(8-6)和式(8-7)，下面将根据《振动与冲击隔离器性能测试方法》国家标准，通过试验数据，分析空气弹簧在动态振动过程中位移零点的动刚度。在空气弹簧的动态特性试验中，分别以一定振幅、一定频率加载做若干次循环，

取 3～5 个循环的载荷—位移曲线进行平均，如图 8.21 所示。

空气弹簧的静、动态特性的变化趋势是相同的，只是在同等内压力情况下，其曲线的斜率不同，比较动、静态特性曲线，静态特性曲线较平缓，而动态特性曲线比静态特性曲线更陡一些。其载荷响应基本符合位移的 3 次函数，即

$$F=F'+k_1x+k_fx^2+k_{ff}x^3 \tag{8-26}$$

膜式空气弹簧动态载荷作用的力—位移曲线如图 8.22 所示。

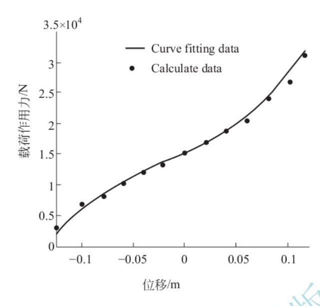


图 8.21　空气弹簧动态特性曲线

图 8.22　空气弹簧动态力—位移曲线

根据图 8.22，当位移为最大值时速度为零，动刚度可表示为

$$k_{td}=\frac{B_F}{A_x} \tag{8-27}$$

式中，A_x 为最大位移在迟滞回归线上的双幅值(mm)；B_F 为与最大位移所对应的传递力在迟滞回归线上的双幅值(kN)。

例如，某空气弹簧在不同激励频率下的动态刚度特性曲线如图 8.23 所示。动态刚度随内压变化的曲线如图 8.24 所示。

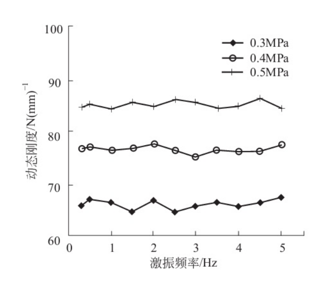


图 8.23　空气弹簧刚度随激振频率变化的曲线

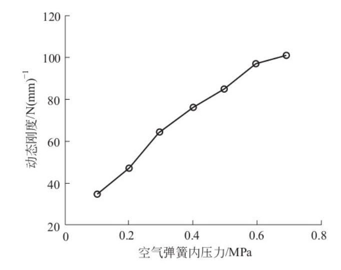


图 8.24　空气弹簧刚度随内压变化曲线

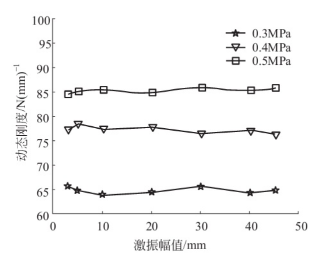


图 8.25　空气弹簧刚度随激振幅值变化的曲线

某空气弹簧在不同激励幅值情况下的动态刚度特性曲线如图 8.25 所示。

2. 动态阻尼分析

空气悬架系统的阻尼比可表示为

$$\xi=\frac{\eta}{2\lambda}=\frac{C_F}{2\lambda B_F} \tag{8-28}$$

式中，ξ 为空气悬架系统的阻尼比；η 为耗散因子；λ 为频率比；C_F 为位移达到零时传递力在迟滞回归线上的双幅值(kN)。

根据上式所计算得到的空气弹簧悬架的阻尼比，可得到空气悬架系统的阻尼系数 c 为

$$c=4\pi f_0 m_u \xi \tag{8-29}$$

式中，f_0 为悬架系统的固有频率；m_u 为单轮悬架的簧上质量。

小　　结

空气悬架是车辆悬架的一种，由于其理想的非线性弹性特性和良好的乘坐舒适性以及刚度和高度可调节特性，引起了国内外车辆悬架研究人员的高度重视，在高级豪华客车中得到了普遍应用。本章首先分别介绍了空气悬架的研究发展状况、组成及分类，介绍了空气悬架的工作原理及使用特点，介绍了空气弹簧的布置；介绍了空气悬架高度控制阀分类和工作原理；介绍了囊式、膜式、复合式空气弹簧的结构和特点；介绍了空气弹簧的刚度及固有频率，即空气弹簧的垂直刚度、空气弹簧的平衡位置刚度、空气弹簧的动刚度和静刚度，以及空气弹簧的固有频率；介绍了空气弹簧的阻尼特性；最后介绍了空气弹簧的悬架特性试验与分析，其中包括空气弹簧悬架试验原理、空气弹簧悬架静特性试验、空气弹簧悬架动特性试验和空气弹簧悬架动特性分析。

第9章 油气悬架设计

9.1 油气悬架的发展和研究状况

9.1.1 油气悬架的发展状况

油气弹簧(Hydro－Pneumatic Spring)是油气悬架的核心部件，是利用气体的压缩来储存能量的弹性元件，是在膜式空气弹簧的基础上发展出来的。它采用金属容器作为气室，以惰性的氮气作为弹性元件，并在活塞和气体之间有油液作为中间介质。1952年，法国雪铁龙(Citroën)公司制造出了世界上第一辆安装有油气悬架的汽车。到1955年油气悬架已经大量地应用到DS19赛车系列上了。由于安装有油气悬架的汽车可以保证最小离地间隙不随载荷的变化而变化，不同载荷下的振动频率不变以及在一定程度上可以减小俯仰角振动和侧倾振动等特点。在20世纪七八十年代，美、德、法、日等国也先后开发了一些油气悬架产品，并应用于不同种类的车型中。随着液压技术的发展，油气悬架的非线性刚度特性和良好的减振性能得到了很好的改善，使其在车辆上的应用也越来越广泛。在军用车辆方面有美国的AA7VA1两栖装甲战车、法国的AMX-10RC轮式运兵车、瑞士Piranha轮式坦克等；在工程及矿业车辆上有德国Liebberr公司的CXP系列和美国Grove公司的全路面起重机、日本Hitachi公司的轮式挖掘机、美国Caterpillar公司的TS-24B自行铲运车和瑞典Volvo公司的VME R190型矿用自卸车等；在赛车及轿车方面有法国雪铁龙公司的Xantia系列轿车以及DS19和ID-19型赛车，并且在一些特种车辆如导弹运输车、火箭发射车、卫星运输车上也有应用。随着控制技术的发展，油气悬架也逐步向着有源主动及半主动悬架方向发展，其中有源油气悬架以法国雪铁龙公司研制的油气悬架控制系统为代表。

自1989年至今，法国雪铁龙公司相继研制了3代油气悬架系统样机，并有产品在高级车型上应用。第一代主动油气悬架在被动悬架系统基础上，在左右两侧油气弹簧之间增加了一个悬架控制模块，控制模块由刚度调节器和两个阻尼元件构成，并且前、后悬架液



压油路共用一个电磁阀进行控制。通过控制电磁阀的开断从而实现刚度调节器内的油液与左右两侧的油气弹簧液压缸连通与断开，进而实现“软”、“硬”两种工作模式。在国内，油气悬架还处于研究阶段，其产品性能与国外同类型产品相比，还存在较大差距，国内技术的发展还有很多问题需要解决。

9.1.2 油气悬架的研究状况

1. 国外研究现状

国内外学者在对油气悬架系统进行开发的过程中，对其结构形式及性能进行了大量的理论分析和试验研究，取得了很多成果。目前已经发展到主动悬架的初步应用阶段，开发了一些采用主动油气悬架控制的产品，应用范围也大为拓宽。当前对油气悬架的研究主要集中在以下几个方面。

1) 建立新型合理的油气悬架的数学模型

主要的研究思路是把具有非线性特性的弹性元件如悬架油缸和对非线性的影响因素如油液、高压空气的压缩膨胀、非线性阻尼、刚度特性纳入到数学模型中，使得理论悬架系统符合实际，成为非线性系统。

目前建立数学模型的方式可以分为参数化和非参数化。由于参数化建模方法建立的模型能比较精确地描述其内部工作状态，每个参数都有明确的物理意义，适合于油气悬架液压缸自身特性的研究，故参数化的设计方式较非参数化设计具有一定的优势。20 世纪 90 年代开始，Kwangjin Lee 和 Concordia 大学的研究人员先后建立了单筒单气室油气悬架缸的参数化计算模型和油气悬架缸的非线性模型，采用基于能量的频率相关等效线性化技术，建立了油气悬架缸的等效线性参数化模型，利用参数化分析技术确定了影响油气悬架系统性能的主要因素，并通过参数的优化设计来改进系统的性能。MDI 公司开发的专业机械动力学软件 ADAMS，为非线性和参数化设计提供了一个很好的平台，使数学模型的建立更加方便和可靠。

但是由于非线性系统结构十分复杂，各种分析方法和识别方法有各自的特点和局限性，国外学者建议把参数化和非参数化建模方法结合起来对油气悬架液压缸进行准参数化建模研究，如可以用实测的阀孔孔口压差流量的关系来描述油气悬架液压缸内部孔口出流系数，而其他部分是基于有关物理定律建立的参数化模型，这样就大大简化了建模的复杂性，减少了非线性模型计算的误差。

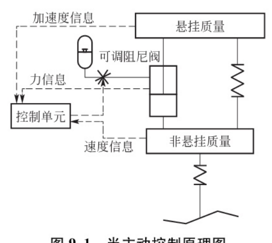


图 9.1　半主动控制原理图

2) 新型结构形式的油气悬架的开发和主动控制策略的研究

新型结构形式的油气悬架的开发，主要是对半主动和主动油气悬架的开发应用。利用油气悬架的阻尼相对刚度易调的优势，调节阻尼实现悬架的半主动控制和主动控制。图 9.1 所示为半主动控制的原理图，控制单元对各类传感器采集来的信号进行处理，再通过调节阻尼阀口大小，改变油缸和蓄能器之间的阻尼力，实现悬架输出力半主动控制。主动悬架则需要另加动力元件如液压油泵等，油液通过伺服阀再进入液

压缸，实时控制悬架输出力。

在主动控制策略研究方面，主要有最优控制理论方法、自适应控制方法、基于神经网络的控制方法和模糊控制方法等。但是基于这些控制策略而设计的主动悬架，普遍成本高、可靠性差，目前仅用于高档轿车、赛车及重要的载重车辆上。因此，当前的研究重点是如何降低成本，减少能量消耗和附加重量，设计成本合理的元件和控制系统，从而提高安全性及可靠性。

2. 国内研究现状

国内研究人员从20世纪80年代开始对油气悬架进行关注。20世纪90年代我国一些企业引进了具有油气悬架系统的工程车辆，此后形成了油气悬架技术研究的高潮，国内一些高校亦开始研究油气悬架技术。例如，北京理工大学和山东理工大学一直对油气悬架系统进行理论分析、设计和性能试验方的研究工作。国内基于油气悬架的研究主要集中在以下几个方面。

1）油气悬架设计基本理论的研究

目前，山东理工大学对制约油气悬架设计的关键基本理论进行了研究，其中包括：油气悬架最佳阻尼匹配的研究，根据车辆的类型、车辆参数和油气悬架杠杆比，对油气悬架最佳阻尼匹配及油气弹簧阻尼特性进行了研究，建立了基于车辆参数的油气悬架最佳阻尼匹配数学模型；对油气弹簧储能器的初始充气压力及压力随油气弹簧位置或速度的变化规律进行探讨，建立了根据车辆最大载荷确定油气弹簧储能器初始充气压力数学模型，给出了油气弹簧储能器压力随油气弹簧位置或速度变化的变化规律；对油气弹簧节流阀片变形和应力进行了研究，建立了油气弹簧节流阀片在均布压力或非均布压力下的变形和应力解析计算式，为油气弹簧节流阀片厚度设计奠定了理论基础；对油气弹簧多片节流阀片叠加等效厚度进行分析，建立了油气弹簧多片节流阀片等效厚度解析计算公式；对油气弹簧原单片节流阀片厚度如何等效拆分为多片叠加节流阀片进行了研究，建立了原单片节流阀片等效拆分为多片叠加阀片的设计原则和方法；对油气弹簧节流阀片环形节流缝隙随油气弹簧速度的变化进行分析，建立油气弹簧环形节流缝隙随速度变化的数学模型；对油气弹簧油液非线性节流损失进行分析，建立了油气弹簧油液非线性节流损失的解析计算数学模型。

2）油气弹簧阀系参数解析优化设计及CAD软件开发研究

油气悬架的特性主要是由油气弹簧的节流阀参数所决定的，即油气弹簧节流阀参数决定和影响油气悬架的非线性阻尼特性，影响车辆的减振效果。目前，山东理工大学利用所建立的油气悬架设计基本理论，根据油气悬架所要求的最佳阻尼特性，利用油气悬架开阀速度点以及油气弹簧速度、液压油液流量、节流压力和阀片变形之间的关系，建立了油气弹簧节流阀参数设计数学模型和黄金分割优化设计方法，实现了油气弹簧节流阀参数解析设计。在此基础上，根据所建立油气弹簧节流阀参数设计数学模型和黄金分割优化设计方法，利用AutoCAD开发系统平台和VC++编程工具软件，开发了油气弹簧节流阀参数CAD软件，实现了油气悬架现代化CAD设计。

3）油气悬架特性仿真建模及仿真软件开发研究

国内学者对这方面研究得最多，主要是油气悬架的刚度和阻尼的非线性特性的仿真建模定性分析及对整车行驶平顺性能的评价指标分析。主要的软件工具是MATLAB中的

SIMULINK 模块，如设计平衡悬架来达到整车刚度可变，实现改善车身倾侧性能。但是多数研究缺乏对悬架系统特性的定性和定量的分析及试验对模型的修正。山东理工大学已经对油气悬架特性仿真建模及仿真软件开发进行了研究，根据油气弹簧节流阀片厚度、节流阀的阀口高度，利用油气弹簧运动速度、油液流量、节流压力和阀片变形之间的关系，以及油气弹簧储能器压力与位移和速度之间的关系，建立了油气弹簧开发速度点，建立了油气弹簧节流缝隙与速度之间的关系方程，建立了油气悬架阻力特性分段函数数学模型，利用 VC++编程工具软件，开发了油气悬架特性仿真软件。

4）特定车型的油气悬架系统的仿真及特性分析。

国内部分高校也开始采用 ADAMS 软件建立参数化油气悬架机械模型，并将液压系统纳入模型，通过有限元分析软件建立油气悬架的柔性力学模型和振动模型，进行了一些静力学和动力学分析，同时对悬架结构进行了初步的优化设计，但应用较少，还处于研究阶段。

5）新型结构形式油气悬架的开发与研究。

该项研究目前多集中于科研院所。图 9.2 所示是某种车用可控刚度油气悬架设计模型，采用了主、副两个储气室，副储气室的预充气压力高于主储气室且高于静平衡位置时的油气弹簧工作压力，ECU 通过传感器采集油气悬架工作压力等信号，根据车辆行驶状态的判断来确定开关阀打开与否，控制悬架的刚度随着车身状态而相应改变，控制悬架输出力。

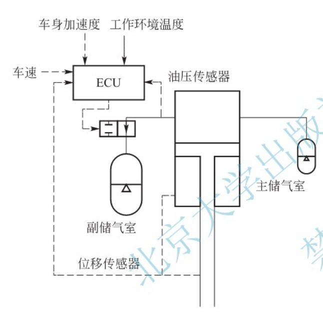


图 9.2　半主动油气悬架工作原理图

目前，国内的油气悬架技术在产品上的应用种类还比较少，主要集中在少数工程特种车辆上。产品性能如可靠性、可操作性、行驶平顺性等和国外同类型产品相比，还存在较大的差距，而且采用半主动、主动控制的产品较少，目前只出现于重型越野车上。

6）基于特性试验的油气悬架阀系参数反求工程的研究

利用油气悬架试验所测得的油气悬架阻力特性试验数据，即所测得的油气悬架阻力、位移试验数据，根据油气悬架液压油缸的直径和活塞杆直径，通过对试验数据的分析和处理，得到油气悬架的开阀速度点和油气悬架的初始充气压力，在此基础上，利用油气悬架的位移与气室压力、速度、油液流量、节流缝隙、节流阀片变形、节流压力以及油气弹簧阻力之间的关系，反求得到油气悬架节流阀片参数，即油气悬架的阀片厚度和环形节流阀缝隙大小。

7）国内亟待解决的问题

对比国内外的发展现状可以看出，国外处于应用阶段，国内还处于理论研究阶段，差距明显，需在以下方面努力。

（1）系统性、基础性研究。这需要研究、设计、生产单位增加开发费用，引进和设计试验设备。高校可以借用企业的试验台进行参数研究，既要进行油气悬架理论、仿真方面的研究，又要重视油气悬架具体结构设计方面的研究，开发独立自主的油气悬架

产品。

(2) 加强结构设计和优化设计方面的研究。如刚度特性、阻尼特性、频率特性的定性定量说明，悬架减振效果的定性定量说明等。

(3) 油气悬架的优化设计。不单纯是油气悬架参数的优化，还应该包括不同的油气悬架结构性能差异的对比以及对车辆各种性能的影响，并在设计油气悬架时将优化结果纳入其中，从而大幅度提高车辆性能。

(4) 制定通用的研究设计规则。随着油气悬架系统性、基础性研究的加强，理论研究和实际设计的结合以及优化研究的不断深入，需要建立一套通用的油气悬架的研究设计规则，使油气悬架的研究设计逐渐规范化、系列化。

(5) 整车、多桥油气悬架系统虚拟样机的研制，实现参数化、可视化设计，并开发专门的油气悬架的计算机仿真软件。

(6) 从被动悬架技术向半主动悬架、主动悬架技术发展，其中微处理器的应用是一个必然的选择，采用电脑控制，最终形成主动自适应智能控制系统。

油气悬架系统是一种新型悬挂系统，而现代机械制造技术为油气悬架系统在车辆底盘中的使用提供了技术保证。随着国内生产建设需求的增大，油气悬架系统在车辆上的应用前景非常广阔。

9.2 油气悬架的类型、结构和工作原理

9.2.1 油气悬架的类型

油气悬架主要是根据油气弹簧进行分类的，如果按照油气弹簧储能器(气室)的位置来分，油气悬架可分为气室和油室一体式油气悬架和气室分离式油气悬架；如果以蓄能器形式来分，可分为成单气室、双气室、两级气压式；如果按照油气弹簧节流阀来分，可分为节流孔式油气悬架和节流缝隙式油气悬架；如果按照统一车桥上两个油气弹簧的关系，可分为独立式油气悬架系统和连通式油气悬架系统；如果按照油气弹簧是否可控，则可分为被动油气悬架和可控油气悬架；对于控制油气悬架按车辆行驶过程中悬架控制是否需要外部能量输入可分为半主动油气悬架和主动油气悬架。

气室和油室一体式油气悬架和气室油室分离式油气悬架的结构，分别如图 9.3(a)和图 9.3(b)所示。



(a) 气室油室一体式　　(b) 气室油室分离式

图 9.3　油气悬架结构图

独立式油气悬架系统和连通式气悬架系统分别如图 9.4(a)和图 9.4(b)所示。

独立式油气悬架系统指同一车桥上左右两侧的悬架液压缸之间互不连通，不同桥上的悬架液压缸之间也互不连通，即各个油气悬架相互独立、互不影响，如图 9.4(a)所示。独立式油气悬架可以实现车身高度的上下调整，在路面较差或坡度较大时，伸长悬架液压缸，使车身高度提高，增大接近角和离去角，车辆涉水时也需要提高车架悬架高度。在平坦的路面上行驶时，可以缩短悬架液压缸，降低整车重心，便于高速行驶。车身高度的降低，对于车辆通过有高度限制的桥涵、隧道是极为有利的。当车辆在横向倾斜的路面上行驶时，还可以控制一侧液压缸伸长，另一侧液压缸缩短，从而使整车仍保持水平。独立式油气悬架主要应用在重型自卸车辆中。

连通式油气悬架系统指同一车桥上左右两侧的悬架液压缸之间相互连通，不同车桥上的悬架液压缸之间也相互连通，如图 9.4(b)所示。连通式油气悬架不仅具有独立式油气悬架的优点，而且当车辆在高低不平的路面上行驶时，可以控制全部液压缸组连通，其悬架依路面高低而伸长或缩短，载荷在各车轮上均匀分布，整年仍保持水平状态。连通式油气悬架是近期发展起来的新型油气悬架形式，主要应用在多轴车辆上。

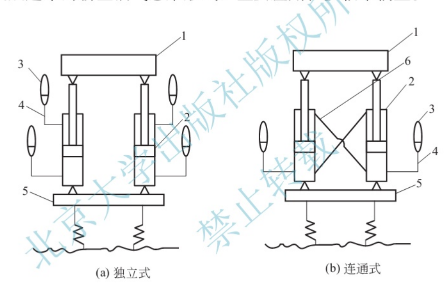


图 9.4　独立式和联体式油气弹簧系统

1—车身；2—油气弹簧液压缸；3—油气弹簧储能器；
4—储能器与液压缸油路；5—车桥；6—液压缸间油路

9.2.2　油气悬架的结构和工作原理

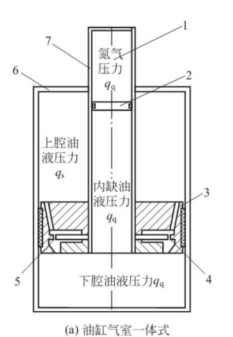
1. 油气悬架的结构

油缸气室一体式和油缸气室分体式的油气弹簧结构原理图分别如图 9.5(a)和图 9.5(b)所示。

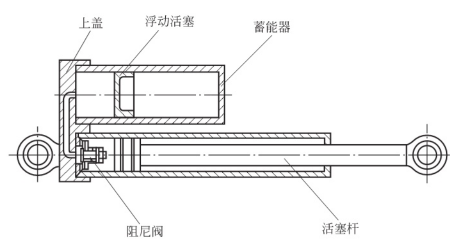
油气弹簧设有一气室或储能器，其中，油缸气室一体式油气弹簧的气室与活塞杆的缸筒内的上端通过浮动活塞隔开；油缸气室分体式油气弹簧的气室或储能器单独并联在油气弹簧的旁边，通过浮动活塞和连接油路与油气弹簧主缸筒相连。

2. 油气悬架的工作原理

气室或储能器内充有一定压力的气体(氮气)，如图 9.5(a)所示。当油气弹簧的



(a) 油缸气室一体式



(b) 油缸气室分体式

图 9.5 油气弹簧结构原理图

1—气室；2—浮动活塞；3—活塞；4—节流缝隙；5—节流阀片；6—外缸筒；7—活塞杆

活塞上下相对运动时，油液流经节流阀上的常通节流孔或节流缝隙产生节流阻尼力，同时气室中的气体压力也将随着运动位移而变化。因此，油气弹簧所产生的力是由节流阻尼力和气室弹力组成的，其中，阻尼力主要由油液流经节流阀上的常通节流孔或节流缝隙产生，而弹力主要由气室内气体压力产生，并且都随着油气弹簧的运动而变化。

对于节流阀为环形节流缝隙式的油气弹簧，当相对运动速度低于一定数值时，油液压力小、阀片变形小，致使不能打开节流阀，主要是由常通节流孔起作用；当相对运动速度达到一定数值时，油液压力达到一定的数值，足以使节流阀片变形大于阀口高度而使节流阀打开，此时，环形节流缝隙将随油气弹簧运动速度的增加而增大，而油气弹簧节流阻尼力将随速度而变化。

对于常通节流孔式的油气弹簧，其物理模型如图 9.6 所示。其中，节流孔 1 为油气弹簧的常通节流孔，复原行程起节流作用；节流孔 2 在压缩行程当单向阀打开时与节流孔 1 并联起节流作用。

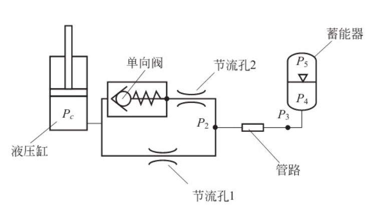


图 9.6 节流孔式油气弹簧物理模型

当油气弹簧相对运动速度低于一定数值时，油液流经节流小孔而产生节流压力即节流阻尼力，随着速度的增大，节流压力大于单向阀的弹簧预紧力从而单向阀开阀，且单向阀所形成的平面环形节流缝隙将随着油气弹簧速度的增大而增大，节流压力是由常通节流小孔和单向阀的平面环形缝隙所决定的，因此，油气弹簧所产生的节流阻尼力将随速度变化而变化。

因此，影响油气弹簧阻尼特性的主要是常通节流孔面积、节流缝隙的大小和节流阀片的厚度。

9.3 油气悬架的特点和应用领域

9.3.1 油气悬架的特点

油气悬架已经应用到多种型号的特种车和工程机械车辆上，大大提高了车辆的性能。油气悬架的关键部件油气弹簧，是以可压缩的气体作为气体弹簧和减振元件合在一起的弹性元件。油液作为中间介质，起传递作用力和衰减振动的作用。它具有非线性的工作特性，随着所传递作用力的增加，刚度也急剧增大，这样就避免了非悬挂部分对车体的撞击，大大提高了车辆的行使平顺性。可调式油气悬挂系统是一种车辆用新型悬挂装置，为可控制型，具弹性元件和阻尼元件于一体，具有车辆所需的理想非线性特性，除能提高车辆的越野性和平顺性以外，还具有比较完善的调节功能，如无论在空载或满载时，都能保持车辆距地高度不变，进而使悬挂刚度适应空载或满载的变化要求；可实现弹性悬挂的切换(即闭锁功能)，还可调整车辆的姿态，如实现车辆的前倾后仰、上升下降等。

1. 油气悬架的特点

油气悬架与传统的被动悬架相比，基本功用是相同的，但是加入液压传动控制技术，形成与传统的被动悬架有所区别，其中，油气悬架的特点如下。

(1) 单位储能比大。采用钢筒作为气室，气体压力可以很高，在氮气充气压力为6MPa 的条件下，油气弹簧的单位重量储能是钢板弹簧的单位重量储能的3500 倍，这有利于减轻悬架的质量和结构尺寸。因此，油气弹簧体积小，质量也小，单位储能比大。

(2) 具有减振器作用。油液作为介质，可以起到润滑的作用，同时，油液通过节流阀的阻尼，还可起到减振器的作用，因此可以省去专门的减振器。

(3) 车身高度控制作用。油气弹簧与高度控制阀配合，控制汽车车身的高度和姿势。通过悬架油缸的同时或单独调节，车架高度可上下升降，前后升降或左右升降，这对改善车辆的通过性能和行驶性能十分重要。

(4) 非线性刚度特性。被动悬架因弹性元件的刚度大多为线性的而使其刚度基本不变，因此车架的自然振动频率 f 就会随着车架质量 m_u 的变化而变化；而在油气悬架中，弹性元件的刚度具有非线性、渐增(减)的特点，这就有可能通过参数优化设计来保持车体的振动频率不随车体质量的变化而变化或变化很小。

(5) 非线性阻尼特性。油气弹簧的液压油液流经圆孔式节流阀或阀片式节流阀时，油气悬架阻尼呈现良好的非线性，可满足车辆对悬架阻尼特性的要求，可迅速抑制车架的振动，具有很好的减振特性。

(6) 刚性闭锁作用。通过切断油缸与蓄能器及其他液压元件的连接油路，利用油液压缩性较小的特点，可使油气悬架处于刚性状态，在这种条件下车辆可承受较大载荷并能缓慢移动。

2. 油气悬架的缺点

油气悬架与传统的被动悬架相比，尽管具有很多优点，但是也具有如下缺点或不足。

(1) 油气悬架结构复杂，制造成本高，维修困难。

(2) 油气悬架需要额外配置液压、电子、电气等诸多辅助控制组件。

(3) 油气悬架对油、气的密封性要求高，因而加工精度、装配精度要求高，维修、保养比较困难，并需配置一定的专用设备(如充气设备等)。

9.3.2 油气悬架的应用领域

油气弹簧目前主要用于一些军事车辆、高级轿车、豪华客车、重型载货汽车及工程车辆中。

(1) 军事车辆。油气悬架具有良好特性，因此广泛应用于军事车辆中，例如，意大利生产的“半人马座”轮式装甲车、法国生产的 AMX-10RC 轮式输送车、瑞士生产的“锯脂锂”轮式坦克等。

(2) 全路面汽车起重机。如德国利勃海尔公司生产的 LTM 系列起重机、美国格鲁夫公司生产的 AT 系列起重机、日本钢铁株式会社生产的 RK 系列起重机、徐州重型机械厂生产的 QAY25 起重机。

(3) 铲运机械。如美国卡特彼勒公司生产的 TS-24B 自行铲运机。

(4) 轮式挖掘机。如日本日立建筑机械有限公司生产的 10 吨轮式挖掘机。

(5) 矿用自卸车。如美国卡特彼勒公司生产的 CAT789 自卸车、瑞典沃尔沃公司生产的 VMER90 自卸车、上海重型汽车制造厂生产的 SH380、SH382 自卸车。

9.4 油气悬架设计的基本理论

9.4.1 油液可压缩性

液体受压力作用而发生体积变化的性质称为液体的可压缩性。可压缩性的大小用体积压缩系数表示，其定义为：单位压力变化引起的液体体积的相对变化量。其表达式为

$$\kappa=-\frac{1}{\Delta p}\frac{\Delta V}{V} \tag{9-1}$$

式中，V 为液体的初始体积；ΔV 为液体体积在压力变化 Δp 时的变化量；Δp 为液体压力的变化量。

由于压力增大时液体的体积减小，因此为了使 κ 为正值，式(9－1)的右边须加一负号。

液体体积压缩系数 κ 的倒数称为液体体积弹性模量，用 K_V表示，即

$$K_V=\frac{1}{\kappa}=-\frac{\Delta pV}{\Delta V} \tag{9-2}$$

在实际应用中，常用 κ 值说明液体抵抗压缩能力的大小，它表示产生单位体积相对变化量所需的压力增量。

液压油的体积弹性模量 $K_V=(1.4\sim2)\times10^9\,\text{Pa}$，液压油的体积弹性模量是钢的 0.67%～1%。因此，在系统压力变化不是很大时，可忽略液压油的可压缩性，即认为油液是不可压缩的。当系统压力变化较大或研究液压系统的动态特征、设计液压伺服系统时必须考虑油液的可压缩性。

在实际液压系统中，液压油难免会混有空气，在工程计算中通常对矿物油型液压油取 $K_V=(0.7\sim1.4)\times10^9$ Pa。液压油液的体积弹性模量与温度、压力有关。温度升高时，K_V 值减小，在液压油液正常的工作温度范围内，K_V 值会有 5%～25%的变化。压力增大时，K_V 值增大，反之则减小，但这种变化呈非线性关系。

在实际液压系统中，根据流体理论，油液的瞬时密度 ρ 可以表示为

$$\rho=\rho_0\left[1+\frac{1}{K_V}(P-P_0)\right] \tag{9-3}$$

式中，ρ_0 为油液标准状态下的密度；K_V 为油液体积弹性模量；P 为油液瞬时压力；P_0 为油液初始压力。

由流体理论可知，具有可压缩性的流体，其质量流量 $\dot{m}$（流体的体积流量 Q 与流体密度 ρ 的乘积）保持不变，即

$$\dot{m}=Q\rho \tag{9-4}$$

式中，Q 为油液的流量；ρ 为油液密度。

设油气液压缸筒的面积为 S_o，油液初始高度为 x_{oil0}，则由式(9－2)可得油气弹簧油液的线刚度 k_o 为

$$k_o=\frac{K_V S_o}{x_{oil0}} \tag{9-5}$$

9.4.2 气室压力和容积变化规律

由于储能器出口与油液管路相连，在出口处存在局部压力损失 p_{34} 可表示为

$$p_{34}=P_4-P_3=\frac{1}{2}\rho_4\xi\left(\frac{Q_4}{A_a}\right)^2\mathrm{sign}(v) \tag{9-6}$$

式中，ρ_4 为储能器出口处油液的密度；ξ 为局部压力损失系数；Q_4 为储能器出口流量；A_a 为储能器出口截面积；sign(v)表示油气弹簧运动速度方向的符号函数。

储能器内的气体为氮气，其气体性质与理想气体相近，可用气体状态方程来描述，即

$$P_{g0}V_{g0}^n=P_gV_g^n \tag{9-7}$$

式中，n 为气体多变指数(1.0～1.4)；P_{g0} 和 V_{g0} 为分别为储能器的初始充气压力和体积；P_g 和 V_g 为分别为储能器的瞬时气体压力和体积。

当储能器内的气体被看作理想气体时，上述气体状态方程可简单表示为

$$P_{g0}V_{g0}=P_gV_g$$

忽略储能器中油液与气体间作用力的延迟，即 $P_4=P_g$，则储能器中气体体积变化量可以表示为

$$\Delta V_g=V_g-V_{g0}=\int Q_5\,\mathrm{d}t \tag{9-8}$$

式中，Q_5 为储能器中油液的体积流量。

根据式(9－3)和式(9－4)，储能器中油液的体积流量可表示为

$$Q_5=\frac{\dot{m}K_V}{\rho_0[K_V+P_4-P_0]} \tag{9-9}$$

将式(9－9)代入式(9－8)可得储能器中气体体积变化量为

$$\Delta V_g=\int\frac{\dot{m}K_V}{\rho_0[K_V+P_4-P_0]}\mathrm{d}t \tag{9-10}$$

设储能器的截面积为 S_g，则浮动活塞位置高度的变化量 Δx_g 为

$$\Delta x_g = \frac{\Delta V_g}{S_g} \tag{9-11}$$

因此，如果将油气弹簧储能器中的气体看作理想气体，则油气弹簧储能器的刚度可表示为

$$k_g = \frac{(P_g - P_{g0}) S_g}{\Delta x_g} \tag{9-12}$$

式中，x_{g0} 为油气弹簧储能器浮动活塞的初始高度。

9.4.3 油液节流压力分析计算

1. 小孔节流压力

设小孔的面积为 A_0，则油气弹簧流经小孔的节流压力 p_{A_0} 为

$$p_{A_0} = \frac{Q_{A_0}^2 \rho}{2\varepsilon^2 A_0^2} \tag{9-13}$$

式中，A_0 为小孔面积；ε 为小孔的流量系数，对于薄壁小孔，$\varepsilon=0.62$，而对于端孔，$\varepsilon=0.82$；Q_{A_0} 为流经小孔的流量。

2. 细长管道节流压力

流经细长管道的节流压力 p_t 与流量 Q_t 的关系可表示为

$$p_t = \frac{128\mu_t Q_t L_t}{\pi^2 d_t^4} \tag{9-14}$$

式中，d_t 为细长管道的直径；L_t 为细长管道的长度；μ_t 为油液动力粘度。

3. 环形缝隙节流压力

设环形缝隙大小为 δ_{gc}，则油液流经环形缝隙的节流压力为

$$p_{gc} = \frac{12\mu_t L_{gc} Q_{gc}}{\pi D_{gc} \delta_{gc}^3 (1+1.5e^2)} \tag{9-15}$$

式中，L_{gc} 为环形讽刺的长度；D_{gc} 为环形缝隙的直径。

4. 平面环形缝隙节流压力

设平面环形缝隙的大小为 δ_{gp}，则油液流经平面环形缝隙的节流压力可表示为

$$p_{gp} = \frac{6Q_{gp}\mu_t}{\pi\delta_{gp}} \ln\left(\frac{r_{bgp}}{r_{kgp}}\right) \tag{9-16}$$

式中，Q_{gp} 为流经平面环形缝隙的流量；r_{bgp} 为平面环形缝隙的外半径；r_{kgp} 为平面环形缝隙的内半径。

9.4.4 阀片最大变形和应力计算

1. 节流阀片均布压力下的最大挠度和应力

1) 节流阀片均布压力下的最大挠度

根据阀片弯曲变形长城系数法，在均布压力 p_0 的作用下，则厚度为 h 的环形节流阀

片在外半径 r_b 处的最大挠度 f_{maxU} 可表示为

$$f_{maxU}=G_{r_bU}\frac{p_0}{h^3} \tag{9-17}$$

式中，G_{r_bU} 为环形节流阀片在均布压力 p 作用下，在外半径 r_b 位置处的变形系数，即“长城”系数，单位为 m^6N^{-1}，与阀片结构、弹性模型、泊松比和半径位置 r 有关。

2）节流阀片均布压力下的最大应力

根据环形阀片应力长城系数法，在均布压力 p_0 的作用下，则厚度为 h 的环形节流阀片在内半径 r_a 处的最大径向和周向应力可表示为

$$\sigma_{maxU}=G_{\sigma r_aU}\frac{p_0}{h^2} \tag{9-18}$$

$$\sigma_{max\theta U}=G_{\sigma\theta_aU}\frac{p_0}{h^2} \tag{9-19}$$

式中，$G_{\sigma r_aU}$ 和 $G_{\sigma\theta_aU}$ 分别表示环形节流阀片在内半径 r_a 处的径向应力系数和周向应力系数，单位为 m^2 或 mm^2。

根据第四强度理论，环形节流阀片在内半径处所受的最大复合应力为

$$\sigma_{maxComU}=\sqrt{\sigma_{maxrU}^2+\sigma_{max\theta U}^2-\sigma_{rmaxrU}\sigma_{max\theta U}} \tag{9-20}$$

将式(9－18)和式(9－19)代入式(9－20)式，则环形节流阀片在均布压力作用下，在内半径处所受的最大复合应力可表示为

$$\sigma_{maxComU}=G_{\sigma ComU}\frac{p_0}{h^2} \tag{9-21}$$

式中，$G_{\sigma ComU}=\sqrt{G_{\sigma r_aU}^2+G_{\sigma\theta_aU}^2-G_{\sigma r_aU}G_{\sigma\theta_aU}}$ 为节流阀片在均布压力下在内半径 r_a 处的最大复合应力系数。

2. 节流阀片非均布压力下的最大挠度和应力

1）节流阀片非均布压力下的最大挠度

在最大非均布压力 p_{max} 的作用下，根据弯曲变形长城系数法，则厚度为 h 的环形节流阀片在外半径 r_b 处的最大挠度 f_{maxN} 可表示为

$$f_{maxN}=G_{r_bN}\frac{p_{max}}{h^3} \tag{9-22}$$

式中，G_{r_bN} 即为环形阀片在非均布压力作用下在外半径 r_b 处的变形系数，即“长城”系数；p_{max} 为环形节流阀片所承受的最大非均布压力。

2）节流阀片非均布压力下的最大应力

同理，根据环形阀片应力长城系数法，在最大非均布压力 p_{max} 的作用下，则厚度为 h 的环形节流阀片在内半径 r_a 处的最大径向和周向应力可表示为

$$\sigma_{maxrN}=G_{\sigma r_aN}\frac{p_{max}}{h^2} \tag{9-23}$$

$$\sigma_{max\theta N}=G_{\sigma\theta_aN}\frac{p_{max}}{h^2} \tag{9-24}$$

式中，$G_{\sigma r_aN}$ 和 $G_{\sigma\theta_aN}$ 分别为环形节流阀片在非均布压力下，在内半径 r_a 处的最大径向应力系数和最大周向应力长城系数。

同理，根据第四强度理论，环形节流阀片在非均布压力下所受的最大复合应力为

$$\sigma_{\max ComN}=G_{\sigma ComN}\frac{p_{\max}}{h^2} \quad (9-25)$$

式中，$G_{\sigma ComN}=\sqrt{G_{\sigma r_a N}^2+G_{\sigma\theta_a N}^2-G_{\sigma r_a N}G_{\sigma\theta_a N}}$为节流阀片在内半径 r_a 的最大复合应力长城系数。

9.4.5 叠加阀片等效厚度计算及拆分设计理论

1. 叠加节流阀片等效厚度计算

根据叠加阀片等效厚度解析计算公式，油气弹簧 n 片环形叠加节流阀片 h_1、h_2、…、h_n的等效厚度为

$$h_e=\sqrt[3]{h_1^3+h_2^3+\cdots+h_n^3} \quad (9-26)$$

如果油气弹簧是 n 组不等厚度环形叠加节流阀片 h_1、h_2、…、h_n叠加，则其等效厚度可表示为

$$h_e=\sqrt[3]{n_1h_1^3+n_2h_2^3+\cdots+n_nh_n^3} \quad (9-27)$$

如果油气弹簧是 n 片相等厚度环形叠加节流阀片 $h_1=h_2=\cdots=h_n$叠加，则由式(9-26)可知其等效厚度为

$$h_e=\sqrt[3]{n}h_1 \quad (9-28)$$

2. 节流阀片的等效拆分设计

如果油气弹簧节流阀片的原设计厚度为 h，不是阀片的系列厚度值，且原单片设计厚度的应力不满足阀片应力强度要求时，则可以按照等效厚度原则，将其拆分设计为多片叠加阀片，即

$$h_1^3+h_2^3+\cdots+h_n^3=\sqrt[3]{h} \quad (9-29)$$

也可以等效拆分为 n 片相同厚度的节流阀片叠加，即

$$h_1=\frac{h}{\sqrt[3]{n}} \quad (9-30)$$

将原单片设计厚度节流阀片等效拆分设计为多片叠加阀片，不仅满足了阀片加工系列化的要求，降低阀片加工成本，还可以降低阀片所承受应力，提高油气弹簧的使用寿命。

油气弹簧节流阀片拆分设计为多片叠加阀片时，除了保证满足等效设计厚度要求外，还应该满足应力强度和标准化系列化加工的要求，即尽量采用系列化的阀片厚度，且采用叠加阀片的厚度种类要少，采用的叠加阀片的片数要少，以减小因叠加阀片摩擦所引起的等效厚度计算偏差。

3. 叠加节流阀片的最大挠度计算

油气弹簧 n 片环形叠加节流阀片 h_1、h_2、…、h_n的等效厚度 $h_e=\sqrt[3]{h_1^3+h_2^3+\cdots+h_n^3}$，则油气弹簧各片叠加阀片的最大挠度相等，且等于总的等效厚度阀片的最大挠度。

因此，根据油气弹簧节流阀片最大挠度计算公式可得，叠加节流阀片在均布压力下的最大挠度为

$$f_{\max U}=G_{r_b U}\frac{p_0}{h_e^3} \quad (9-31)$$

将叠加阀片的等效厚度 h_e 代入上式，可得

$$f_{\max U}=G_{r_b U}\frac{p_0}{h_1^3+h_2^3+\cdots+h_n^3} \tag{9-32}$$

叠加节流阀片在最大非均布压力下 $p_{\max}$ 的最大挠度为

$$f_{\max N}=G_{r_b N}\frac{p_{\max}}{h_1^3+h_2^3+\cdots+h_n^3} \tag{9-33}$$

4. 叠加阀片的最大应力计算

根据叠加阀片所承受的最大应力发生在最大厚度叠加阀片上，如果叠加阀片的厚度之间有如下关系，即 $h_1>h_2>\cdots>h_n$，则叠加阀片最大应力发生在叠加阀片 h_1 上。

根据油气弹簧节流阀片应力解析计算公式可得，最厚叠加节流阀片 h_1 在均布压力下的最大径向、周向和复合应力分别为

$$\sigma_{\max rU1}=\frac{h_1}{h_e}G_{\sigma r_a U}\frac{p_0}{h_e^2} \tag{9-34}$$

$$\sigma_{\max\theta U1}=\frac{h_1}{h_e}G_{\sigma\theta_a U}\frac{p_0}{h_e^2} \tag{9-35}$$

$$\sigma_{\max ComU1}=\frac{h_1}{h_e}G_{\sigma ComaU}\frac{p_0}{h_e^2} \tag{9-36}$$

式中，$G_{\sigma r_a U}$、$G_{\sigma\theta_a U}$ 和 $G_{\sigma ComaU}$ 分别是油气弹簧节流阀片在均布压力作用下，在内半径 r_a 处的最大径向应力、周向应力和复合应力系数。

如将 h_1/h_e 定义为最厚叠加节流阀片 h_1 相对于总叠加阀片的厚度系数，即 k_{h1}，则以上 3 式可表示为

$$\sigma_{\max rU1}=k_{h_1}G_{\sigma r_a U}\frac{p_0}{h_e^2} \tag{9-37}$$

$$\sigma_{\max\theta U1}=k_{h_1}G_{\sigma\theta_a U}\frac{p_0}{h_e^2} \tag{9-38}$$

$$\sigma_{\max ComU1}=k_{h_1}G_{\sigma ComaU}\frac{p_0}{h_e^2} \tag{9-39}$$

式中，k_{h_1} 为油气弹簧最厚叠加节流阀片 h_1 的厚度系数。

由于 $G_{\sigma r_a U}\frac{p_0}{h_e^2}$、$G_{\sigma\theta_a U}\frac{p_0}{h_e^2}$ 和 $G_{\sigma ComaU}\frac{p_0}{h_e^2}$ 分别为油气弹簧单片设计厚度阀片，在均布压力下所承受的最大径向应力 $\sigma_{\max rU}$、周向应力 $\sigma_{\max\theta U}$ 和复合应力 $\sigma_{\max ComaU}$。因此，由式(9-37)～式(9-39)可知，油气弹簧最厚叠加节流阀片 h_1 所承受的最大应力与最厚叠加节流阀片 h_1 的厚度系数成正比。

同理，可得最厚叠加节流阀片 h_1 在非均布压力下的最大径向、周向和复合应力分别为

$$\sigma_{\max rN1}=k_{h_1}G_{\sigma r_a N}\frac{p_{\max}}{h_e^3} \tag{9-40}$$

$$\sigma_{\max\theta N1}=k_{h_1}G_{\sigma\theta_a N}\frac{p_{\max}}{h_e^3} \tag{9-41}$$

$$\sigma_{\max ComN1}=k_{h_1}G_{\sigma ComaN}\frac{p_{\max}}{h_e^3} \tag{9-42}$$

式中，$G_{\sigma r_{a}N}$、$G_{\sigma\theta_{a}N}$和$G_{\sigma ComaN}$分别是油气弹簧节流阀片在最大非均布压力p_{max}作用下，在内半径r_a处的最大径向应力、周向应力和复合应力系数。

9.4.6 车辆悬架最佳阻尼特性匹配数学模型

利用车辆悬架最佳阻尼匹配理论或车辆阻尼匹配可行性设计区，根据车辆的类型、车辆参数、油气悬架杠杆比等参数，以及油气悬架的开阀速度点和所要求的双向比，可以确定出所设计油气弹簧的阻尼特性数学模型。

1. 油气悬架最佳阻尼比ξ

根据第4章所讲述的基于舒适性和基于安全性的车辆最佳阻尼比可知，被动悬架的最佳阻尼比应该在0.1748～0.4136范围之内，即最小阻尼比$\xi_{min}=\xi_{oc}=0.1748$，而最大阻尼比$\xi_{max}=\xi_{os}=0.4136$。因此，可根据车辆类型，设计选择一个阻尼比$0.1748<\xi<0.4136$。当油气弹簧用于高级轿车时，阻尼比可适当选得偏小些，即在0.2左右；当油气弹簧用于工程车辆、越野车或装甲车时，阻尼比可适当选得偏大些，即在0.3左右。

2. 油气弹簧初次开阀阻尼系数C_{d1}

设悬架刚度为K，单轮总质量为m_t，单轮簧下质量为m_d，则单轮簧上质量$m_u=m_t-m_d$。按1/4单自由度振动模型，由第4章可知，油气悬架系统阻尼比ξ与车辆参数之间的关系为

$$\xi=\frac{C_s}{2\sqrt{Km_u}} \tag{9-43}$$

因此，悬架系统最佳阻尼系数为

$$C_s=2\xi\sqrt{Km_u}=2\xi m_u\sqrt{\frac{K}{m_u}}=4\pi\xi f_0 m_u \tag{9-44}$$

式中，ξ为悬架最佳阻尼比；f_0为悬架固有频率，$f_0=\frac{\omega_0}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m_u}}$。

如果油气悬架的安装角度为α，杠杆比为i，则油气弹簧初次开阀前的阻尼系数C_{d1}为

$$C_{d1}=\frac{C_s}{i^2\cos^2\alpha}=\frac{4\pi\xi f_0 m_u}{i^2\cos^2\alpha} \tag{9-45}$$

3. 油气弹簧最大开阀阻尼系数C_{d2}

根据车辆类型，可确定油气弹簧的初次开阀速度点V_{k1}和最大开阀速度点V_{k2}，并且确定油气弹簧的平安比η_{ps}。因此，油气弹簧最大开阀时的阻尼系数可表示为

$$C_{d2}=\frac{C_d}{\eta_{ps}}+C_{d1}\left(1-\frac{1}{\eta_{ps}}\right)\frac{V_{k1}}{V_{k2}} \tag{9-46}$$

4. 油气弹簧阻尼特性设计所要求的分段线性数学模型

根据油气弹簧初次开阀前的阻尼系数C_{d1}和最大开阀时的阻尼系数C_{d2}，可求得油气弹簧复原行程的阻尼分段特性曲线。其中，在初次开阀速度点和最大开阀速度点的阻尼力分别为

$$F_{dk1}=C_{d1}V_{k1} \tag{9-47}$$

$$F_{dk2}=C_{d2}V_{k2} \tag{9-48}$$

根据油气弹簧复原和压缩行程所要求的阻尼特性双向比 β，便可求得油气弹簧在压缩行程初次开阀速度点和最大开阀速度点的阻尼力，分别为

$$F_{dk1y}=C_{d1y}V_{k1y}=\beta C_{d1}V_{k1} \tag{9-49}$$

$$F_{dk2y}=C_{d2y}V_{k2y}=\beta C_{d2}V_{k2} \tag{9-50}$$

式中，C_{d1y}为油气弹簧压缩行程初次开阀前的阻尼系数；V_{k1y}为压缩行程初次开阀速度点；C_{d2y}为油气弹簧压缩行程最大开阀速度点的阻尼系数；V_{k2y}为压缩行程最大开阀速度点。

因此，根据式(9-47)～式(9-50)，可得油气弹簧阻尼特性设计所要求的分段线性数学模型为

$$F_d=\begin{cases} C_{d1}V & (0\leqslant V\leqslant V_{k1}) \\ C_{d1}V_{k1}+\dfrac{C_{d2}V_{k2}-C_{d1}V_{k1}}{V_{k2}-V_{k1}}V & (V>V_{k1}) \\ \beta C_{d1}V_y & (0\leqslant V_y\leqslant V_{k1y}) \\ \beta C_{d1}V_{k1y}+\dfrac{\beta\left[C_{d2}V_{k2y}-C_{d1}V_{k1}\right]}{V_{k2}-V_{k1}}V_y & (V_y>V_{k1y}) \end{cases} \tag{9-51}$$

如果所设计油气弹簧具有双向对称性，即油气弹簧的双向比 $\beta=1$，则上式可表示为

$$F_d=\begin{cases} C_{d1}V & (0\leqslant V\leqslant V_{k1}) \\ C_{d1}V_{k1}+\dfrac{C_{d2}V_{k2}-C_{d1}V_{k1}}{V_{k2}-V_{k1}}V & (V>V_{k1}) \\ C_{d1}V_y & (0\leqslant V_y\leqslant V_{k1y}) \\ C_{d1}V_{k1y}+\dfrac{C_{d2}V_{k2y}-C_{d1}V_{k1}}{V_{k2}-V_{k1}}V_y & (V_y>V_{k1y}) \end{cases} \tag{9-52}$$

例如，某工程车辆油气弹簧设计所要求的初次开阀和最大开阀速度点分别为 $V_{k1}=0.5\text{m/s}$，$V_{k2}=1.0\text{m/s}$，而所要求的分段线性阻尼特性曲线如图 9.7 所示。

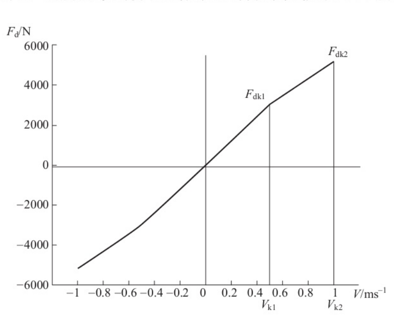


图 9.7　某工程车辆设计油气弹簧要求的阻尼特性曲线

9.5 油气悬架气室初始压力及节流阀参数解析设计

9.5.1 油气弹簧气室初始充气压力设计

根据车辆悬架偏频的设计要求，油气悬架系统的刚度 k_s应该为

$$k_s=4\pi^2 f_0^2 m_u \tag{9-53}$$

式中，f_0为悬架设计所要求的固有频率；m_u为悬架单轮簧上质量。

如果考虑油气悬架的安装角度和杠杆比，则油气弹簧设计所要求的刚度为

$$k_t=\frac{k_s}{i^2\cos^2\alpha} \tag{9-54}$$

式中，i 为油气悬架杠杆比；α 为油气悬架安装角度。

将式(9－53)代入上式，油气弹簧设计所要求的刚度可表示为

$$k_t=\frac{4\pi^2 f_0^2 m_u}{i^2\cos^2\alpha} \tag{9-55}$$

油气弹簧的刚度是由液压油缸的刚度和储能器的刚度所决定的，如果将液压油缸和储能器看作两个弹簧串联，则油气弹簧的总刚度 k_t 可表示为

$$\frac{1}{k_t}=\frac{1}{k_o}+\frac{1}{k_g} \tag{9-56}$$

即

$$k_t=\frac{k_o+k_g}{k_o k_g} \tag{9-57}$$

式中，k_o为油气弹簧液压油缸的刚度，是由油液所决定的；k_g是油气弹簧储能器的刚度，是由储能器中的氮气所决定的。

如果忽略油气弹簧油液的可压缩性，油气弹簧的总刚度主要是由油气弹簧的储能器所决定的，因此，油气弹簧的总刚度 k_t 可简单地表示为

$$k_t\approx k_g \tag{9-58}$$

将式(9－12)和式(9－55)代入式(9－58)，可得

$$\frac{(P_g-P_{g0})S_g}{\Delta x_g}=\frac{4\pi^2 f_0^2 m_u}{i^2\cos^2\alpha} \tag{9-59}$$

当油气悬架在额定载荷情况下达到静平衡位置时，$P_g=P_c$，即油气弹簧液压缸的压力等于储能器中的气体压力，而液压缸的压力与液压缸承压面积的乘积等于单轮簧上质量载荷，可表示为

$$P_g=P_c=\frac{m_u g}{S_o} \tag{9-60}$$

式中，S_o为油气弹簧液压油缸的面积。

将式(9－60)代入式(9－59)，可得油气弹簧的初始充气压力 P_{g0} 为

$$P_{g0}=\frac{m_u g}{S_o}-\frac{4\Delta x_g \pi^2 f_0^2 m_u}{i^2 S_g\cos^2\alpha} \tag{9-61}$$

9.5.2 节流孔式油气弹簧阀系参数设计

节流孔式油气弹簧物理模型及油路如图 9.6 所示。根据单向阀开阀前后的油路及油气

弹簧所要求的阻尼特性，可实现对油气弹簧常通节流孔（节流孔 1）面积 A_{01} 的设计、节流孔 2 面积 A_{02} 的设计及单向阀弹簧预变形量的设计。

1. 油气弹簧常通节流孔面积 A_{01} 设计

油气弹簧常通节流孔面积的设计与筒式减振器常通节流孔面积设计方法和步骤基本相同，只是油路不同。即根据油气弹簧初次开阀之前的油路和油气弹簧开阀前设计所要求的阻尼特性，利用油气弹簧运动速度、流量、节流压力和常通节流孔面积之间的关系，建立油气弹簧常通节流孔面积的设计数学模型。然后，利用曲线拟合优化设计方法或黄金分割优化设计方法，对油气弹簧常通节流孔面积进行优化设计。

首先，根据油气弹簧开阀前任取一速度点 V，该速度点设计所要求的阻尼力 F_d 为

$$F_d = C_{d1} V \qquad (0 < V < V_{k1}) \tag{9-62}$$

根据阻尼力 F_d 与油气弹簧液压缸压力和承压面积之间的关系，可得常通节流孔所要求的节流压力 p_{01} 为

$$p_{01} = \frac{F_d}{S_o} \tag{9-63}$$

式中，S_o为油气弹簧液压缸的承压面积，其中，复原行程和压缩行程的油气弹簧承压面积不同。

因此，根据常通节流孔所要求的节流压力和流量之间的关系，可求得油气弹簧常通节流孔（节流孔 1）设计所要求的面积 A_{01} 为

$$A_{01} = \frac{Q_{01}}{\varepsilon}\sqrt{\frac{\rho}{2p_{01}}} \tag{9-64}$$

式中，Q_{01} 为在油气弹簧速度 V 情况下，流经常通节流孔的流量，$Q_{01}=S_0 V$；ρ 为油液密度；ε 为常通节流孔流量系数，如果小孔为薄壁小孔，$\varepsilon=0.62$，如果小孔为端孔，$\varepsilon=0.82$。

将 Q_{01} 和式（9-63）以及式（9-62）代入式（9-64），得油气弹簧常通节流孔设计数学模型为

$$A_{01} = \frac{S_0 V}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{\rho S_o}{2F_d}} \tag{9-65}$$

由式（9-65）可以发现，在油气弹簧初次开阀前，所取得速度点 $V(0<V<V_{k1})$不同，设计得到的常通节流孔面积 A_{01} 不同。可以利用筒式液压减振器常通节流面积的优化设计方法，即曲线拟合优化设计方法或黄金分割优化设计方法，对油气弹簧常通节流孔面积进行优化设计。如果采用黄金分割优化设计方法，则根据油气弹簧的初次开阀速度点 V_{k1}，可得油气弹簧常通节流孔面积的黄金分割优化设计速度点 V_{o1} 为

$$V_{o1} = 0.618 V_{k1} \tag{9-66}$$

将式（9-66）代入式（9-65），便可以得到油气弹簧的常通节流孔面积 A_{01} 的黄金分割优化设计值为

$$A_{01} = \frac{0.618 S_0 V_{k1}}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{\rho S_o}{2F_d}} \tag{9-67}$$

2. 油气弹簧单向阀弹簧预压缩量 f_{k0} 设计

油气弹簧单向阀不仅是为了改变不同行程中的油路，满足油气弹簧对不同行程阻尼特性的要求，同时单向阀及其弹簧预变形压缩量还可以确定油气弹簧的初次开阀速度 V_{k1}。

为了保证油气弹簧的初次开阀速度 V_{k1}，则刚度为 k_v 的单向阀弹簧的预压缩量 f_{k0} 为

$$f_{k0}=\frac{p_{k1}A_v}{k_v} \tag{9-68}$$

式中，k_v 为油气弹簧单向阀弹簧刚度；A_v 为油气弹簧单向阀的承压面积；p_{k1} 为油气弹簧初次开阀时常通节流孔的节流压力差。

当油气弹簧初次开阀时，流经常通节流孔的流量为 $Q_{Vk1}=S_oV_{k1}$，因此，所产生的节流压力 p_{k1} 为

$$p_{k1}=\frac{S_o^2V_{k1}^2\rho}{2A_{01}^2\varepsilon^2} \tag{9-69}$$

将式(9-69)代入式(9-68)可得，单向阀弹簧的预压缩量 f_{k0} 可表示为

$$f_{k0}=\frac{S_o^2V_{k1}^2\rho A_v}{2A_{01}^2\varepsilon^2k_v} \tag{9-70}$$

3．油气弹簧单向阀节流孔面积 A_{02} 设计

当油气弹簧单向阀开阀后，其阻尼特性是由常通节流孔(节流孔1)和节流孔2共同决定的。根据油气弹簧开阀后任取一速度点 V，该速度点设计所要求的阻尼力 F_d 为

$$F_d=C_{d1}V_{k1}+\frac{C_{d2}V_{k2}-C_{d1}V_{k1}}{V_{k2}-V_{k1}}V \quad (V_{k1}<V<V_{k2}) \tag{9-71}$$

根据阻尼力 F_d 与油气弹簧液压缸压力和承压面积之间的关系，可得常通节流孔(节流孔1)与节流孔2所要求的节流压力 p_{02} 为

$$p_{02}=\frac{F_d}{S_o} \tag{9-72}$$

式中，S_o为油气弹簧液压缸的承压面积，其中，复原行程和压缩行程油气弹簧的承压面积不同。

根据常通节流孔所要求的节流压力和流量之间的关系，可求得流经油气弹簧常通节流孔的流量 Q_{01} 为

$$Q_{01}=A_{01}\varepsilon\sqrt{\frac{2p_{02}}{\rho}} \tag{9-73}$$

由于常通节流孔(节流孔1)与节流孔2是并联的，因此，流经节流孔2的流量为

$$Q_{02}=S_oV-Q_{01} \tag{9-74}$$

将式(9-73)代入上式可得

$$Q_{02}=S_oV-A_{01}\varepsilon\sqrt{\frac{2p_{02}}{\rho}} \tag{9-75}$$

因此，根据小孔节流压力和流量之间的关系，可得节流孔2的面积设计值 A_{02} 为

$$A_{02}=\frac{S_oV}{\varepsilon}\sqrt{\frac{\rho}{2p_{02}}}-A_{01} \tag{9-76}$$

同理，由式(9-76)可以发现，在油气弹簧初次开阀之后，所取的速度点 $V(V_{k1}<V<V_{k2})$不同，设计得到的节流孔2的面积 A_{02} 也不同。可以利用曲线拟合优化设计方法或黄金分割优化设计方法，对油气弹簧节流孔2的面积进行优化设计。如果采用，则根据油气弹簧的初次开阀速度点 V_{k1} 和最大开阀速度点 V_{k2}，可得油气弹簧节流孔2面积的黄金分割

优化设计速度点 V_{o2} 为

$$V_{o2}=V_{k1}+0.618(V_{k2}-V_{k1}) \tag{9-77}$$

将式(9-77)代入式(9-76)，便可以得到油气弹簧的节流孔2面积的黄金分割优化设计值为

$$A_{02}=\frac{S_0\ [V_{k1}+0.618(V_{k2}-V_{k1})]}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{\rho S_o}{2F_d}} \tag{9-78}$$

9.5.3 节流阀片式油气弹簧阀系参数设计

节流阀片式油气弹簧的工作原理如图9.5(a)所示。节流阀片安装在活塞上，环形节流阀片与阀体内腔之间有一环形节流缝隙。由于环形节流阀片大都采用多片阀片叠加，因此，节流阀片式油气弹簧阀系参数主要包括环形叠加节流阀片厚度、片数、环形节流缝隙大小和阀片调整垫圈厚度。根据油气弹簧设计所要求的阻尼特性曲线，利用油气弹簧速度、流量、节流压力和阀片变形之间的关系，可以对油气弹簧节流阀参数建立设计数学模型，利用曲线拟合优化设计方法或黄金分割优化设计方法，可实现对油气弹簧节流阀参数的优化设计。

1. 油气弹簧常通节流阀片厚度设计

节流阀片式油气弹簧节流阀的结构原理如图9.8所示。

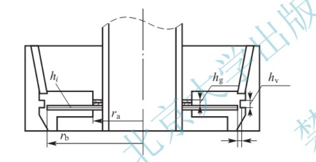


图9.8 节流阀片式油气弹簧节流阀结构原理图

在图9.8中，r_a 为环形节流阀片内半径(考虑安装位置之后的实际内半径)；r_b 为环形节流阀片外半径；h_i 为环形叠加节流阀片，$h_i(i=1, 2, \cdots, n)$；h_g 为节流阀片调整垫圈，为保证油气弹簧开阀速度点所设计的调整垫圈，其外半径等于节流阀片的内半径；h_v 为油气弹簧节流阀的阀口高度。

当油气弹簧运动速度小于开阀速度点 V_{k1} 时，节流压力小，节流阀片变形小于阀口高度 h_v，油气弹簧不开阀，此时，油气弹簧活塞上腔的油液流经活塞孔，然后流经节流阀片与阀体内径之间的环形节流缝隙到活塞下腔。当油气弹簧运动速度大于开阀速度点 V_{k1} 时，节流压力大，节流阀片变形大于阀口高度 h_v，油气弹簧开阀，环形节流缝隙随运动速度的增大而增加，此时，油气弹簧活塞上腔的油液流经活塞孔，然后流经节流阀片与阀体内径之间的环形节流缝隙到活塞下腔。因此，根据油气弹簧开阀的定义，以及油气弹簧设计所要求的在开阀速度点的阻尼特性，可对油气弹簧节流阀片厚度进行设计。

油气弹簧开阀时所要求的阻尼力为 F_{dk1}，因此，根据油气弹簧的承压面和设计所要求的阻尼力，可以得到节流阀片两侧的压差为

$$p_{k1}=\frac{F_{dk1}}{S_h}=\frac{F_{dk1}}{\frac{\pi}{4}(D_h{}^2-d_g{}^2)} \tag{9-79}$$

式中，F_{dk1} 为油气弹簧设计所要求的在开阀速度点时的阻尼力数值；S_h 为油气弹簧在复原行程的承受压面积，是由油气弹簧活塞杆与活塞缸筒之间的环形面积所决定的，$S_h=\frac{\pi}{4}$

$(D_h^2-d_g^2)$；D_h 为活塞缸筒内径；d_g 为活塞杆直径。

设环形节流阀片的厚度为 h，内半径为 r_a，外半径为 r_b，根据式(9-17)可得，环形节流阀片在均布压力 p_{k1} 下的最大挠度 f_{max} 可表示为

$$f_{max}=G_{r_b}\frac{p_{k1}}{h^3} \tag{9-80}$$

式中，G_{r_b} 为油气弹簧环形节流阀片在外半径处的变形长城系数；p_{k1} 为油气弹簧节流阀片在开阀速度点时所承受的节流压力。

根据油气弹簧开阀定义可知，当油气弹簧开阀时环形节流阀片的最大挠度 f_{max} 恰好等于阀片厚度，即

$$f_{max}=h \tag{9-81}$$

将式(9-81)代入式(9-80)，便可得到油气弹簧节流阀片厚度设计数学模型。

$$h=\sqrt[4]{G_{r_b}p_{k1}} \tag{9-82}$$

因此，将式(9-79)代入上式，节流阀片厚度设计数学模型可表示为

$$h=\sqrt[4]{\frac{4G_{r_b}F_{dk1}}{\pi(D_h^2-d_g^2)}} \tag{9-83}$$

根据叠加阀片等效厚度解析计算公式以及叠加阀片的等效拆分设计原则，可将原单片设计厚度 h 的阀片等效拆分为多片叠加阀片，h_1，h_2，…，h_n。设计的多片叠加节流阀片，其等效厚度应等于原单片设计厚度 h，且各叠加阀片所承受的应力满足应力强度条件，即

$$\sqrt[3]{h_1^3+h_2^3+\cdots+h_n^3}=h \tag{9-84}$$

如果设计的叠加阀片的厚度相等，即 $h_1=h_2=\cdots=h_n=h_i$，则所设计叠加阀片的片数 n 为

$$n=h^3/h_i^3 \tag{9-85}$$

而叠加阀片的物理厚度为各片叠加阀片厚度之和，即

$$h_T=\sum_{i=1}^{n}h_i \quad (i=1,2,\cdots,n) \tag{9-86}$$

2. 油气弹簧调整垫圈厚度 h_g 设计

由于叠加节流阀片的物理厚度之和为 h_T，因此需要设置调整垫圈，通过厚度为 h_g 的调整垫圈，可保证油气弹簧的开阀速度 V_{k1}，即在开阀速度 V_{k1} 时，油气弹簧阀片的最大挠度等于阀片的设计厚度 h。因此，油气弹簧调整垫圈的设计厚度 h_g 应该为

$$h_g=h_T-h=\sum_{i=1}^{n}h_i-h \tag{9-87}$$

油气弹簧调整垫圈的安装情况如图 9.9 所示，在节流阀片内侧加设适当厚度 h_g 的调整垫片。

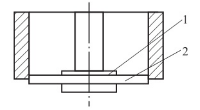


图 9.9 调节垫圈安装结构简图

1—调整垫片；2—节流阀片

由上可知，要保证油气弹簧的开阀速度点，调整垫圈的厚度 h_g 应该等于叠加节流阀片的物理厚度之和 $h_T=\sum_{i=1}^{n}h_i$，减去原单片设计厚度 h。

3. 油气弹簧常通节流缝隙 δ 设计

由图 9.9 可知，油气弹簧叠加节流阀片与阀体内壁之间形成了一环形节流缝隙 δ。如果调整垫圈实际设计厚度为 h_g，则油气弹簧环形节流缝隙的长度 l 为

$$l = h_T - h_g = \sum_{i=1}^{n} h_i - h_g \tag{9-88}$$

根据油液连续性定理，阀片两侧流量 $Q=VS_h$ 应与通过环形节流缝隙 δ 的流量相等，即

$$V_{k1} S_h = \frac{\pi D \delta^3 (1+1.5e^2) p_{k1}}{12 \mu_t l} \tag{9-89}$$

式中，D 为环形节流缝隙的直径，$D=2r_b$；δ 为所设计的油气弹簧环形节流缝隙大小；l 为环形节流缝隙的长度，$l=\sum_{i=1}^{n} h_i - h_g$；$\mu_t$ 为油液动力粘度，$\mu_t=\gamma\rho$，γ 为油液运动粘度；e 为环形节流缝隙的偏心率；p_{k1} 为油气弹簧开阀时环形节流缝隙两侧的节流压力。

因此，由式(9-89)可得油气弹簧节流缝隙 δ 的设计数学模型为

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{12 \mu_t l V_{k1} S_h}{\pi D (1+1.5e^2) p_{k1}}} \tag{9-90}$$

9.5.4 油气弹簧阀系参数设计实例

例如，某工程车辆，其单轮簧上质量 $m_u=1831$kg，悬架固有频率 $f_0=1.05$Hz，平安比 $\eta=1.20$，油气弹簧节流阀片的外半径 $r_b=40$mm，内半径 $r_a=27.5$mm，活塞缸筒的直径 $D_h=125$mm，活塞杆的直径 $D_g=95$mm，取悬架系统阻尼比 $\xi=0.25$。设计所得到的节流阀系参数分别为

节流阀片单片设计厚度 $h=0.43$mm；

叠加节流阀片厚度 $h_1=0.3$mm，片数 $n_1=3$，等效厚度 $h_e=0.4327$mm，物理厚度为 0.9mm；

节流缝隙 $\delta=0.136$mm；

调整垫圈厚度 $h_g=0.9-0.43=0.47$mm。

9.6 油气悬架特性试验及特性参数分析

9.6.1 油气悬架特性试验

油气弹簧的试验方法和步骤与筒式减振器的试验方法和步骤基本相同，加载的试验频率和幅值主要是根据油气弹簧的最大试验速度所决定的。油气弹簧试验之前，要对储能器(气室)充一定压力的氮气，充气压力主要是由车辆单轮簧上质量所决定的，并对油气弹簧的密封性进行试验。

由于油气弹簧的气室充有一定压力的气体(氮气)，因此，油气弹簧总阻力是由气室压力和节流阻尼力组成的。油气弹簧气室背压与油气弹簧运动位移有关，而节流阻尼力与油气弹簧运动速度有关，因此，油气弹簧阻力随油气弹簧运动位移和速度而变化。因此，试

验得到油气弹簧阻力随位移和速度的变化曲线与一般液压减振器所测得的特性曲线不同，其中，筒式减振器主要包含纯液压阻尼力，而油气弹簧试验测得的特性曲线不仅包含阻尼力，还包含气室压力，且气室压力占主要成分。因此，对于油气悬架特性试验，通过试验数据对特性参数分析是一项重要的工作。

油气弹簧特性参数分析主要包括阻力特性曲线、阻力速度特性曲线、气室压力、开阀速度点、阻尼力分析、阀系参数反求等。

9.6.2 油气悬架阻力及变化曲线

1. 油气弹簧所测阻力的组成

油气弹簧不论是在压缩行程还是在复原行程，其所测得的阻力 F_D都包含节流阻尼力、气室弹性力、惯性力和摩擦阻力，因此，油气弹簧所测得的阻力为

$$F_D=F_d+F_q+F_a+F_f \tag{9-91}$$

式中，F_d为油气弹簧的节流阻尼力；F_q为油气弹簧气室弹性力；F_a为油气弹簧运动惯性力；F_f为油气弹簧运动摩擦力。

如果忽略油气弹簧运动过程的摩擦力，即忽略摩擦力 F_f，则式(9-91)可表示为

$$F_D=F_d+F_q+F_a \tag{9-92}$$

2. 油气弹簧特性试验曲线

1）阻力随位移的变化曲线

利用拉压力传感器和位移传感器，可对油气弹簧在运动到不同位置时的阻力和位置进行测量，在一个试验周期 T 内，采样得到 $2n$ 个试验测试数据，其中，前 n 个试验测试数据是所得到的油气弹簧位移，而后 n 个试验测试数据是所测得的油气弹簧拉压力。油气弹簧的位移和阻力数组可分别表示为

$$\{x_i\}=[x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n] \tag{9-93}$$

$$\{F_{Di}\}=[F_{D1},\ F_{D2},\ \cdots,\ F_{Dn}] \tag{9-94}$$

根据油气弹簧特性试验所测得的 n 个位移和 n 个拉、压力试验测试数据，利用计算机程序可绘制出油气弹簧阻力 F_D 随位移 x 的变化曲线。

2）阻力随速度的变化曲线

由于试验所施加的激励位移信息号是正弦波，因此，油气弹簧的位移可表示为

$$x=A\sin(2\pi ft+\varphi_0) \tag{9-95}$$

式中，A 为激励位移幅值；f 为激励位移谐波信号频率；φ_0 为激励位移谐波信号的初始角。

对油气弹簧试验所测得的位移数组 $\{x_i\}$ 求最大值，便可求得油气弹簧试验的幅值，即

$$A=\max(\{x_i\}) \tag{9-96}$$

利用采样所得到的第1个位移试验数据 x_1，即时间 $t=0$ 时所测得的位移，可求得油气弹簧激励位移谐波信号的初始角 φ_0，即

$$\varphi_0=\arcsin\left(\frac{x_1}{A}\right) \tag{9-97}$$

根据油气弹簧的谐波位移信号式(9-95)，求导可求得谐波激励速度为

$$V=\dot{x}=2\pi fA\cos(2\pi ft+\varphi_0) \tag{9-98}$$

如果试验所施加的位移激励信号频率为 f，则一个采样时间周期 T 为

$$T=\frac{1}{f} \tag{9-99}$$

在一个采样时间周期 T 内，采集 n 组位移数据，因此，采样时间间隔 Δt 为

$$\Delta t=\frac{T}{n} \tag{9-100}$$

因此，在第 $i\Delta t$ 时间处所采集的位移及在该时间处的速度可分别表示为

$$x_i=A\sin(2\pi fi\Delta t_i+\varphi_0) \quad (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n) \tag{9-101}$$

$$V_i=2\pi fA\cos(2\pi fi\Delta t+\varphi_0) \quad (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n) \tag{9-102}$$

将式(9-97)和式(9-100)代入式(9-102)，便可得到油气弹簧在第 i 个位移位置 x_i 点处的速度 $V_i(i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$，因此，油气弹簧的速度数组，可表示为

$$\{V_i\}=[V_1,\ V_2,\ \cdots,\ V_n] \tag{9-103}$$

利用所测得的油气弹簧阻力数组 $\{F_{Di}\}$ 和式(9-103)所得到的速度数组 $\{V_i\}$，通过计算机程序，便可得到油气弹簧阻力 F_D 随速度 V 的变化曲线。

例如，对所设计油气弹簧进行了室内阻力特性试验。试验加载幅值为±40mm，频率为 1.0Hz，最大测试速度 $V_{max}=0.25$m/s，试验所测得的阻力 F_D 随位移 x 和速度 V 的变化曲线分别如图 9.10 和图 9.11 所示。

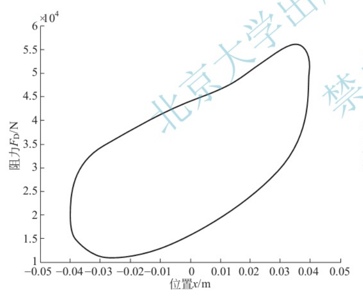


图 9.10 阻力 F_D 随位移 x 的变化曲线(示功图)

图 9.11 阻力 F_D 随速度 V 的变化曲线

3）阻力随时间的变化曲线

根据油气弹簧试验的时间序列或时间数组 $\{t_i\}=[0,\ \Delta t,\ 2\Delta t,\ \cdots,\ (n-1)\Delta t]$ 和所测得的阻力数组 $\{F_{Di}\}$，利用计算程序可绘制出油气弹簧阻力随时间的变化曲线，如图 9.12 所示。

根据阻力随位移的变化曲线可知：位移增大，阻尼力增大，位移减小，阻力减小。因为压缩阻力增大，因此，现在测量规定的位移方向是：压缩位移为正，复原拉伸是负值。

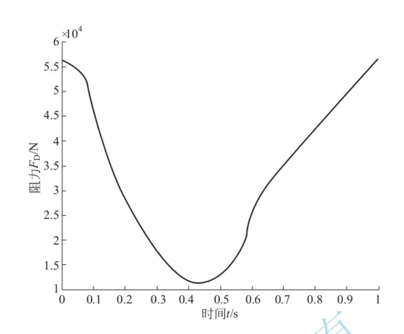


图 9.12 阻力 F_D 随时间 t 的变化曲线

9.6.3 油气悬架惯性力及变化曲线

1. 活塞杆加速度

根据式(9-102)，通过对速度求导，可求得在第 $i\Delta t$ 时间处的加速度为

$$a_i=\dot{V}_i=-2\pi^2 f^2 A\sin(2\pi f i\Delta t+\varphi_0)\quad(i=1,2,\cdots,n)\tag{9-104}$$

将式(9-97)和式(9-100)代入式(9-104)，便可得到油气弹簧在第 i 个位移位置 x_i 点处的加速度 $a_i(i=1，2，\cdots，n)$，因此，油气弹簧的加速度数组可表示为

$$\{a_i\}=[a_1, a_2, \cdots, a_n]\quad(i=1,2,\cdots,n)\tag{9-105}$$

2. 活塞杆惯性力

设油气弹簧活塞及活塞杆的总质量为 m_p，因此根据式(9-104)，可求得在第 $i\Delta t$ 时间处的惯性力为

$$F_{ai}=m_p a_i=-m_p 2\pi^2 f^2 A\sin(2\pi f i\Delta t+\varphi_0)\quad(i=1,2,\cdots,n)\tag{9-106}$$

式中，m_p 为油气弹簧活塞及活塞杆的总质量。

将式(9-97)和式(9-100)代入式(9-106)，便可得到油气弹簧活塞及活塞杆在第 i 个位移位置 x_i 点处的惯性力 $F_{ai}(i=1，2，\cdots，n)$，因此，油气弹簧活塞及活塞杆的惯性力数组，可表示为

$$\{F_{ai}\}=[F_{a1}, F_{a2}, \cdots, F_{an}]\quad(i=1,2,\cdots,n)\tag{9-107}$$

根据油气弹簧位移数组 $\{x_i\}$ 和速度数组 $\{V_i\}$ 以及惯性力数组 $\{F_{ai}\}$，利用计算机程序可绘制出油气弹簧活塞及活塞杆惯性力随位移和速度的变化曲线。

例如上述试验油气弹簧，其活塞及活塞杆的总质量为 m_p，在试验运动过程中，其油气弹簧活塞及活塞杆惯性力随位移和速度的变化曲线分别如图 9.13 和图 9.14 所示。

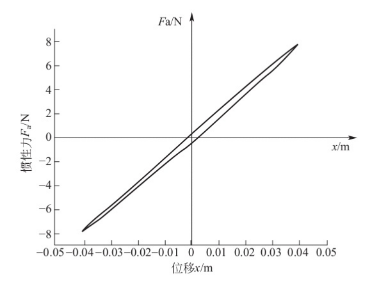


图 9.13　活塞及活塞杆惯性力 F_a 随位移 x 的变化曲线

图 9.14　活塞及活塞杆惯性力 F_a 随速度 V 的变化曲线

9.6.4　油气悬架气室压力及变化曲线

1. 最大压缩位置的最大气室压力 P_{qmax}

油气弹簧在最大压缩位置时，气室压力达到最大，速度为零，摩擦力等于零，加速度最大，惯性力最大。此时油气弹簧的油液节流压力等于零，即油液节流阻尼力 $F_d=0$。因此，在最大压缩位置所测得的阻力 F_{Dmax} 由气室最大压力和惯性力组成。

$$F_{Dmax}=P_{gmax}S_g+F_{amax} \tag{9-108}$$

式中，F_{Dmax} 为油气弹簧在最大压缩位置时所测得的阻力；P_{gmax} 为最大压缩位置气室最大压力；S_g 为活塞杆的截面积；F_{amax} 为油气弹簧活塞杆的最大惯性力，$F_{amax}=-a_{max}m_p$。

因此，油气弹簧在最大压缩位置的最大气室压力 P_{gmax} 为

$$P_{gmax}=\frac{F_{Dmax}-F_{amax}}{S_g} \tag{9-109}$$

2. 最大复原位置的最小气室压力 P_{gmin}

根据试验数据的分析，位移以向下方向为正，即压缩为正，因此，复原位移为负值。当油气弹簧在最大复原位置时，气室压力也达到最小，速度等于零，加速度最大，惯性力也达到最大值。在最大复原位置处油气弹簧的速度为零，油液节流压力也等于零，因此，在最大复原位置所测得的阻力 F_{Dmin} 由气室最大压力和惯性力组成，即

$$F_{Dmin}=P_{gmin}S_g-F_{amax} \tag{9-110}$$

式中，F_{Dmin} 为油气弹簧在最大复原位置时所测量得到的阻力；P_{gmin} 为最大复原位置时的气室最小压力。

因此，由式(9-110)可得油气弹簧在最大复原位置的最小气室压力为

$$P_{gmin}=\frac{F_{Dmin}+F_{amax}}{S_g} \tag{9-111}$$

3. 平衡位置的气室压力 P_{g0}

油气弹簧在平衡位置时的气室压力即油气弹簧在试验安装完毕后，不实际激励运动时

的气室背压。如果是安装在车辆上，就是车辆在平衡位置时，油气弹簧气室的压力。

由于油气弹簧气室压力与油气弹簧的运动位移有关，因此，当油气弹簧作正弦规律运动时，气室压力也将跟随油气弹簧的运动位移规律，作正弦规律变化。油气弹簧在最大压缩位置的最大气室压力和在最大复原位置的最小气室压力的平均值，就为油气弹簧在平衡位置的气室压力，即

$$P_{g0}=\frac{F_{Dmax}+F_{Dmin}}{2S_g} \tag{9-112}$$

式中，P_{gmax}为利用试验所测得数据分析计算得到的油气弹簧在最大压缩位置时的气室最大压力；P_{gmin}为油气弹簧在最大复原位移时的气室最小压力。

例如，对于上述试验油气弹簧，通过分析得到在最大压缩位置的气室最大压力P_{gmax}、最大复原位置的气室最小压力P_{gmin}和油气弹簧在平衡位置的气室压力P_{g0}分别为

压缩位置气室最大压力　　　$P_{gmax}=7.175\text{MPa}$；

复原位置气室最小压力　　　$P_{gmin}=3.2212\text{MPa}$；

平衡位置气室平均压力　　　$P_{g0}=5.1981\text{MPa}$。

4. 气室压力变化的幅值

最大压缩位置的气室最大压力P_{gmax}与在平衡位置时的气室压力P_{g_0}之差，即为气室压力的变化幅值A_P，即

$$A_P=P_{gmax}-P_{g0} \tag{9-113}$$

式中，A_P为油气弹簧气室压力变化幅值；P_{gmax}为在最大压缩行程时的气室最大压力；P_{g0}为油气弹簧在静平衡位置时的气室压力。

将式(9-109)和式(9-112)代入上式，可以得到油气弹簧气室压力的变化幅值为

$$A_P=\frac{F_{Dmax}-F_{Dmin}}{2S_g} \tag{9-114}$$

式中，F_{Dmax}为油气弹簧在最大压缩位移时所测得的最大阻力值；F_{Dmin}为油气弹簧在最大复原位置时所测得的最小阻力值；S_g为油气弹簧活塞缸筒的截面积。

5. 在平衡位置的气室高度和容积

利用在最大位移和平衡位置处的压力，可以确定出油气弹簧在平衡位置时的气室高度。因此，当油气弹簧压缩达到最大时，气室的容积减少到最小，压力达到最大。

设气室在平衡位置的高度为H_0，油气弹簧气室缸筒的内径面积为S_q，当油气弹簧压缩达到最大幅值A时，气室的容积将减少为$(H_0-A)S_q$。当气室气体看作理想气体时，气室的气体压力和容积的关系可表示为

$$H_0S_qP_{g0}=(H_0-A)S_qP_{gmax} \tag{9-115}$$

式中，S_q为气室缸筒的内腔面积；A为油气弹簧试验的最大运动幅值；P_{gmax}为在最大压缩位移时的气室最大压力；H_0为气室在平衡位置的高度。

因此，由式(9-115)可得油气弹簧在平衡位置的气室高度为

$$H_0=\frac{AP_{gmax}}{(P_{gmax}-P_{g0})} \tag{9-116}$$

式(9-116)油气弹簧在静平衡位置时的气室高度，乘以气室内腔的截面积S_q，便可得

到油气弹簧在静平衡位置时的容积 V_{q0}，即

$$V_{q0}=H_0S_q=\frac{AS_qP_{gmax}}{(P_{gmax}-P_{g0})} \tag{9-117}$$

6. 气室压力及变化曲线

对于该试验油气弹簧，由位移曲线和阻力曲线可知，压缩行程位移为正值，复原行程位移为负值。当油气弹簧压缩(正)到位置 x 时，气室容积减少，压力增大。当油气弹簧位移为 x 时，气室活塞位置变化量 x_P 为

$$x_P=\frac{S_g}{S_q}x \tag{9-118}$$

式中，S_q为气室内腔的截面积；S_g为活塞杆的面积，其中，$S_g>S_q$。

因此，油气弹簧位移为 x 时的气室的压力为

$$P_q=\frac{H_0}{H_0-x_P}P_{q0} \tag{9-119}$$

将式(9-118)代入上式，便可得到在油气弹簧活塞运动位置时的气室压力，即

$$P_q=\frac{S_qH_0}{H_0S_q-S_gx}P_{q0} \tag{9-120}$$

油气弹簧活塞的运动位置的变化使油气弹簧气室的压力发生变化。当活塞运动离开平衡位置 x 时，气室压力的变化量为

$$\Delta P_q=P_q-P_{q0}=\frac{S_gx}{H_0S_q-S_gx}P_{q0} \tag{9-121}$$

式中，H_0为油气弹簧在静平衡位置时的气室高度；x 为油气弹簧活塞的运动位置。

图 9.15 和图 9.16 所示分别是油气弹簧气室压力随位移和速度的变化曲线。

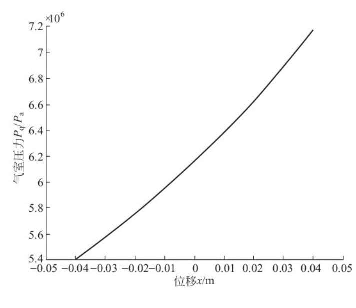


图 9.15 气室压力随位移的变化曲线

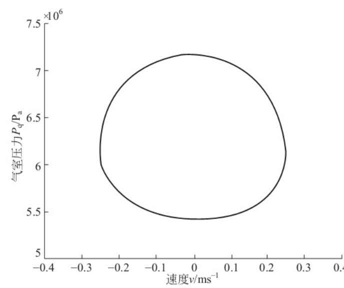


图 9.16 气室压力随速度的变化曲线

油气弹簧气室压力 P_q 随时间的变化曲线如图 9.17 所示。

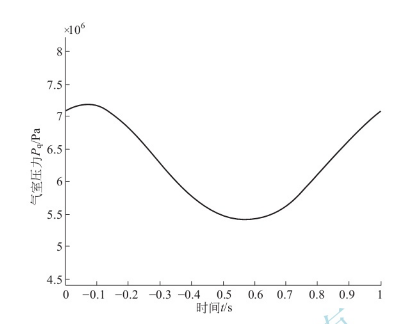


图 9.17　气室压力随时间的变化曲线

9.6.5　油气悬架油液节流阻尼力及变化曲线

由式(9－92)可知，在不考虑活塞杆摩擦力的情况下，试验所测得的油气弹簧阻力 F_D 可看作是由油液节流阻尼力 F_d、油气弹簧气室弹性力 F_q 和活塞杆惯性力 F_a 叠加而成的，即 $F_D=F_d+F_q+F_a$。其中，气室弹性力 F_q 和惯性力 F_a 不消耗能量，只是将车身上下振动的能量转换为油气弹簧的气室弹性势能和活塞杆的动能，真正对车辆起减振作用的主要是油液节流阻尼力 F_d。

因此，对油气弹簧的阻尼特性进行分析，必须对试验数据进行分析，得到真正对车辆起减振作用的油气弹簧油液所产生的节流阻尼力 F_d。将油气弹簧试验测得的总阻力 F_D，减去油气弹簧气室弹性力和活塞杆惯性力，便可得到油气弹簧油液节流阻尼力 F_d，即

$$F_d=F_D-F_q-F_a \tag{9-122}$$

式中，F_q 为油气弹簧气室弹性力；F_a 为油气弹簧活塞及活塞杆的惯性力。

当油气弹簧运动到 x 位置时，其气室弹性力 F_q 可通过气室压力(式(9－120))与油气弹簧活塞杆截面积 S_g 的乘积得到，即

$$F_q=P_qS_g=\frac{S_qH_0P_{q0}S_g}{H_0S_q-S_gx} \tag{9-123}$$

式中，S_g 为油气弹簧活塞杆截面积。

将油气弹簧试验所测得的位移数组 $\{x_i\}=[x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n]$ 代入上式便可得油气弹簧气室弹性力数组 $\{F_{qi}\}$，即

$$\{F_{qi}\}=[F_{q1},\ F_{q2},\ \cdots,\ F_{qn}] \tag{9-124}$$

因此，将试验测得的油气弹簧阻力数组 $\{F_{Di}\}$ 和分析得到的油气弹簧活塞杆惯性力数组 $\{F_{ai}\}$，以及由式(9－122)所得到的油气弹簧气室弹性力数组 $\{F_{qi}\}$，代入式(9－122)便可得到油气弹簧的油液节流阻尼力数组 $\{F_{di}\}$，即

$$\{F_{di}\}=\{F_{Di}-F_{qi}-F_{ai}\}=[F_{d1},\ F_{d2},\ \cdots,\ F_{dn}] \tag{9-125}$$

根据式(9－125)及油气弹簧位移数组 $\{x_i\}$ 和速度数组 $\{V_i\}$，利用计算机程序便可得到油气弹簧油液节流阻尼力随位移和速度的变化曲线。

例如，对于上述试验油气弹簧，其油液节流阻尼力随相对运动位移 x 和相对运动速度 V 的变化曲线分别如图 9.18 和图 9.19 所示。

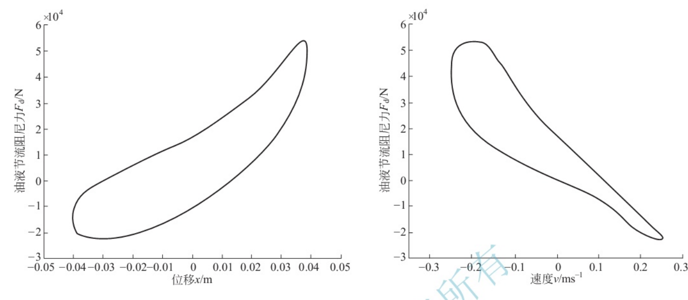


图 9.18 油液节流阻尼力随位移的变化曲线　　**图 9.19 油液节流阻尼力随速度的变化曲线**

油气弹簧油液节流阻尼力随时间的变化曲线如图 9.20 所示。

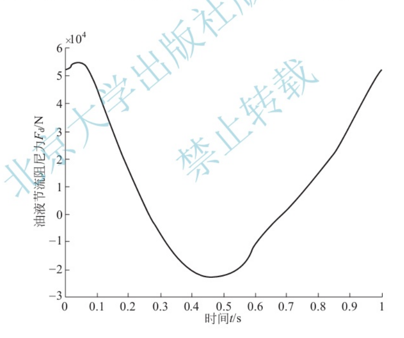


图 9.20 油液节流阻尼力随时间的变化曲线

9.6.6 油气悬架油阻尼特性分析

由图 9.19 可知，油气弹簧具有很好的非线性特性，其油液节流阻尼力随速度的变化曲线是回归线，在相同速度下节流阻尼力的平均值可看作是油气弹簧在该速度下的平均阻尼力。油气弹簧的复原行程(速度小于零)的油液节流阻尼力大于压缩行程(速度大于零)的油液节流阻尼力，且压缩行程的最大节流阻尼力是复原行程最大节流阻尼力的 0.35 左右，即油气弹簧的双向比接近 1/3。油气弹簧的复原行程阻尼系数 $C_{df}=218\text{kN/ms}^{-1}$，而压缩行程的阻尼系数为 $C_{dy}=94\text{kN/ms}^{-1}$。

小　　结

油气悬架将油液阻尼和气体弹簧组合在一起，具有良好的非线性特性，能很好地满足车辆的平顺性和安全性要求，已经被广泛应用到装甲车辆和工程车辆上。本章介绍了油气悬架研究发展的状况，油气悬架的类型、结构和工作原理，以及油气悬架的特点和应用领域；介绍了油气悬架设计的基本理论，包括油液的特性、气室压力和容积变化规律，油液节流压力分析计算、阀片最大变形和应力计算，以及车辆悬架最佳阻尼特性匹配数学模型；介绍了油气悬架气室初始压力及节流阀参数解析设计，包括油气弹簧气室初始充气压力设计、节流孔式油气弹簧阀系参数设计、节流阀片式油气弹簧阀系参数设计，并通过实例对油气弹簧阀系参数设计进行了讲解；最后介绍了油气悬架特性试验及特性参数分析，包括油气悬架特性试验、油气悬架阻力及变化曲线、油气悬架气室压力及变化曲线、油气悬架油液节流阻尼力及变化曲线，以及油气悬架油阻尼特性分析。

第 10 章

半主动悬架设计及控制

10.1 主动悬架及其分类

10.1.1 主动悬架的定义

传统悬架系统的刚度和阻尼是按经验或优化设计的方法确定的，根据这些参数设计的悬架结构，在汽车行驶过程中，其性能是不变的，也是无法进行调节的，使汽车行驶平顺性和乘坐舒适性受到一定影响。故称传统的悬架系统为被动悬架系统。如果悬架系统的刚度和阻尼特性能根据汽车的行驶状况(车辆的运动状态和路面状况等)进行动态自适应调节，使悬架系统始终处于最佳减振状态，则称为主动悬架。

10.1.2 主动悬架的分类

主动悬架系统按其是否包含动力源可以分为全主动悬架(有源主动悬架)和半主动悬架(无源主动悬架)系统两大类，如图 10.1 所示。

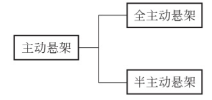


图 10.1 主动悬架分类框图

1. 全主动悬架

全主动悬架根据汽车的运动状态和路面状态，适时地调节悬架的刚度和阻尼，使其处于最佳减振状态。它是在被动悬架(弹性元件、减振器、导向装置)中附加一个可控作用力的装置。通常由执行机构、测量系统、反馈控制系统和能源系统 4 部分组成。执行机构的作用是执行控制系统的指令，一般为发生器或转矩发生器(液压缸、气缸、伺服电动机、电磁铁等)。测量系统的作用是测量系统的各种状态，为控制系统提供依据，包括各种传感器。控制系统的作用是处理数据和发出各种控制指令，其核心部件是电子计算机。能源系统的作用是为以上各部分提供能量。

2. 半主动悬架

半主动悬架不考虑改变悬架的刚度，而只考虑改变悬架的阻尼，因此它无动力源且只由可控的阻尼元件组成。由于半主动悬架结构简单，系统性能稳定，工作时几乎不消耗车辆动力，而且还能获得与全主动悬架相近的性能，故有较好的应用前景。

10.1.3 主动悬架的控制功能

汽车主动悬架控制功能主要包括车速路面感应控制、车身姿态控制和车身高度控制。

1. 车速路面感应控制

车速路面感应控制主要随着车速和路面的变化改变悬架的刚度和阻尼，使之处于“软”或运动模式。每种模式按照刚度和阻尼的大小依次有低、中、高 3 种状态。在“软”模式中，悬架经常处于低刚度和低阻尼的低状态，在运动模式中，悬架经常保持在中状态。按照两种不同的控制模式，悬架由微型计算机(简称微机)控制在 3 种状态之间，根据车速和路面的变化情况自动地调整悬架刚度和阻尼系数，使车身的振动维持在可能达到的最佳值。

车速路面感应控制具有 3 种控制功能，即高速感应控制、前后车轮关联感应控制和坏路面感应控制。其控制逻辑见表 10－1。

表 10－1 车速和路面感应控制逻辑

功能	工况	悬架刚度和阻尼	
		软模式	运动模式
		低 中 高	低 中 高
高速感应	车速≥110km/h	○→⊙	⊙
前后车轮关联感应	30km/h≤车速≤80km/h，车高在 0.03s 内突变	○	○←⊙
坏路面感应	40km/h≤车速≤100km/h，车高在 0.5s 内大幅度变化	○→⊙	⊙
	车速>100km/h，车高在 0.5s 内多次大幅度变化	○→⊙→●	⊙→●

1) 高速感应控制功能

当车速大于 110km/h 时，微机根据车速传感器信号，经过分析后发出指令改变悬架的刚度和阻尼。若驾驶员选择的是“软”模式，则悬架的刚度和阻尼自动从低状态进入中状态；若选择的是运动模式，则悬架仍稳定在中状态不变，以提高车辆高速行驶时的操纵稳定性。当车速降低后，悬架又回到软模式的经常保持状态。

2) 前后车轮关联感应控制功能

车速在 30～80km/h 范围时，若前轮遇到障碍时，安装在汽车前部的车身高度传感器将脉冲信号送给微机，微机经过分析后发出指令，使悬架改变刚度、阻尼等参数。如果驾

驶员选择的是“软”模式，则后轮的悬架保持在低状态；如果选择的是运动模式，则后轮悬架从中状态进入低状态，从而提高汽车的乘坐舒适性。当后轮越过障碍后，悬架又回到选定模式的经常保持状态。

但是当车速很高时，若悬架太软则车轮遇到冲击时，汽车容易失去操纵稳定性，所以当车速超过 80km/h 以后，无论选择何种模式，悬架参数都应保持在中状态不变。

3）坏路面感应控制功能

当汽车突然驶入坏路面时，为了抑制突然产生的车身纵向角振动，应加大悬架的刚度和阻尼。

汽车以 40～100km/h 速度突然驶上坏路面时，车身高度传感器会立刻给出周期小于 0.5s 的车高变化信号。微机分析车速传感器和车高传感器的信号后发出指令，如果驾驶员选择的是“软”模式，则悬架从低状态进入中状态；如果选择的是运动模式，则悬架保持中状态。

当汽车以 100km/h 以上速度行驶在坏路面时，如果选择的是运动模式，则悬架从中状态进入高状态。

2. 车身姿态控制

车身姿势控制主要是指车速和转向急剧变化时，对车身姿态进行控制，以保证汽车的乘坐舒适性和稳定性。这种控制包括 3 种控制功能，即转向时的车身侧倾控制、制动时的车身点头控制和起步时的车身俯仰控制。车身姿态控制逻辑见表 10－2。

表 10－2　车身姿态控制逻辑

功　能	工　况	悬架刚度和阻尼					
		软模式			运动模式		
		低	中	高	低	中	高
抑制侧倾	急转弯，急打方向盘	○	⊙ →	●	⊙	→	●
抑制点头	车速≥60km/h 的制动	○ →		●	○	→	●
抑制俯仰	车速≤20km/h 的突然加速	○ →	⊙		○	→	●

1）抑制转向时车身侧倾

在急转向情况下，应增加悬架的刚度和阻尼，以减少车身的侧倾。当驾驶员突然打转向盘时，安装在转向器上的转向传感器把检测到的转向盘转角及其变化速度传给微机，微机对悬架发出指令，通过执行元件使悬架刚度和减振器阻尼力转换到高状态。如果悬架处于“软”模式，则从中状态或低状态直接进入高状态。如果悬架处于运动模式，则从中状态进入高状态。

2）抑制制动时车身点头

在紧急制动时，应该增加悬架的刚度和阻尼，以减少车身的点头。在车速高于 60km/h 的情况下突然踏制动踏板时，车速传感器发出的相应车速信号和制动开关发出的阶跃信号同时传给微机，微机向悬架发出指令。若此时悬架处于“软”模式，则从低状态直接进入高状态；若悬架处于运动模式，则从低状态进入高状态，以抑制车身前部的俯仰。

3）抑制起步时车身俯仰

当突然起步或在低速情况下突然加速时，应增加悬架的刚度和阻尼，以抑制车身

的俯仰。在车速低于 20km/h 的情况下突然踏加速踏板，加速度大时，节气门开度传感器的信号和相应的车速信号传给微机，微机向悬架发出指令。如果此时悬架处于“软”模式，则从低状态进入中状态。如果这时处于运动模式，则从低状态进入高状态。

3. 车身高度控制

车身高度控制分为常规和高两种控制模式，每种控制模式按车身的高度从低到高的顺序又分为低、中、高 3 种状态。在常规模式中，车身高度经常处于中状态，而在高模式中，车身高度经常处于高状态。

在通常情况下，车身高度不受乘员人数和装载质量变化的影响，由微机控制保持在所选择模式的经常状态高度。在高速行驶或连续坏路面行驶时，车身高度根据选择的不同模式，由微机控制在低、中、高 3 种状态之间自行调节，使汽车经常处于稳定行驶状态。这种控制包括高速感应控制和连续坏路面行驶控制两种控制功能。车身高度的控制逻辑见表10－3。

表 10－3　车身高度控制逻辑

功　能	工　况	悬架刚度和阻尼					
		常规模式			高模式		
		低	中	高	低	中	高
高速感应	车速≥90km/h	○ ←	⊙			⊙ ←	●
连续坏路面感应	40km/h≤车速≤90km/h，车高持续在 2.5s以上大幅度变化		⊙ →	●		●	
	车速>100km/h，车高在 0.5s 内多次大幅度变化		⊙			⊙ ←	●
	车速<40km/h		⊙			●	

1）高速感应控制

当车速超过 90km/h 时，为减少风阻，提高稳定性，应该降低车身的高度，此时微机发出指令使悬架动作。若悬架处于常规模式，则车身高度从中状态降至低状态。如果处于高模式，车身高度从高状态降至中状态。

2）连续坏路面行驶控制

连续坏路面行驶时，应该提高车身高度，以避免悬架弹簧被压死，车身直接承受来自车轮的冲击，同时提高汽车的通过性能。当车身高度传感器向微机给出连续 2.5 s 以上的车高大幅度变化信号，车速在 40～90km/h 时，若悬架处于常规模式，则车高从中状态升至高状态。若处于高模式，则车身高度维持在高状态不变。

当车身高度传感器给出同样的信号，而车速高于 90km/h 时，应优先考虑整车的行驶稳定性。因此，如果悬架处于常规模式，则车高维持在中状态不变。如果悬架处于高模式，则车高从高状态降至中状态。当车速小于 40km/h 时，车身高度则完全由驾驶员选择，选择常规模式时，车身高度处于中状态；选高模式时，车身高度处于高状态。

另外，还具有驻车时的车高控制功能。当汽车处于驻车状态时，为了使车身外观平衡，保持良好的驻车姿势，在点火开关断开后，微机即发出指令，使车身高度处于常规模式的低状态。

10.2　半主动悬架及设计

10.2.1　半主动悬架的分类

半主动悬架系统除了少量的开启电液阀的能量以外，几乎不需要外加能源，研究表明，只要恰当地选择控制逻辑，半主动阻尼器就可以达到像主动减振器一样的减振效果。半主动悬架按阻尼级有无可以分成有级式和无级式两种，如图10.2所示。

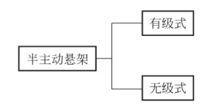


图10.2　半主动悬架分类框图

1. 有级式半主动悬架

有级式半主动悬架是将悬架系统中的阻尼分为两级、三级或更多级，可由驾驶员选择或根据传感器信号自动进行选择悬架所需要的阻尼级。也就是说，可以根据路面条件(好路或坏路)和汽车的行驶状态(转弯或制动)等来调节悬架的阻尼级，使悬架适应外界环境的变化，从而可以较大幅度地提高汽车的行驶平顺性和操纵稳定性。

半主动悬架中的三级阻尼可调减振器的旁路控制阀是由调节电动机来带动阀芯转动的，使控制阀孔具有关闭、小开和大开3个位置，产生3个阻尼值。该减振器应用于OPEL SENTOR和OPELGA轿车上。

前人基于天棚阻尼的概念发明了半主动阻尼器，并应用于生产，但对悬架性能的改善是极其有限的。后来，有人提出了开关控制的半主动悬架，它能产生较大的阻尼力，这种悬架已应用到实车上，其后又有人在半主动悬架控制中引入了此方法，并改进了控制算法的稳定性。日产公司研制了一种声纳式半主动悬架，它可通过声呐装置预测路面信息，悬架减振器有柔和、适中和稳定3种选择状况。随后有研究人员利用了电流变和磁流体作为工作介质，研究了新型的半主动悬架系统。

2. 无级式半主动悬架

无级式半主动悬架根据汽车行驶的路面条件和行驶状态，对悬架系统的阻尼在几毫秒内有最小变到最大进行无级调节。无级半主动微处理器从速度、位移、加速度等传感器处接收到信号，计算出系统相应的阻尼值，并发出控制指令给步进电动机，经阀杆调节阀门，使其改变节流孔的通道节面积，从而改变系统的阻尼。该系统虽然不必外加能源装置，但所需传感器较多，故成本仍较高。

10.2.2　半主动悬架可控减振器

目前，半主动悬架研究主要集中在调节减振器的阻尼系数方面，即将阻尼可控减振器作为执行机构，通过传感器检测到汽车行驶状况和道路条件的变化以及车身的加速度，由ECU根据控制策略发出脉冲控制信号实现对减振器阻尼系数的有级可控和无级可控。可

控减振器的分类框图如图 10.3 所示。

1. 有级可控减振器

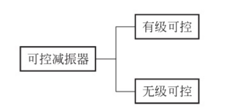


图 10.3 可控减振器分类框图

有级可调减振器阻尼在 3 挡之间快速切换，切换时间通常为几毫秒，有级可调减振器实际上是在减振器结构中采用较为简单的控制阀使通流面积在最大、中等或最小之间进行有级调节。有级可调减振器通过减振器顶部的电机控制旋转阀的旋转位置使减振器的阻尼在软/中/硬 3 挡之间变化，有级可调减振器的结构及其控制系统相对简单，但在适应汽车行驶工况和道路条件的变化方面有一定的局限性，有级可调减振器的设计关键是发展先进的阀技术，增加阻尼变化的挡数、缩短切换时间，从而使复杂的控制策略应用成为可能，以进一步提高悬架的控制品质。

2. 无级可控减振器

无级可控减振器的阻尼调节可采取以下几种方法。

(1) 节流孔径调节。通过步进电机驱动减振器的阀杆连续调节减振器的通流面积来改变阻尼节流阀或其他形式的驱动阀来实现节流压力调节。这类减振器的主要问题是节流阀结构复杂，制造成本高。

(2) 减振液黏性调节。使用黏性连续可控的新型的功能材料电流变或磁流变液体作为减振液，从而实现阻尼无级变化，电流变液体在外加电场作用下，其流变材料性能(如剪切强度、表观黏度等)会发生显著的变化，将这种电流装入减振器并在内外筒之间加上电场通过改变电场强度使电流液体的黏度改变，从而改变减振器的阻尼力。由于电流变减振器的阻尼可随电场强度的改变而连续变化，这无疑是一个较好的选择。

但电流变液体存在较多问题，其电致屈服强度小，温度工作范围不宽，零电场黏度偏高，悬浮液中固体颗粒与基础液体之间比重相差较大、容易分离，沉降稳定性差，对杂质敏感等难以适应电流变减振器长期稳定工作的需要。

要使电流变减振器响应迅速、工作可靠，必须解决以下几个问题：设计一个体积小、重量轻，能任意调节的高压电源；为保证电流变液体的正常工作温度必须设计一个散热系统；充装电流变液体时，要保证无污染；性能优良的电流变液体；高压电源的绝缘与封装。

电流变减振器在国外已有一些产品问世。如德国的商业电流变液与电流变减振器及美国的相关产品等。磁流变液体是指在外加磁场的作用下，流变材料性能发生急剧变化的流体，将磁流变液体装入磁流变减振器通过控制磁场强度，可实现磁流变减振器阻尼的连续、无级可调。磁流变可控减振器如图 10.4 所示。

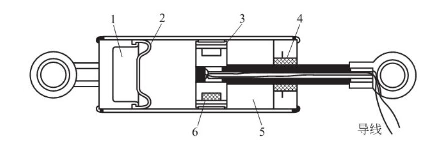


图 10.4 磁流变减振器

1—储能器(内充氮气，压力 2MPa)；2—膜片；3—环形节流孔；4—油封；5—磁流变液；6—线圈

磁流变减振器的阻尼力是液体通过磁流变液式阻尼器活塞速度的函数，当线圈中通有不同的电流值时，可获得不同的阻尼力值，如图 10.5 所示。

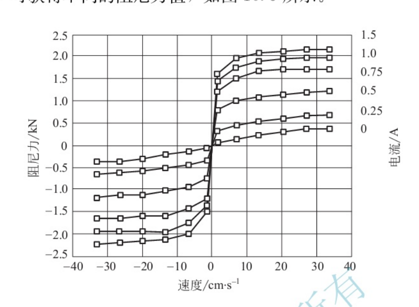


图 10.5　磁流变减振器的性能曲线

磁流变减振器具有电流变减振器同样的特点，响应比电流变减振器要慢，主要是磁流变液体的磁化和退磁需要时间。磁流变减振器通常采用活塞缸结构，磁流变液的通路由位于活塞上的阻尼孔或单独的旁路构成。在磁流变液的通路上施加磁场，按结构可分为单出杆活塞缸结构和双出杆活塞缸结构。

单出杆活塞缸结构设计的磁流变减振器已用于大型载重汽车司机座椅半主动悬架减振系统。磁流变液体存在的问题是响应时间长、结构比较笨重、流变性能和稳定性还需要改进。

目前成功开发的电流变液体与磁流变液体的特性，从材料特性上看它们都能满足汽车工作要求，但在屈服应力、温度范围、塑性黏度和稳定性等性能方面，磁流变液体强于电流变液体，这也是选用磁流变液体作为半主动悬架系统减振器的减振液的主要因素。其最主要的问题是实现电源以及降低减振器内液体紊流产生的噪声十分困难。

10.2.3　可控减振器驱动方式

可控减振器驱动方式有转阀方式、旁路阀方式、压电驱动方式、磁场控制的磁流变方式和永磁直流直线伺服电机驱动方式等。

转阀方式是指由控制器单元发出的信号经处理驱动步进电机从而驱动转动阀转动，改变减振器阻尼孔的大小，产生符合系统要求变化的阻尼力。

旁路阀方式是指由电磁阀根据控制器单元发出的信号开关打开磁阀相当于在油路中增加一个节流孔，从而改变总的阻尼孔的面积，产生符合系统要求的有级变化的阻尼力。

压电驱动方式是指在减振器的活塞杆内，安装压电执行器和压电传感器。压电执行器由 88 个压电元件叠加而成，在直流电压作用下压电元件会伸长，该位移经位移放大室放大到可以打开转换阀，形成分流油路，从而获得小阻尼。利用压电传感器可将前轮减振器检测到的路面情况传给电控单元，控制后轮减振器的阻尼。

磁场控制的磁流变方式是指利用电控单元发出的电压或电流信号控制磁流变减振器内变压线圈产生高压实现对阻尼的连续无级调节。

永磁直流直线伺服电机驱动方式则是由直线伺服电机直接实现直线运动控制。电机驱动效率高、响应迅速、灵敏度高、随机性好、控制稳定。目前，永磁直流直线伺服电机在航天飞行器中应用广泛，其驱动性能优于液压执行机构。

10.3 半主动悬架控制系统的理论模型

本节对半主动控制系统设计问题的理论模型进行阐述，并给出相应的数学结论。

10.3.1 半主动悬架动力学模型

1/4 汽车半主动悬架模型如图 10.6 所示。

半主动悬架的可变阻尼 $C_{semi}(t)$ 的变化范围为

$$0 \leqslant C_{semi}(t) \leqslant C_{max} \tag{10-1}$$

二自由度 1/4 汽车半主动悬架的振动方程为

$$m_2\ddot{z}_2 + C(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + K(z_2 - z_1) = -C_{semi}(t)(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \tag{10-2}$$

$$m_1\ddot{z}_1 + K_t(z_1 - q) - C(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - K(z_2 - z_1) = C_{semi}(t)(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \tag{10-3}$$

图 10.6 1/4 汽车半主动悬架模型

自由度 1/4 汽车半主动悬架的状态空间动力学模型可用以下几种不同形式表示。

$$\dot{x} = A_0 x + BF_{semi} + L\dot{q} \tag{10-4}$$

$$\dot{x} = A_0 x + NxC_{semi} + L\dot{q} \tag{10-5}$$

$$\dot{x} = A_0 x - BC_{semi}(x_2 - x_4) + L\dot{q} \tag{10-6}$$

式中，$x_1 = z_2 - z_1$，为悬架动挠度；$x_2 = \dot{z}_2$，为簧上质量的绝对速度；$x_3 = z_1 - q$，为轮胎变形；$x_4 = \dot{z}_1$，为簧上质量的绝对速度；F_{semi} 为半主动力，$F_{semi} = -C_{semi}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)$；$x_2 - x_4 = \dot{z}_2 - \dot{z}_1$，为悬架的相对速度；

$$\boldsymbol{x} = [x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4]^{T}$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\dfrac{K}{m_2} & -\dfrac{C}{m_2} & 0 & \dfrac{C}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\dfrac{K}{m_1} & \dfrac{C}{m_1} & -\dfrac{K_t}{m_1} & -\dfrac{C}{m_1} \end{bmatrix};\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{m_2} \\ 0 \\ -\dfrac{1}{m_2} \end{bmatrix};\ N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\dfrac{1}{m_2} & 0 & \dfrac{1}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{m_1} & 0 & -\dfrac{1}{m_1} \end{bmatrix};\ L = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}。$$

状态空间动力学模型中的 NxC_{semi} 项包括状态参数乘积 Nx 和控制输入 C_{semi}。因此，半主动悬架系统不是线性的，而是一种双线性系统。

10.3.2 控制系统问题的数学描述

根据式(10-5)假定路面输入 $\dot{q}$ 是强度为 γ 的白噪声，被动系统是稳定的，即

$$\mathrm{Re}\{\lambda(A_0)\} < 0 \tag{10-7}$$

半主动控制系统的性能指标可表示为

$$J = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}E\left[\int_0^{\infty}[\ddot{z}_2^2 + \rho_1(z_2 - z_1)^2 + \rho_2\dot{z}_2^2 + \rho_3(z_1 - q)^2 + \rho_4\dot{z}_1^2]\mathrm{d}t\right] \tag{10-8}$$

式中，ρ_1、ρ_2、ρ_3和ρ_4为加权因子。

式(10-8)中的被积函数根据是否包含C_{semi}可分为两种情况。因此式(10-8)可表示为

$$J=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}E\int_0^T[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Q}_0+\boldsymbol{Q}_{semi})\boldsymbol{x}\mathrm{d}t] \tag{10-9}$$

其中

$$\boldsymbol{Q}_0=\begin{bmatrix}\frac{K^2}{m_2^2}+\rho_1 & \frac{CK}{m_2^2} & 0 & -\frac{CK^2}{m_2^2}\\ \frac{CK^2}{m_2^2} & \frac{C^2}{m_2^2}+\rho_2 & 0 & \frac{C^2}{m_2^2}\\ 0 & 0 & \rho_3 & 0\\ -\frac{CK}{m_2^2} & -\frac{C^2}{m_2^2} & 0 & \frac{C^2}{m_2^2}+\rho_4\end{bmatrix} \tag{10-10}$$

$\boldsymbol{Q}_{semi}(C_{semi})$是控制输入$C_{semi}$的函数，即

$$\boldsymbol{Q}_{semi}=\begin{bmatrix}0 & \frac{KC_{semi}}{m_2^2} & 0 & -\frac{C_{semi}K}{m_2^2}\\ \frac{C_{semi}K}{m_2^2} & \frac{(2C+C_{semi})C_{semi}}{m_2^2} & 0 & -\frac{(2C+C_{semi})C_{semi}}{m_2^2}\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ -\frac{KC_{semi}}{m_2^2} & -\frac{(2C+C_{semi})C_{semi}}{m_2^2} & 0 & \frac{(2C+C_{semi})C_{semi}}{m_2^2}\end{bmatrix} \tag{10-11}$$

性能指标也可表示为

$$J=\int_0^{\infty}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}_0\boldsymbol{x}+2C_{semi}^{\mathrm{T}}S(\boldsymbol{x})\boldsymbol{x}+C_{semi}^{\mathrm{T}}R(x)C_{semi})\mathrm{d}t \tag{10-12}$$

其中

$$R(x)=\frac{1}{m_2^2}(x_2-x_4)^2=R(x_2-x_4)^2 \tag{10-13}$$

$$\boldsymbol{S}(x)=\begin{bmatrix}-\frac{K}{m_2^2} & -\frac{C}{m_2^2} & 0 & \frac{C}{m_2^2}\end{bmatrix}(x_2-x_4)=\boldsymbol{S}_0(x_2-x_4) \tag{10-14}$$

因此

$$R=\frac{1}{m_2^2}$$

$$\boldsymbol{S}_0=\begin{bmatrix}-\frac{K}{m_2^2} & -\frac{C}{m_2^2} & 0 & \frac{C}{m_2^2}\end{bmatrix}$$

注意：对于路面白噪声输入的输出方差最小是H_2最优控制问题。输出矢量包含了有意义的变量：悬架动挠度、轮胎变形和车身振动加速度。而且，H_2最优控制问题和二次型问题有相同的结论，半主动悬架的性能指标对所有初始条件最小化。

10.3.3 半主动悬架控制问题的数学定义及无阻尼约束的最优解

1. 半主动悬架控制问题的数学定义

对半主悬架动控制设计问题的数学定义如下。

根据约束条件和初始条件，可寻找最优控制输入 C_{semi}，使半主动悬架系统的性能指标式(10-12)最小化，即

$$\dot{x}=A_0x+NxC_{semi} \tag{10-15}$$

$$0\leqslant C_{semi}\leqslant C_{max} \tag{10-16}$$

$$x(0)\leqslant x_0 \tag{10-17}$$

在求解上述问题前，需要考虑无阻尼约束的情况，即 $-\infty\leqslant C_{semi}(t)\leqslant+\infty$。

2. 无阻尼约束的最优解

如果没有阻尼约束 $C_{semi}(t)$，则最优阻尼控制 C^*_{semi} 可表示为

当 $x_2\neq x_4$ 时，

$$C^*_{semi}=-\boldsymbol{R}(x)^{-1}[(\boldsymbol{Nx})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{S}(x)]\boldsymbol{x} \tag{10-18}$$

当 $x_2=x_4$ 时，

$$\boldsymbol{C}^*_{semi}=0 \tag{10-19}$$

式中，$\boldsymbol{R}(x)=\frac{1}{m_2^2}(x_2-x_4)^2=\boldsymbol{R}(x_2-x_4)^2$；$\boldsymbol{S}(x)=\left[-\frac{K}{m_2^2}\ -\frac{C}{m_2^2}\ \ 0\ \ \frac{C}{m_2^2}\right](x_2-x_4)=\boldsymbol{S}_0(x_2-x_4)$；$P$ 是由 Riccati 方程决定的，即

$$\boldsymbol{P}\overline{\boldsymbol{A}}+\overline{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\overline{\boldsymbol{Q}}-\boldsymbol{PBR}^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}=0 \tag{10-20}$$

其中

$$\overline{\boldsymbol{A}}=\boldsymbol{A}_0-\boldsymbol{BR}^{-1}\boldsymbol{S}_0=0 \tag{10-21}$$

$$\overline{\boldsymbol{Q}}=\boldsymbol{Q}_0-\boldsymbol{S}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{S}_0 \tag{10-22}$$

另外，最优的性能指标 J^* 为

$$J^*=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(0)\boldsymbol{Px}(0) \tag{10-23}$$

式(10-18)中，$-\boldsymbol{R}(x)^{-1}\boldsymbol{S}(x)\boldsymbol{x}$ 项可消除被动弹簧力和被动阻尼力，即

$$-\boldsymbol{R}(x)^{-1}\boldsymbol{S}(x)\boldsymbol{x}=\frac{m_2^2S_0}{x_2-x_4}\boldsymbol{x}=\frac{[Kx_1+C(x_2-x_4)]}{x_2-x_4} \tag{10-24}$$

其次，$-\boldsymbol{R}(x)^{-1}(\boldsymbol{Nx})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Px}$ 项等于 $-kx$ 的状态反馈项，实质上，该项等于 $F_{a1}=-\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Px}$ 的状态反馈项。因此，

$$F_{semi}=C^*_{semi}(x_2-x_4)=\{-\boldsymbol{R}(x)^{-1}[(\boldsymbol{Nx})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{S}(x)]\ \boldsymbol{x}\}(x_2-x_4) \tag{10-25}$$

上式可表示为

$$F_{semi}=F_{s1}+F_{s2} \tag{10-26}$$

式中，F_{s1} 为状态反馈力；F_{s2} 为消除被动弹簧和阻尼力的部分。

其中

$$F_{s1}=-[\boldsymbol{R}(x)^{-1}(\boldsymbol{Nx})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}](x_2-x_4)=-kx \tag{10-27}$$

$$F_{s2}=\{-\boldsymbol{R}(x)^{-1}\boldsymbol{S}(x)\boldsymbol{x}\}(x_2-x_4)=Kx_1+C(x_2-x_4) \tag{10-28}$$

如果正确调节阻尼比和阻尼 $C_{semi}(t)$，并代入实值，则如图 10.7(a)和图 10.7(b)所示的两种系统是等效的。

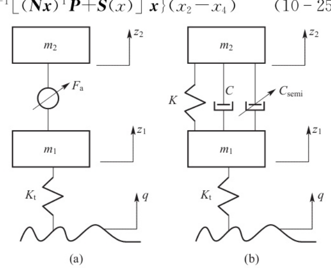


图 10.7 等效力控制和无约束阻尼控制

在 C_{semi}^* 容许取所有实值的条件下，对于半主动悬架系统，悬架簧上质量和簧下质量之间的作用力等于悬架的合力。即

$$F_{a1}=-kx=-\boldsymbol{R}(x)^{-1}\boldsymbol{B}^{T}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x} \tag{10-29}$$

最优半主动悬架的簧上质量和簧下质量之间的合力为

$$F_{semi}=-Kx_1-C(x_2-x_4)-C_{semi}^*(x_2-x_4)=-\boldsymbol{R}(x)^{-1}\boldsymbol{B}^{T}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}=F_{a1} \tag{10-30}$$

因此，如果半主动阻尼系数 $C_{semi}(t)$ 没有约束，半主动悬架的最优性能完全等同于全主动悬架。

3. 有阻尼约束的最优解

当阻尼在 $0\leqslant C_{semi}(t)\leqslant C_{max}$ 范围内时，最优控制 C^* 为

如果 $\{(\boldsymbol{N}\boldsymbol{x})^{T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{S}(x)\}\geqslant 0$， 则 $C^*=0$ (10-31)

如果 $-\boldsymbol{R}(x)C_{max}<\{(\boldsymbol{N}\boldsymbol{x})^{T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{S}(x)\}<0$，

则

$$C^*=-\boldsymbol{R}(x)^{-1}\{(\boldsymbol{N}\boldsymbol{x})^{T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{S}(x)\}<0 \tag{10-32}$$

如果 $\{(\boldsymbol{N}\boldsymbol{x})^{T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{S}(x)\}<-\boldsymbol{R}(x)C_{max}$， 则 $C^*=C_{max}$ (10-33)

其中，P 由 Riccati 方程式(10-20)决定。

最优 J^* 为

$$J^*=\boldsymbol{x}^{T}(x)\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(0)+\int_{\lambda_1>0}\boldsymbol{R}(x)^{-1}\lambda_1^2\mathrm{d}t+\int_{\lambda_2>0}\boldsymbol{R}(x)^{-1}\lambda_2^2\mathrm{d}t \tag{10-34}$$

其中，λ_1 和 λ_2 对约束方程式(10-11)和式(10-12)是拉格朗日乘数，如下所示。

如果 $\{(\boldsymbol{N}\boldsymbol{x})^{T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{S}(x)\}\geqslant 0$，则

$$\lambda_1=\{(\boldsymbol{N}\boldsymbol{x})^{T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{S}(x)\}\boldsymbol{x},\quad \lambda_2=0 \tag{10-35}$$

如果 $-\boldsymbol{R}(x)C_{max}<\{(\boldsymbol{N}\boldsymbol{x})^{T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{S}(x)\}<0$，则

$$\lambda_1=0,\quad \lambda_2=0 \tag{10-36}$$

如果 $\{(\boldsymbol{N}\boldsymbol{x})^{T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{S}(x)\}<-\boldsymbol{R}(x)C_{max}$，则

$$\lambda_1=0,\quad \lambda_2=-\{(\boldsymbol{N}\boldsymbol{x})^{T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{S}(x)\}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{R}(x)C_{max} \tag{10-37}$$

10.4 半主动悬架最优控制律

10.4.1 基于最优控制力的控制规律

1. 最优控制力的控制规律

半主动悬架最优控制力为

$$F_a=-kx+Kx_1+C(x_2-x_4) \tag{10-38}$$

或

$$F_a=-\boldsymbol{R}^{-1}(\boldsymbol{B}^{T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{S}_0)\boldsymbol{x} \tag{10-39}$$

其中

$$Kx_1+C(x_2-x_4)=-\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{S}_0\boldsymbol{x} \tag{10-40}$$

是被动悬架力，并且

$$-kx=\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^{T}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x} \tag{10-41}$$

也是全主动悬架系统 LQR 控制得出的最佳状态反馈分力，因此，合力为

$$F_a = -\boldsymbol{R}^{-1}(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{S}_0)\boldsymbol{x} \tag{10-42}$$

应当注意，式(10-31)、式(10-32)和式(10-33)右边出现的$(\boldsymbol{N}\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{S}(x)$项等于$\dfrac{F_a}{(x_2-x_4)}$。因此半主动悬架的最优控制律按照悬架变量形式可表示为

如果$-F_a(x_2-x_4)\leqslant 0$，则

$$C_{semi}^{*}=0 \tag{10-43}$$

如果$0<\dfrac{F_a}{(x_2-x_4)}\leqslant C_{max}$，则

$$C_{semi}^{*}=-\frac{F_a}{(x_2-x_4)} \tag{10-44}$$

如果$-\dfrac{F_a}{(x_2-x_4)}>C_{max}$，则

$$C_{semi}^{*}=C_{max} \tag{10-45}$$

相应的半主动力为

$$F_{semi}=-C_{max}^{*}(x_2-x_4) \tag{10-46}$$

半主动悬架控制律示意图如图10.8所示。

当全主动力F_a和悬架相对速度(x_2-x_4)符号相同时，则要求主动力和相对速度同方向。这样，该主动力不能由耗散装置提供，因为耗散装置只能提供与相对速度相反方向的力。在这种情况下，半主动装置的$C_{semi}=0$。当F_a和悬架相对速度(x_2-x_4)符号相反时，耗散装置确实能够提供所需的作用力。在这种情况下，半主动悬架的阻尼系数$C_{semi}=-\dfrac{F_a}{(x_2-x_4)}$。如果此值超过最大阻尼系数$C_{max}$，那么取$C_{semi}=C_{max}$。

F_a

$C_{semi}=-\dfrac{F_a}{(x_2-x_4)}$

$C_{semi}\leqslant C_{max}$

$C_{semi}=0$

O

x_2-x_4

$C_{semi}=0$

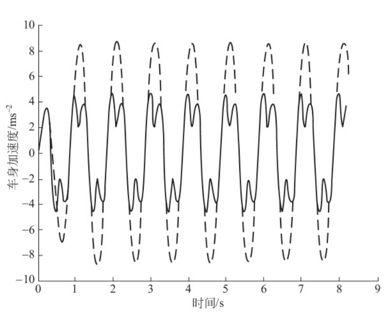
$C_{semi}=-\dfrac{F_a}{(x_2-x_4)}$

$C_{semi}\leqslant C_{max}$

图10.8 半主动控制律

2. 仿真结果

如图10.9～图10.11所示为式(10-43)、式(10-44)和式(10-45)的半主动悬架控制



实线:半主动悬架; 虚线:被动悬架

图10.9 1Hz时的车身加速度

的特性。仿真时选取道路输入频率为1Hz，与被动悬架系统相比较的平顺性、悬架动挠度和轮胎变形在1Hz时都有显著的改善。

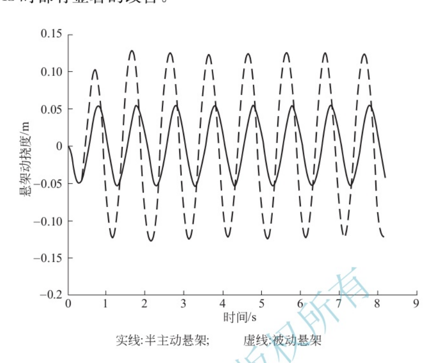


图 10.10　1Hz 时的悬架动挠度

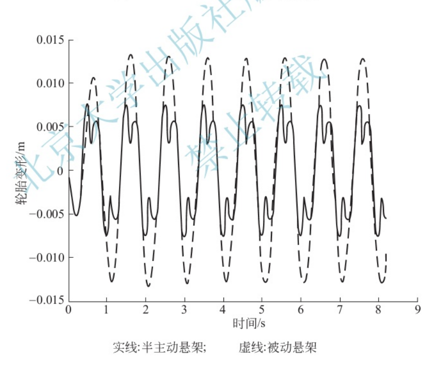


图 10.11　1Hz 时的轮胎变形

如图10.9～图10.11所示为被动悬架系统的性能，系统时间响应频率就是道路输入频率1Hz。但是，对于半主动悬架系统，响应中包含更高的加在1Hz上的频率。这是因为非线性半主动控制率具有开关特性。当悬架相对速度与主动力相对符号发生改变时，半主动悬架阻尼系数C_s在0和等效主动力之间切换。

如图10.12所示为半主动阻尼系数和悬架质量的加速度。

从图10.12中可以清楚地看出，高频悬架质量加速度是由于半主动阻尼系数周期性地在主动力值、最大值和零之间切换得到的，反之亦然。

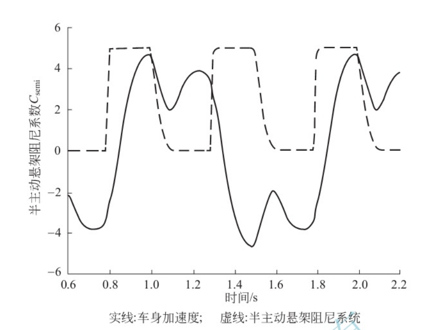


图 10.12　车身加速度与阻尼系数

10.4.2　基于悬架系统最佳阻尼比的阻尼控制规律

根据先前章节所介绍的半主动悬架系统最佳阻尼匹配可知，半主动悬架系统基于安全性和舒适性的数学模型为

$$\xi_o=\begin{cases}\xi_{oc} & \xi^*\leqslant\xi_{oc}\\ \xi^* & \xi_{oc}<\xi^*<\xi_{os}\\ \xi_{os} & \xi^*\geqslant\xi_{os}\end{cases} \tag{10-47}$$

式中，ξ^* 为基于不同行驶路况、车速 v 和单轮簧上质量情况下的最佳阻尼比，$\xi^*=\xi(G_q, v, m)$；ξ_{oc}为悬架系统最舒适所对应的阻尼比，$\xi_{oc}=0.1748$；ξ_{os}为悬架系统最安全所对应的阻尼比，$\xi_{os}=0.4136$。

半主动悬架系统最佳阻尼系数为

$$C_s^*=2\xi^*\sqrt{Km_2}=2\xi^*m_2\sqrt{\frac{K}{m_2}}=4\pi\xi_o f_0 m_2 \tag{10-48}$$

式中，ξ_o为悬架最佳阻尼比；f_0 为悬架固有频率，$f_0=\dfrac{\omega_0}{2\pi}=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{K}{m_2}}$；$m_2$ 为悬架簧上质量。

将式(10－47)代入上式得

$$C_{so}=\begin{cases}C_{sc} & C_{sc}\geqslant C_s^*\\ C_s^* & C_{sc}<C_s^*<C_{ss}\\ C_{ss} & C_{sc}\leqslant C_s^*\end{cases} \tag{10-49}$$

式中，C_{sc}为最舒适时悬架系统所要求的阻尼系数，$C_{sc}=0.7\pi f_0 m_u$；C_{ss}为最安全时悬架系统所要求的阻尼系数，$C_{ss}=1.65\pi f_0 m_u$。

由于最佳阻尼比 ξ^* 是随不同行驶路况、车速 v 和单轮簧上质量情况变化的，因此，半主动悬架系统最佳阻尼系数 C_{so}也是随不同行驶路况、车速 v 和单轮簧上质量情况而变化的。

考虑减振器安装角度 α 和杠杆比 i，则半主动悬架系统所要求的减振器实际阻尼系数为

$$C_{\mathrm{d}}^{*}=\frac{C_{\mathrm{s}}^{*}}{i^{2}\cos^{2}\alpha} \tag{10-50}$$

式中，α 为减振器安装角度；i 为悬架杠杆比。

因此，将式(10-49)代入式(10-50)可得，半主动悬架最佳阻尼匹配减振器的阻尼系数为

$$C_{\mathrm{do}}=\begin{cases}C_{\mathrm{dc}} & C_{\mathrm{dc}}\geqslant C_{\mathrm{d}}^{*}\\ C_{\mathrm{d}}^{*} & C_{\mathrm{dc}}<C_{\mathrm{d}}^{*}<C_{\mathrm{ds}}\\ C_{\mathrm{ds}} & C_{\mathrm{dc}}\leqslant C_{\mathrm{d}}^{*}\end{cases} \tag{10-51}$$

式中，C_{dc} 为最舒适时悬架系统所要求的减振器阻尼系数，$C_{\mathrm{dc}}=\dfrac{0.7\pi f_{0}m_{\mathrm{u}}}{i^{2}\cos^{2}\alpha}$；$C_{\mathrm{ds}}$ 为最安全时的悬架系统所要求减振器的阻尼系数，$C_{\mathrm{ds}}=\dfrac{1.65\pi f_{0}m_{\mathrm{u}}}{i^{2}\cos^{2}\alpha}$。

由于半主动悬架系统最佳阻尼系数 C_{so} 是随不同行驶路况、车速 v 和单轮簧上质量情况变化的，因此，半主动悬架最佳阻尼匹配减振器的阻尼系数 C_{do} 也是随不同行驶路况、车速 v 和单轮簧上质量而情况变化的。

10.4.3 半主动悬架可控减振器节流阀参数控制规律

半主动悬架可控减振器节流阀参数包括可控节流阀参数和不可控节流阀参数，例如，筒式液压减振器大都是采用节流阀的节流孔面积 A 作为可控参数，而节流阀片厚度 h、阀片预变形量 f_{rk0} 和阀片最大限位间隙 $\delta_{\max}$ 作为不可控参数。其中，减振器不可控节流阀参数可按照第5章所介绍的节流阀参数设计顺序和方法进行设计；可控减振器总节流面积 A_{t} 一般包括两部分，一部分是固定常通节流孔面积 A_0，另外一部分是可控节流孔面积 A。半主动悬架可控减振器设置固定常通节流孔 A_0 的目的是保证半主动悬架的安全，防止可控减振器的可控节流孔关闭时，减振器成为刚体。

1. 可控减振器最小可控节流孔面积 $A_{\min}$ 设计

根据最安全时的悬架系统要求的减振器的阻尼系数 C_{ds}，即减振器最大阻尼系数 $C_{\mathrm{dmax}}=C_{\mathrm{ds}}=\dfrac{1.65\pi f_{0}m_{\mathrm{u}}}{i^{2}\cos^{2}\alpha}$，建立减振器速度特性，然后根据减振器结构参数、初次开阀前的油路图、油液参数，利用常通节流孔面积优化设计方法，可对最小可控节流孔面积进行 $A_{\min}$ 设计。

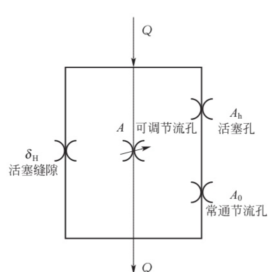


图 10.13 可控减振器初次开阀前的油路

例如，某可控减振器初次开阀前的油路如图10.13所示。

当 $V_{\mathrm{i}}\in(0, V_{\mathrm{k}}]$ 时，油液流经复原阀常通节流孔、活塞孔、活塞缝隙、可调阻尼空节流孔产生复原节流阻尼力。因为 V_{i} 和 V_{k} 对应的阻尼系数 C_{dk} 是相同的，故取 $V_{\mathrm{i}}=V_{\mathrm{dk}}$ 进行推导可控减振器最大阻尼系数 C_{dmax} 时，所要求的阻尼力为

$$F_d = S_h p_H = C_{dmax} V_{dk} = \frac{1.65\pi f_0 m_u V_{dk}}{i^2 \cos^2\alpha} \tag{10-52}$$

式中，S_h为可控减振器活塞杆与减振器内缸筒之间的环形面积；p_H为减振器活塞缝隙节流压力。

因此，由式(10－52)可得

$$p_H = \frac{C_{dmax} V_{dk}}{S_h} = \frac{1.65\pi f_0 m_u V_{dk}}{S_h i^2 \cos^2\alpha} \tag{10-53}$$

根据油路图10.9可知，可控节流孔面积的节流压力p等于减振器活塞缝隙节流压力p_H，等于活塞孔的节流压力与固定常通节流孔的节流压力之和，即

$$p = p_H = p_h + p_0 \tag{10-54}$$

式中，p_h为减振器活塞孔的节流压力；p_0为减振器固定常通节流孔的节流压力。

根据油液连续性定理可知，流经可控减振器活塞杆与减振器内缸筒之间的总流量$V_{dk}S_h$等于流经活塞缝隙的流量Q_H、可控节流孔的流量Q_A、活塞孔流量Q_h之和，即

$$Q_H + Q_A + Q_h = V_{dk} S_h \tag{10-55}$$

由于活塞孔与固定常通节流孔的串联，活塞孔的流量Q_h等于固定常通节流孔的流量Q_0，即

$$Q_h = Q_0 \tag{10-56}$$

而固定常通节流孔的流量与节流压力之间的关系为

$$Q_0 = A_0 \varepsilon_0 \sqrt{\frac{2p_0}{\rho}} \tag{10-57}$$

式中，A_0为固定常通节流孔的面积；ε_0为固定常通节流孔的流量系数；p_0为固定常通节流孔的节流压力；ρ为油液密度。

因此，活塞孔的流量可表示为

$$Q_h = \frac{p_h \pi n_h d_h^4}{128\mu_t L_h} \tag{10-58}$$

活塞缝隙的流量为

$$Q_H = \frac{\pi D_h \delta_H^3 (1 + 1.5e^2) p_H}{12\mu_t L_H} \tag{10-59}$$

式中，D_h为可控减振器活塞直径；δ_H为可控减振器活塞缝隙的宽度；L_H为活塞缝隙的长度；e为活塞缝隙的偏心率；μ_t为油液动力粘度。

可调节流孔流量为

$$Q_A = A\varepsilon_A \sqrt{\frac{2p_H}{\rho}} \tag{10-60}$$

活塞孔的节流压力为

$$p_h = \frac{128 Q_h \mu_t L_h}{\pi n_h d_h^4} \tag{10-61}$$

将式(10－58)代入上式，可得

$$p_h = \frac{128\mu_t L_h}{\pi n_h d_h^4} A_0 \varepsilon_0 \sqrt{\frac{2p_0}{\rho}} \tag{10-62}$$

将式(10－62)代入压力关系式(10－54)得

$$p_{\mathrm{H}}=\frac{128\mu_{\mathrm{t}}L_{\mathrm{h}}}{\pi n_{\mathrm{h}}d_{\mathrm{h}}^{4}}A_{0}\varepsilon_{0}\sqrt{\frac{2p_{0}}{\rho}}+p_{0} \tag{10－63}$$

令 $k=\frac{128\mu_{\mathrm{t}}L_{\mathrm{h}}}{\pi n_{\mathrm{h}}d_{\mathrm{h}}^{4}}A_{0}\varepsilon_{0}\sqrt{\frac{2}{\rho}}$，则上式表示为

$$p_{\mathrm{H}}=p_{0}+k\sqrt{p_{0}} \tag{10－64}$$

可得

$$\sqrt{p_{0}}=\frac{1}{2}(\sqrt{C^{2}+4p_{\mathrm{H}}}-k) \tag{10－65}$$

将式(10－65)代入式(10－57)，则活塞孔流量可表示为

$$Q_{\mathrm{h}}=Q_{0}=A_{0}\varepsilon_{0}\sqrt{\frac{1}{2\rho}}(\sqrt{k^{2}+4p_{\mathrm{H}}}-k) \tag{10－66}$$

将式(10－66)、式(10－59)和式(10－60)代入式(10－55)，可得半主动悬架可控减振器最小节流孔面积 $A_{0\min}$ 设计数学模型为

$$\begin{aligned}A_{\min}&=\left[V_{\mathrm{dk}}S_{\mathrm{h}}-A_{0}\varepsilon_{0}\sqrt{\frac{2p_{0}}{\rho}}-\frac{\pi D_{\mathrm{h}}\delta_{\mathrm{H}}^{3}(1+1.5e^{2})p_{\mathrm{H}}}{12\mu_{\mathrm{t}}L_{\mathrm{H}}}\right]\frac{1}{\varepsilon_{\mathrm{A}}}\sqrt{\frac{\rho}{2p_{\mathrm{H}}}}\\&=\left[V_{\mathrm{dk}}S_{\mathrm{h}}-A_{0}\varepsilon_{0}\sqrt{\frac{1}{2\rho}}(\sqrt{k^{2}+4p_{\mathrm{H}}}-k)-\frac{\pi D_{\mathrm{h}}\delta_{\mathrm{H}}^{3}(1+1.5e^{2})p_{\mathrm{H}}}{12\mu_{\mathrm{t}}L_{\mathrm{H}}}\right]\frac{1}{\varepsilon_{\mathrm{A}}}\sqrt{\frac{\rho}{2p_{\mathrm{H}}}}\end{aligned}$$

式中，$k=\frac{128\mu_{\mathrm{t}}L_{\mathrm{h}}}{\pi n_{\mathrm{h}}d_{\mathrm{h}}^{4}}A_{0}\varepsilon_{0}\sqrt{\frac{2}{\rho}}$

即

$$A_{\min}=\left[V_{\mathrm{dk}}S_{\mathrm{h}}-A_{0}\varepsilon_{0}\sqrt{\frac{1}{2\rho}}\left(\sqrt{k^{2}+\frac{4C_{\mathrm{dmax}}V_{\mathrm{dk}}}{S_{\mathrm{h}}}}-k\right)-\frac{\pi D_{\mathrm{h}}\delta_{\mathrm{H}}^{3}(1+1.5e^{2})C_{\mathrm{dmax}}V_{\mathrm{dk}}}{12\mu_{\mathrm{t}}L_{\mathrm{H}}S_{\mathrm{h}}}\right]\frac{1}{\varepsilon_{\mathrm{A}}}\sqrt{\frac{\rho S_{\mathrm{h}}}{2C_{\mathrm{dmax}}V_{\mathrm{dk}}}} \tag{10－67}$$

上式即为在减振器要求最大阻尼系数 $C_{\mathrm{dmax}}=C_{\mathrm{ds}}=\frac{1.65\pi f_{0}m_{\mathrm{u}}}{i^{2}\cos^{2}\alpha}$ 情况下，可控减振器最小节流孔面积 $A_{\min}$ 的设计值。

2. 最大可控减振器节流孔面积 $A_{\max}$ 设计

根据式(10－67)，将式中减振器最大阻尼系数 C_{dmax} 替换成减振器最小阻尼系数 C_{dmin}，便可得到可控减振器最大节流孔面积 $A_{\max}$ 设计数学模型，即

$$A_{\max}=\left[V_{\mathrm{dk}}S_{\mathrm{h}}-A_{0}\varepsilon_{0}\sqrt{\frac{1}{2\rho}}\left(\sqrt{k^{2}+\frac{4C_{\mathrm{dmin}}V_{\mathrm{dk}}}{S_{\mathrm{h}}}}-k\right)-\frac{\pi D_{\mathrm{h}}\delta_{\mathrm{H}}^{3}(1+1.5e^{2})C_{\mathrm{dmin}}V_{\mathrm{dk}}}{12\mu_{\mathrm{t}}L_{\mathrm{H}}S_{\mathrm{h}}}\right]\frac{1}{\varepsilon_{\mathrm{A}}}\sqrt{\frac{\rho S_{\mathrm{h}}}{2C_{\mathrm{dmin}}V_{\mathrm{dk}}}} \tag{10－68}$$

式中，C_{dmin} 为可控减振器最小阻尼系数，$C_{\mathrm{dmin}}=C_{\mathrm{dc}}=\frac{0.7\pi f_{0}m_{\mathrm{u}}}{i^{2}\cos^{2}\alpha}$。

3. 可控节流孔面积 A_{seim} 控制规律

同理，根据式(10－67)，将式中减振器最大阻尼系数 C_{dmax} 替换成在不同路况、车速、转弯半径和单轮簧上质量情况下的减振器最佳阻尼系数 C_d^*，便可得到可控减振器节流孔面积 A_{semi}^* 控制数学模型，即

$$A_{semi}^*=\left[V_{dk}S_h-A_0\varepsilon_0\sqrt{\frac{1}{2\rho}}\left(\sqrt{k^2+\frac{4C_d^*V_{dk}}{S_h}}-k\right)-\frac{\pi D_h\delta_H^3(1+1.5e^2)C_d^*V_{dk}}{12\mu_t L_H S_h}\right]\frac{1}{\varepsilon A}\sqrt{\frac{\rho S_h}{2C_d^*V_{dk}}} \tag{10-69}$$

式中，C_d^* 为可控减振器在不同路况、车速、转弯半径和单轮簧上质量情况下的最佳阻尼系数，$C_d^*=\dfrac{4\pi\xi_0 f_0 m_2}{i^2\cos^2\alpha}$。

因此，结合式(10－68)、式(10－67)和式(10－69)可得可控节流孔面积 A_{seim} 控制规律为

$$A_{semi}=\begin{cases}A_{min} & A_{semi}^*\leqslant A_{min}\\ A_{semi}^* & A_{min}<A_{semi}^*<A_{max}\\ A_{max} & A_{semi}^*\geqslant A_{max}\end{cases} \tag{10-70}$$

由于可控减振器最佳阻尼系数 C_d^* 是随车辆行驶路况、车速、转弯半径和单轮质量变化的，因此，可控减振器节流孔面积 A_{seim} 也是随车辆行驶路况、车速、转弯半径和单轮质量而变化的。

10.4.4 半主动悬架可控减振器节流阀参数与转角之间关系

1. 可控减振器控制结构分类

筒式液压减振器的可控节流孔目前常用的有两种形式，一种是活塞杆套筒式，另外一种是芯杆阀芯式。其中，第一种是在活塞杆下端部中心处有一小孔，在活塞杆外边有可转动套筒，其端面有一斜面缺口，当转动活塞杆外边的套筒时，活塞杆下端的小孔的面积随之发生变化；第二种是在活塞杆中心孔有一细芯杆，通过芯杆转动小圆孔阀芯，从而改变节流孔面积大小。因此，可控减振器控制结构分类框图，如图 10.14 所示。

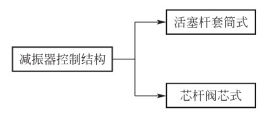


图 10.14 可控减振器控制结构分类

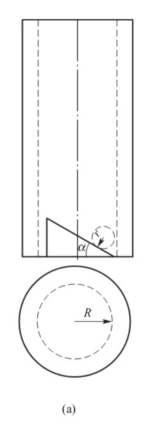
2. 活塞套筒式可控减振器的控制结构

1) 活塞套筒式可控减振器的控制结构

活塞套筒式可控减振器的控制结构如图 10.15(a)所示。可调节流孔中心的运动轨迹所在圆截面如图 10.15(b)所示。

图 10.15 中，r 为节流孔半径，R 为转动轴外半径，α 为套筒端面的螺旋升角，θ 为步进电机的转角$\angle O_2OO_1$，在$\triangle O_1OO_2$中，$O_1O_2=2R\sin\dfrac{\theta}{2}$。





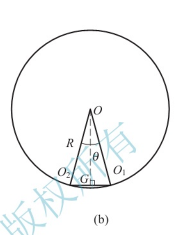


图 10.15　活塞套筒式可控减振器的控制结构

2）转角边界条件

当可调节流孔转到一半时，如图 10.16 所示。

在$\triangle O_1DO_2$中，$\sin\alpha=\dfrac{O_1D}{O_1O_2}=\dfrac{r}{2R\sin\dfrac{\theta_c}{2}}$，因此，临界转角$\theta_c$为

$$\theta_c=2\arcsin\frac{r}{2R\sin\alpha} \tag{10-71}$$

当节流孔转到全部呈现时，如图 10.17 所示。

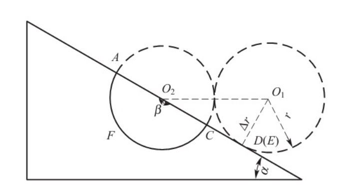


图 10.16　可调节流孔转到一半时的结构状态

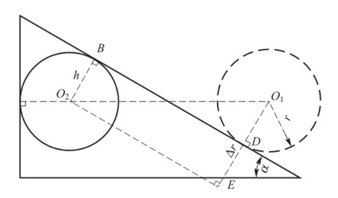


图 10.17　可调节流孔全部呈现时的结构状态

在图 10.17 中，h为弦高O_2B；$\Delta r=O_1E=r+h=2r$。在$\triangle O_1O_2E$中，$\sin\alpha=\dfrac{O_1E}{O_1O_2}=\dfrac{2r}{2R\sin(\theta_{max}/2)}$，因此，最大转角$\theta_{max}$为

$$\theta_{max}=2\arcsin\frac{r}{R\sin\alpha} \tag{10-72}$$

3．活塞套筒式可控减振器的节流孔面积变化规律

1）步进电机转角小于临界转角时

当步进电机转角小于临界转角时，即$\theta\in[0,\theta_c]$，可调节流孔状态如图10.18所示。

在图10.18中，$\beta=\angle AO_2C$，$h=r-\Delta r=r-O_1O_2\sin\alpha=r-2R\sin\dfrac{\theta}{2}\sin\alpha$。

因为$\cos\dfrac{\beta}{2}=\dfrac{h}{r}$，所以$\beta=2\arccos\dfrac{h}{r}=2\arccos\left(1-2\dfrac{R}{r}\sin\dfrac{\theta}{2}\sin\alpha\right)$

$\triangle AO_2C$的面积为

$$S_{\triangle AO_2C}=h\sqrt{r^2-h^2}=\left(r-2R\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha\right)\sqrt{r^2-\left(r-2R\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha\right)^2}\tag{10-73}$$

扇形AFC的面积为

$$S_{扇AFC}=\frac{1}{2}r^2\beta=r^2\arccos\left(1-2\frac{R}{r}\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha\right)\tag{10-74}$$

因此，当步进电机转角小于临界转角时，可调节流孔面积S_1等于扇形AFC的面积，减去$\triangle AO_2C$的面积，因此，由式(10-73)和式(10-74)可得

$$S_1=S_{扇AFC}-S_{\triangle AO_2C}$$

即

$$S_1=r^2\arccos\left(1-2\frac{R}{r}\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha\right)-\left(r-2R\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha\right)\sqrt{r^2-\left(r-2R\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha\right)^2}\tag{10-75}$$

2）步进电机转角大于临界转角小于最大转角

当步进电机转角大于临界转角而小于或等于最大转角时，即$\theta\in(\theta_c,\theta_{max}]$可调节流孔状态如图10.19所示。

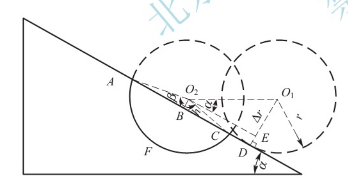


图10.18 步进电机转角小于临界转角时的节流孔状态

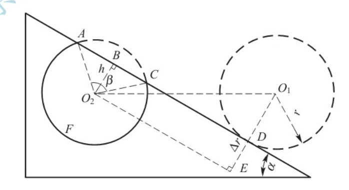


图10.19 步进电机转角大于临界转角时的节流孔状态

在图10.19中，$\beta=\angle AO_2C$，$h=\Delta r-r=O_1O_2\sin\alpha-r=2R\sin\dfrac{\theta}{2}\sin\alpha-r$。

因为$\cos\dfrac{\beta}{2}=\dfrac{h}{r}$，所以$\beta=2\arccos\dfrac{h}{r}=2\arccos\left(2\dfrac{R}{r}\sin\dfrac{\theta}{2}\sin\alpha-1\right)$

其中，$\triangle AO_2C$的面积为

$$S_{\triangle AO_2C}=h\sqrt{r^2-h^2}=\left(2R\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha-r\right)\sqrt{r^2-\left(2R\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha-r\right)^2}\tag{10-76}$$

扇形AFC的面积为

$$S_{扇AFC}=\frac{1}{2}r^2(2\pi-\beta)=r^2\left[\pi-\arccos\left(2\frac{R}{r}\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha-1\right)\right] \tag{10-77}$$

因此，当步进电机转角大于临界转角且小于最大转角时，可调节流孔面积 S_2 等于扇形 AFC 的面积与 $\triangle AO_2C$ 的面积之和，因此，由式(10－75)和式(10－76)可得

$$S_2=S_{扇AFC}+S_{\triangle AO_2C}$$

即

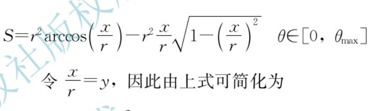
$$S_2=r^2\arccos\left(1-2\frac{R}{r}\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha\right)-\left(r-2R\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha\right)\sqrt{r^2-\left(r-2R\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha\right)^2} \tag{10-78}$$

3）可控减振器节流孔面积随步进电机转角的变化关系

由式(10－75)和式(10－78)可知，无论是步进电机转角是大于还是小于临界转角，可控减振器节流孔面积 S 随步进电机转角 θ 的变化关系式是相同的，即用总表达表示为

$$S=r^2\arccos\left(1-2\frac{R}{r}\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha\right)-\left(r-2R\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha\right)\sqrt{r^2-\left(r-2R\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha\right)^2}\quad \theta\in[0,\ \theta_{\max}]$$

令 $R-2R\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha=x$，则上式可表示为



$$S=r^2\arccos\left(\frac{x}{r}\right)-r^2\frac{x}{r}\sqrt{1-\left(\frac{x}{r}\right)^2}\quad \theta\in[0,\ \theta_{\max}]$$

令 $\frac{x}{r}=y$，因此由上式可简化为

$$S=\frac{2}{3}r^2y^3\quad \theta\in[0,\ \theta_{\max}]$$

即可控减振器节流孔面积，可表示为

$$S=\frac{2}{3}r^2\left(1-2\frac{R}{r}\sin\frac{\theta}{2}\sin\alpha\right)^3\quad \theta\in[0,\ \theta_{\max}] \tag{10-79}$$

可知，利用式(10－79)，只要给定一个步进电机角度 θ 就可以得到在该角度下，可控减振器节流孔可控面积 S 的大小，如图 10.20 所示。

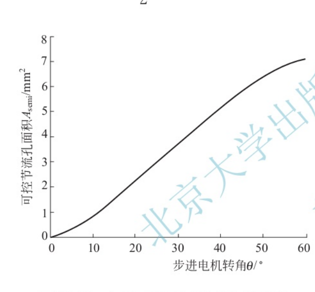


图 10.20　可控减振器节流孔面积随步进电机转角的变化曲线

4. 芯杆阀芯式可控减振器的节流孔面积变化规律

当活塞杆中心的阀芯旋转带动圆柱形阀芯转动时，当阀芯上的半径为 r 的横向圆孔与活塞杆上的半径为 r 的横向圆孔成一定角度时，则可控减振器的节流面积将随阀芯转动角度而变化，如图 10.21 所示。

当阀芯转动时，阀芯节流孔圆心的轨迹为半径为 OO_2 的圆弧，由图 10.21 可知

$OO_2=\sqrt{R^2-r^2}$，$A_1O_2=\sin\frac{\theta}{2}\sqrt{R^2-r^2}$；

$\angle B_1OB_2=2\arcsin\frac{r}{R}$，$\angle B_1OA_2=\frac{\angle B_1OB_2-\theta}{2}=\arcsin\frac{r}{R}-\frac{\theta}{2}$；

$B_1A_2=R\sin\angle B_1OA_2=R\sin\left(\arcsin\frac{r}{R}-\frac{\theta}{2}\right)$，$AO_1=\tan\frac{\theta}{2}\sqrt{R^2-r^2}$，$AB_1=r-$

$\tan\dfrac{\theta}{2}\sqrt{R^2-r^2}$。

所以
$$\cos\angle A_2B_1A=\frac{B_1A_2}{AB_1}=\frac{R\sin\left(\arcsin\dfrac{r}{R}-\dfrac{\theta}{2}\right)}{r-\tan\dfrac{\theta}{2}\sqrt{R^2-r^2}} \tag{10-80}$$

可控节流孔面积可由图 10.22 所示进行几何计算。

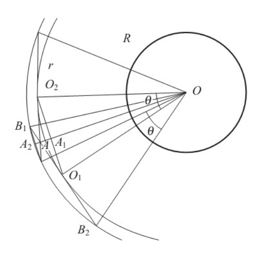


图 10.21　芯杆阀芯式可控减振器的节流孔面积示意图

图10.22　可控节流孔面积计算示意图

由图 10.22 可知，$C_2A=\sqrt{r^2-(R^2-r^2)\tan^2\dfrac{\theta}{2}}$，$\cos\dfrac{\angle C_1O_1C_2}{2}=\dfrac{AO_1}{r}=\dfrac{\sqrt{R^2-r^2}}{r}\tan\dfrac{\theta}{2}$

因此，$\angle C_1O_1C_2=2\arccos\left(\dfrac{\sqrt{R^2-r^2}}{r}\tan\dfrac{\theta}{2}\right)$

所以，$\triangle C_1O_1C_2$的面积可表示为
$$S_{\triangle C_1O_1C_2}=C_2A\cdot AO_1=\tan\frac{\theta}{2}\sqrt{R^2-r^2}\sqrt{r^2-(R^2-r^2)\tan^2\frac{\theta}{2}} \tag{10-81}$$

而被遮盖圆弧部分的面积为
$$S_{\widehat{AO_1B}}=\frac{1}{2}r^2\angle C_1O_1C_2=r^2\arccos\left(\frac{\sqrt{R^2-r^2}}{r}\tan\frac{\theta}{2}\right) \tag{10-82}$$

因此，由式(10-82)和式(10-81)可得，可控减振器节流孔面积 A_{semi} 为
$$A_{semi}=2(S_{\widehat{AO_1B}}-S_{\triangle C_1O_1C_2})\cos\angle A_2B_1A=2(S_{\widehat{AO_1B}}-S_{\triangle C_1O_1C_2})\frac{R\sin\left(\arcsin\dfrac{r}{R}-\dfrac{\theta}{2}\right)}{r-\tan\dfrac{\theta}{2}\sqrt{R^2-r^2}}$$
$$=2\left[\tan\frac{\theta}{2}\sqrt{R^2-r^2}\sqrt{r^2-(R^2-r^2)\tan^2\frac{\theta}{2}}\right.$$
$$\left.-r^2\arccos\left(\frac{\sqrt{R^2-r^2}}{r}\tan\frac{\theta}{2}\right)\right]\frac{R\sin\left(\arcsin\dfrac{r}{R}-\dfrac{\theta}{2}\right)}{r-\tan\dfrac{\theta}{2}\sqrt{R^2-r^2}} \tag{10-83}$$

例如，可控减振器控制阀芯横向孔的半径为 1.5mm，则节流孔面积随控制阀芯转角的变化曲线，如图 10.23 所示。

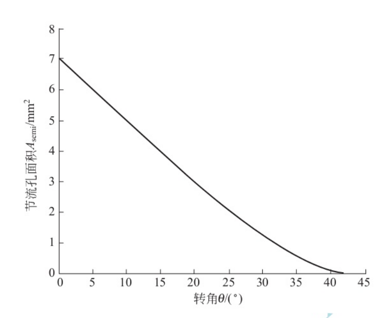


图 10.23　节流孔面积随控制阀芯转角的变化曲线

10.4.5　半主动悬架可控减振器步进电机转角随车辆行驶状态变化规律

根据半主动悬架最佳阻尼比可知，当从车辆行驶在不同路况和车速情况下，车身具有不同的振动加速度响应，车辆悬架系统需要相应的最佳阻尼比 ξ_o^*，因此，半主动悬架可控减振器应具有相应的最佳可控节流孔面积 A_{semi}^*，即半主动悬架步进电机应具有相应的控制转角 θ。因此，半主动悬架可控减振器步进电机转角随车辆行驶路况、车速等不同状态变化的控制规律框图，如图 10.24 所示。



图 10.24　可控减振器步进电机转角随车辆行驶状态变化的控制规律框图

例如，某车辆行驶在不同路况和车速情况下时，半主动悬架系统可控减振器步进电机的转角随车身振动加速度响应的变化控制规律，如图 10.25 所示。

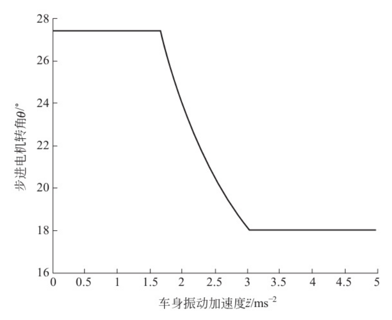


图 10.25　步进电机转角随加速度的控制规律

10.4.6 最佳阻尼比控制律仿真

某轿车车身质量为 $M_2=1380\text{kg}$，车轮质量 $M_1=40\text{kg}$，悬架的刚度为 $K=20000\text{Nm}^{-1}$，轮胎刚度为 $K_t=192000\text{Nm}^{-1}$，悬架优化阻尼比为 $\zeta=0.2$。利用 Matlab 软件的 Simulink 工具箱，根据阻尼比最佳控制律，建立被动悬架模块和阻尼比最佳控制律半主动悬架仿真模块进行仿真。车身加速度、车轮相对动载和悬架弹簧动挠度的响应的幅频特性，分别如图 10.26、图 10.27 和图 10.28 所示。

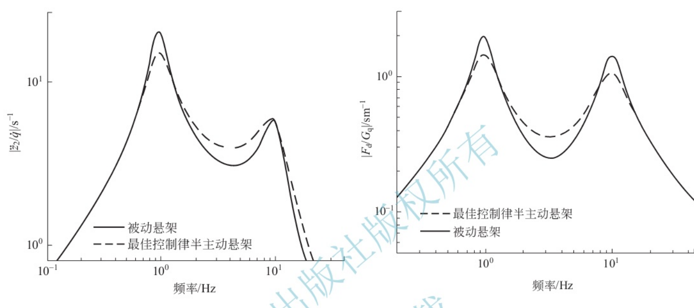


图 10.26 车身垂直加速度幅频特性　　图 10.27 车轮动载荷幅频特性

车身加速度、车轮相对动载和悬架动挠度的响应均方根值随路谱的变化曲线，分别如图 10.29、图 10.30 和图 10.31 所示。

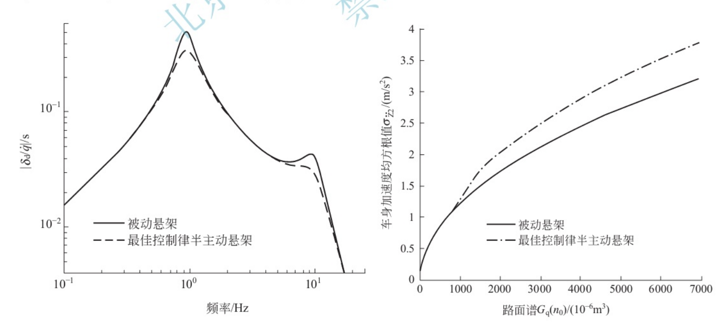


图 10.28 悬架弹簧动挠度幅频特性　　图 10.29 车身加速度均方根随路谱变化曲线

由图 10.26～图 10.28 可知，阻尼比最佳控制律半主动悬架明显降低了车身加速度在低频共振区的峰值，车轮动载荷和悬架弹簧动挠度在低频和高频共振区的峰值也得到明显改善。

由图 10.29～图 10.31 可知，汽车在良好路面上行驶时，阻尼比最佳控制律半主动悬架与优化的被动悬架性能相似。当行驶在较差路面上时，经过优化的被动悬架较软，不能适应恶劣的行驶环境；对于阻尼比最佳控制律半主动悬架，虽然其车身加速度均方响应略有增大，但是车轮动载荷和悬架弹簧动挠度均方响应却有明显降低。由于车轮动载荷均方响应得到改善，从而使汽车在恶劣行驶条件下获得较大的安全性，同时悬架弹簧动挠度均方响应的改善，降低了悬架限位块被撞击的概率，提高了乘坐舒适性，不至于因加速度均方响应增大而损失过多的舒适性。

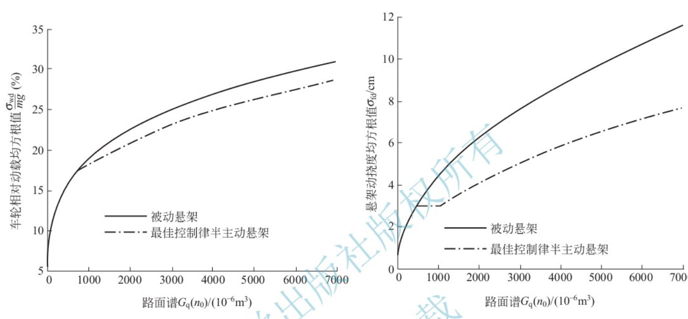


图 10.30　车轮相对动载均方根值随路谱的变化曲线　　图 10.31　悬架动挠度均方根随路谱变化曲线

10.5　半主动悬架控制及策略

10.5.1　汽车半主动悬架系统的控制原理

汽车半主动悬架系统通常以车身振动加速度的均方根值作为控制的目标，以阻尼为控制量，其控制原理如图 10.32 所示。

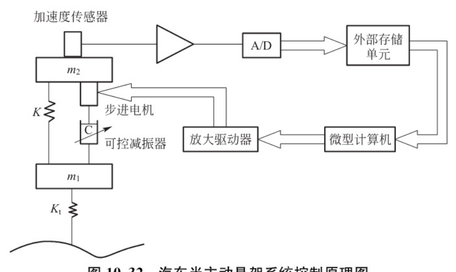


图 10.32　汽车半主动悬架系统控制原理图

安装于车身上的加速度传感器采集车身上的振动加速度信号，经过放大器和 A/D(模/数)转换器后，以数字形式送入外部储存单元和微机，经过微机处理之后对驱动单元发出指令，驱动步进电机旋转，对阻尼进行调节控制。

10.5.2　半主动悬架控制策略分类

从所查文献来看，半主动悬架控制理论涉及控制理论的各个领域，其中包括模糊控制、神经网络、PID 控制、自适应控制、遗传算法、最优控制、滑模控制及复合控制等。控制策略分类框图如图 10.33 所示。

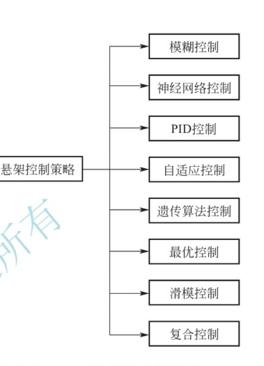


图 10.33　控制策略分类框图

10.5.3　悬架控制策略

控制策略的选择对于半主动悬架的性能有很大的影响，选择恰当的控制策略应用于控制律，才能更好地改善悬架性能。

1．模糊控制

自 1965 年 L. A. Zadeh 提出模糊集合论以来，模糊控制无论在理论和应用方面都有很大的发展，而且正在迅速完善和发展。模糊控制是一种基于规则的、可以用模糊语言来表达的算法，它可以允许被控系统没有精确的数学模型，可以充分利用专家经验，并且可以处理系统参数不确定性问题。基于模糊控制具有上述优势，近年来被广泛地应用到汽车半主动悬架控制之中。由于模糊控制系统不需要建立精确的数学模型，可避免因系统建模误差带来的影响，从而取得较好的控制效果。另外，利用模糊控制可以利用较少的状态量作为反馈控制信号，因此，可减少传感器的数量，降低成本。如图 10.34 所示即为半主动悬架模糊控制系统简图。

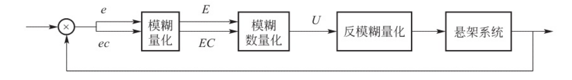


图 10.34　半主动悬架模糊控制系统简图

在半主动悬架模糊控制系统中，将被控制量车身振动加速度的精确值与给定值进行比较，得到偏差 e，计算偏差变化率 ec，然后分别量化模糊量为 E 和 EC，再与控制规则一起，根据推理合成规则进行模糊决策，得到模糊控制量后，将该模糊控制量 U 反模糊化并量化，作用于半主动悬架系统进行阻尼调节，循环往复。

模糊控制方法在半主动悬架系统中的应用效果比常规控制方法有效，但模糊控制器的稳定性只通过一些模拟过程测试，判断其稳定性的标准还不存在；控制器只适用于一定的汽车参数；改变轮胎性能会使控制结果明显变坏；路面性质对控制效果影响较大。因此，模糊控制方法在半主动悬架控制应用中从理论上无法判定，只能通过系统实测才能确定。由于半主动悬架模糊控制器的参数大多数是通过经验离线训练确定的，因而在实际控制过

程中并不能使悬架性能达到最优。

2. 自适应控制

自适应控制系统不是普通的反馈控制系统，它处理的是具有“不确定”性的系统，即自适应控制是针对具有不确定性的系统设计的。这种不确定性可以来自系统内部也可以来自系统外部；既可以是关于系统特性(结构和参数)的不定性，也可以是(干扰)环境条件的变化引起的；既可以是有规律的，又可以是随机的。自适应控制方法可以自动检测系统的参数变化，从而时刻保持系统的性能指标最优。

汽车在使用过程中，载荷、车速、路况等会随时间有较大变化，而且悬架系统是非线性的，因而基于时不变系统的控制方法难以将汽车悬架控制在最佳性能状态。由于自适应控制系统具有“不确定”性控制的特点，近年来在半主动悬架控制中得到了应用。

自适应控制方法应用于汽车悬架系统有自校正在线控制和模型参考自适应控制两类控制策略。其中，自校正在线控制是一种受控制对象参数在线识别与控制器整定相结合的控制方法；模型参考自适应控制是在外界激励条件与车辆自身参数状态发生变化时，被控车辆的振动输出仍然能跟踪所选定的理想参考模型。采用自适应控制的车辆悬架阻尼减振器系统能改善车辆的行驶特性，在德国大众汽车公司所生产的底盘上得到了应用。但是，采用自适应控制的半主动悬架比采用常规反馈控制的半主动悬架要复杂得多，成本也高得多，因此只是在采用常规反馈达不到所期望的性能时，才会考虑采用。如图 10.35 即为某半主动悬架阻尼自适应控制系统框图。

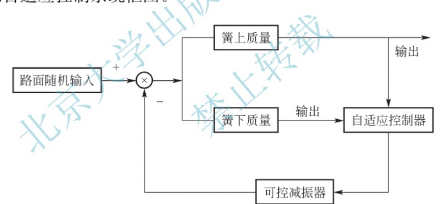


图 10.35　某半主动悬架阻尼自适应控制系统框图

如图 10.35 所示的半主动悬架阻尼自适应控制系统，是利用汽车簧上质量的振动响应，逐步调节悬架阻尼，直至车身振动加速度响应的均方根值达到极小值作为控制的目标量。

3. 神经网络控制

人工神经网络是一种使用大量简单相连的人工神经元来模拟人类大脑的一阶特性的并行分布计算系统，可以通过电子线路或计算机程序来实现，其理论起源于 20 世纪 50 年代。神经网络可以反映人类大脑功能的若干基本特性。作为一种并行分布式处理系统，可以逼近任意非线性函数，具有自动知识获得、联想记忆、自适应性、良好的容错性和推广能力。因此，近年来在半主动悬架建模控制中得到了广泛应用。

神经网络是一个由大量处理单元所组成的高度并行的非线性动力系统，其特点是可学习性和并行性，故在汽车悬架振动控制中有广泛的应用前景。但神经网络不适于表达基于规则的知识，不能利用已有的专家经验知识，需要较长的训练时间，因此神经网络须与其

他控制方法相结合构成复合控制模式，才能具有更大的实际应用。如图 10.36 所示即为某半主动悬架系统的神经网络自适应控制系统简图。

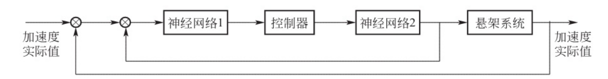


图 10.36　半主动悬架神经网络自适应控制系统简图

在如图 10.36 所示的半主动悬架神经网络自适应控制系统中，有两个子神经网络，其中，神经网络 1 用于对汽车半主动悬架系统进行在线辨识。在对悬架进行在线辨识的基础上，应用另外一个具有控制作用的神经网络 2，通过对控制网络的权系数进行在线调整，控制器经过学习，对悬架系统进行在线控制，使得悬架系统输出逐渐接近于期望值。具有神经网络自适应控制的半主动悬架系统能很好地减小汽车振动，提高车辆行驶平顺性和稳定性。

4. PID 控制

以经典控制理论为基础的 PID 控制，不需要了解控制对象的数学模型，只要根据经验对调节器参数进行在线调整，即可获得较为满意的结果。PID 控制有两类，分别是查表法变参数 PID 控制和模糊 PID 控制。分类框图如图 10.37 所示。

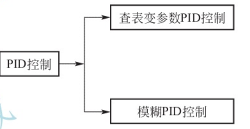


图 10.37　PID 分类框图

PID 控制的不足之处是对被控对象参数比较敏感，因此，研究查表法变参数 PID 控制和模糊 PID 控制方法，在半主动悬架控制系统中的应用有一定的价值。

1）查表法变参数 PID 控制

查表法变参数 PID 控制是采用自寻找最优整定对不同负荷时控制系统的 PID 参数进行优化，得到几组不同的比例系数和微分时间常数，以表格形式存放在计算机内存中。工作时对负荷进行采用，根据采得的负荷值从表中查得对应的比例系数、积分时间常数和微分时间常数进行控制。

2）模糊 PID 控制

模糊 PID 控制是运用模糊控制理论来设计数字 PID 控制器，其基本设计思想是：将输入两偏差和偏差变化率平面分成不同的区，在不同的区采用不同的比例系数、积分时间常数和微分时间常数对系统进行控制。而不同的比例系数、积分时间常数和微分时间常数由偏差及偏差率值从控制表中查得，其中，控制表是用模糊控制理论总结操作经验得到的。图 10.38 即为某半主动悬架 PID 控制系统简图。

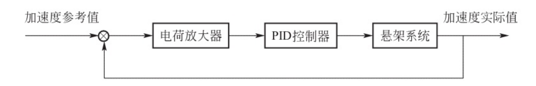


图 10.38　某半主动悬架 PID 控制系统简图

在如图 10.38 所示的主动悬架 PID 控制系统中，通过加速度计测得车身加速度，经过电荷放大器后输入 PID 控制器，经比例、微分、积分处理，反馈给半主动悬架，调节悬架的阻尼。



5. 最优控制

最优控制方法是应用状态空间法，以状态空间表示加权二次性能指标，采用最优控制律来解优化问题。常用的最优控制包括最优预测控制、线性最优控制和 H_∞ 最优控制等，如图 10.39 所示。

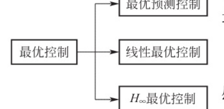


图 10.39 最优控制分类框图

1）最优预测控制

最优预测控制是通过在车头安装红外传感器或超声波传感器等方法预先获得路面激励信号，然后由半主动悬架控制系统发出指令，调节减振器阻尼力，从而实现最优预测控制，可以解决控制系统的时滞性问题。由于该控制技术可以通过某种方法提前检测到前方的路面状况和变化，将有足够的时间采取措施。因此，可大大降低系统的能耗，且改善系统的控制性能。但是，因该控制方法是以线性随机最优控制理论为基础的最优控制方法，在建立半主动悬架系统模型时，忽略高阶动态环节，根据确定的半主动悬架系统参数计算出控制参数，仅对理想的半主动悬架数学模型保证预期的性能。半主动悬架系统含有很多不确定的非线性时变因素，很难用普通的定常反馈系统达到预定的性能要求，因而限制了线性最优控制在半主动悬架控制系统中的应用。

2）线性最优控制

线性最优控制是建立在系统较为理想的模型基础上的，采用受控对象的状态响应与控制输入的加权二次型作为性能指标，同时，保证受控结构在动态稳定条件下实现最优控制。例如，将线性二次型调节器控制理论和线性二次高斯控制理论应用于汽车悬架系统以实现最优控制。

线性最优控制方法是在系统建模时，忽略了高阶动态环节，如车架、轮胎的高阶模态，以及减振器、传感器的动态特性等，所得到的控制参数是根据确定的系统参数计算出来的，仅对理想的数学模型保证预期的性质。当系统参数变化到一定程度时，会使系统变得不稳定，控制参数不再使性能指标最优，有时甚至会使得悬架性能恶化。实际悬架系统有许多不确定的非线性、时变的高阶动力系统，因此，难以用定常反馈系统达到预定的性能要求，所以，线性最优控制方法在半主动悬架控制系统中的应用很少。

3）H_∞ 最优控制

H_∞ 最优控制是通过设计控制器，在确保闭环系统各回路稳定的条件下，使相对于干扰的输出取最小的一种最优控制方法。为了模拟由于车身质量、轮胎刚度以及减振器阻尼系数等变化所引起的误差，应用 H_∞ 最优控制方法可使汽车悬架振动控制具有较强的适应不确定因素影响的能力。如图 10.40 所示即为某半主动悬架 H_∞ 控制系统简图。

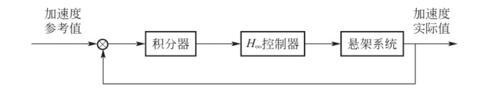


图 10.40 半主动悬架 H_∞ 控制系统简图

在图 10.40 所示的半主动悬架 H_∞ 控制系统中，是利用加速度传感器分别测量簧上质量和簧下质量的加速度，再利用通过高通滤波器对低频噪声信号进行滤波，然后分别积分

得到相应的速度和，将簧上质量和簧下质量的绝对速度信号输入 H_∞ 控制器，实现动态输出反馈。

6. 鲁棒控制

鲁棒控制(Robust Control)方面的研究始于 20 世纪 50 年代。鲁棒控制是一种考虑动态非线性及参数时变性的控制方法，它可以在系统设计阶段对可能的影响因素加以考虑，从而将这些因素对系统的影响减小到最低。鲁棒控制方法适用于稳定性和可靠性作为首要目标的应用，同时过程的动态特性已知且不确定因素的变化范围可以预估。采用鲁棒控制的半主动悬架具有较强的适应不确定因素影响的能力。但是，鲁棒控制系统的设计要由高级专家完成，一旦设计成功，就不需太多的人工干预；而且若升级或作重大调整，系统就要重新设计。

7. 遗传算法

遗传算法(Genetic Algorithm)最初是由美国 Michigan 大学 J. Holland 教授于 1975 年首先提出来的，它是模拟达尔文生物进化论的自然选择和遗传学机理的生物进化过程的计算模型，是一种通过模拟自然进化过程搜索最优解的方法。由于遗传算法的整体搜索策略和优化搜索方法在计算时不依赖于梯度信息或其他辅助知识，而只需要影响搜索方向的目标函数和相应的适应度函数，所以遗传算法提供了一种求解复杂系统问题的通用框架，近年来开始应用到半主动悬架控制中。

8. 复合控制

目前，半主动悬架控制采用的各种控制方法均有其优点和不足之处，将两种或几种控制方法相结合的复合控制方法往往能起到更好的控制效果。其中，由于模糊控制与神经网络和自适应控制理论具有互补性，近年来采用基于天棚阻尼控制理论、模糊控制理论和自适应控制理论为主线的复合控制策略成为热点。

小　　结

本章介绍了主动悬架定义、分类和控制功能，半主动悬架的分类、可控减振器及驱动方式，讲述了半主动悬架最优控制律，其中包括基于最优控制力的控制规律和基于悬架系统最佳阻尼比的阻尼控制规律，并以可控筒式液压减振器为例，讲述了半主动悬架可控减振器节流阀参数控制规律，半主动悬架可控减振器节流阀参数与转角之间关系，以及半主动悬架可控减振器步进电机转角随车辆行驶状态变化规律。最后，介绍了半主动悬架控制及策略，其中包括汽车半主动悬架系统的控制原理、半主动悬架控制策略分类以及悬架各种控制策略的特点及应用。

第11章

主动悬架系统设计

11.1 主动悬架模型及振动微分方程

11.1.1 主动悬架模型

通过汽车被动悬架最佳阻尼匹配分析可知，车辆行驶平顺性、悬架动挠度和车轮动载传递函数之间性能上存在显著的相互关系，改善被动悬架3个传递函数中任何一个的性能，往往需要以恶化其他两个传递函数的性能为代价。本章对使用装有电子控制执行器的主动悬架来显著提高悬架性能进行分析，探讨分时控制和主动悬架的性能，以及主动悬架和被动悬架的比较和影响主动悬架性能的因素。

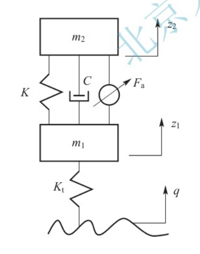


图 11.1　1/4 汽车主动悬架模型

图11.1为一个二自由度1/4汽车主动悬架系统，它表示单轮汽车系统，即汽车4个车轮中任何一个车轮的车轴和车身的运动。

图11.1中，m_2为簧上质量；m_1为簧下质量；K为悬架弹簧刚度；C为悬架阻尼；F_a为主动作动力；K_t为轮胎刚度；z_2、z_1和q分别表示以静态平衡点为参考位置的簧上质量、簧下质量和路面激励的垂直位移。

11.1.2 主动悬架振动微分方程

图11.1所示的二自由度1/4汽车主动悬架振动微分方程可表示为

$$m_2\ddot{z}_2+C(\dot{z}_2-\dot{z}_1)+K(z_2-z_1)=F_a \tag{11-1}$$

$$m_1\ddot{z}_1+K_t(z_1-q)-C(\dot{z}_2-\dot{z}_1)+K(z_2-z_1)=-F_a \tag{11-2}$$

1/4 汽车主动悬架的状态空间模型可表示为

$$\dot{x}=Ax+BF_a+L\dot{q} \tag{11-3}$$

式中，$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\dfrac{K}{m_2} & -\dfrac{C}{m_2} & 0 & \dfrac{C}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \dfrac{K}{m_1} & \dfrac{C}{m_1} & \dfrac{K_t}{m_1} & -\dfrac{(C+K_t)}{m_1} \end{bmatrix}$；$B=\begin{Bmatrix} 0 \\ 1/m_2 \\ 0 \\ -1/m_1 \end{Bmatrix}$；$L=\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{Bmatrix}$；$X=\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix}$；

$$x_1=z_2-z_1；\ x_2=\dot{z}_2；\ x_3=z_1-q；\ x_4=\dot{z}_1$$

一般来说，开发主动悬架振动控制系统有两种不同途径：前馈控制和反馈控制。前馈控制将一个与干扰信号相关的信号作为控制器输入，产生一个控制信号驱动执行器消除干扰；反馈控制将系统响应的测量信号作用于干扰信号，驱动控制执行器弱化干扰信号的影响。理论上，前馈控制系统比反馈控制系统更优越。然而，前馈控制有一个很大的局限性，其控制器需要一个与干扰相关的信号，对于前馈控制，获得与路面干扰相关的参考信号很难实现，而反馈控制器具有更广的应用范围，因此本章只考虑反馈控制策略。

11.2 主动控制

11.2.1 传递函数

以下 3 个传递函数可用来判断主动悬架系统的有效性。

1. 车速振动加速度传递函数

$$H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}=\frac{\ddot{z}_2(s)}{\dot{q}(s)} \tag{11-4}$$

2. 车速动挠度传递函数

$$H_{(z_2-z_1)\sim\dot{q}}=\frac{z_2(s)-z_1(s)}{\dot{q}(s)} \tag{11-5}$$

3. 车轮动载荷传递函数

$$H_{F_D\sim\dot{q}}=\frac{K_t(z_1(s)-q(s))}{\dot{q}(s)} \tag{11-6}$$

或轮胎变形

$$H_{(z_1-q)\sim\dot{q}}=\frac{(z_1(s)-q(s))}{\dot{q}(s)} \tag{11-7}$$

11.2.2 LQR 算法及与 H_2 最优控制关系

考虑

$$\dot{x}=Ax+B_1d+B_2u \quad A\in R^{n\times n},\ B_1\in R^n,\ B_2\in R^n \tag{11-8}$$

$$z=C_1x+D_{12}u \quad C_1\in R^{m\times n},\ D_{12}\in R^{m\times 1} \tag{11-9}$$

式中，$d\in R$，为干扰输入，假定为单位强度均值为 0 的白噪声；$u\in R$，为控制输入和在 $z\in R^m$ 中使其最小化的参数。

对于主动悬架，变量 z 包括簧载质量加速、悬架动挠度和轮动载。假定参数对($\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{C}_1$)是可测的，($\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}_2$)是稳定的，以及 $\boldsymbol{D}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{12}>0$。

如果上述系统的控制设计问题是对于输入白噪声 d，减小输出变量 z 的误差，那么该控制设计问题被称作 H_2 最优控制问题。

解决 H_2 最优控制问题和解决线性二次型控制(LQR)问题类似。在 LQR 问题中，需要设计控制器使下面的性能指标最小。

$$J=\int_0^{\infty}\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}\mathrm{d}t=\int_0^{\infty}[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{x}+2\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{12}\boldsymbol{u}+\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{12}\boldsymbol{u}]\mathrm{d}t \tag{11-10}$$

所有的初始条件为

$$x_0=x(0)$$

LQR 问题的解

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}&=-(\boldsymbol{D}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{12})^{-1}\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}-(\boldsymbol{D}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{12})^{-1}(\boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{12})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}\\&=-(\boldsymbol{D}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{12})^{-1}[\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+(\boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{12})^{\mathrm{T}}]\boldsymbol{x}\end{aligned} \tag{11-11}$$

矩阵 P 由 *Riccati* 方程的正半定解确定

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_1-(\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{D}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_1)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{D}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{12})^{-1}(\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{D}_{12}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_1)=0 \tag{11-12}$$

上述控制输入的最佳性能指标是

$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{opt}}=\boldsymbol{x}_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}_0 \tag{11-13}$$

式(11-11)的 LQR 解将被用作 H_2 最优控制问题的解，在存在白噪声干扰 d 的情况下，变量 z 的误差最小化。

11.2.3 基于 LQR 算法的主动悬架设计

定义二次型性能指标为

$$J=\int_0^{\infty}[\ddot{z}_2^2+\rho_1(z_2-z_1)^2+\rho_2\dot{z}_2^2+\rho_3(z_1-q)^2+\rho_4\dot{z}_1^2]\mathrm{d}t \tag{11-14}$$

式中，ρ_1、ρ_2、ρ_3 和 ρ_4 为选择权重因子，以便调整各变量的作用。

性能指标 J 可以用于标准矩阵式(11-10)，因此可得

$$\begin{aligned}z_1=&\frac{1}{m_2}[K^2x_1^2+C^2x_2^2+C^2x_4^2+F_a^2+2K_tCx_1x_2-2KCx_1x_4\\&-2C^2x_2x_4-2Kx_1F_a-2Cx_1^2F_a^2+2Cx_4F_a]\end{aligned} \tag{11-15}$$

因此

$$\ddot{z}_2^2+\rho_1(z_2-z_1)^2+\rho_2\dot{z}_2^2+\rho_3(z_1-q)^2+\rho_4\dot{z}_1^2=x^{\mathrm{T}}Qx+2x^{\mathrm{T}}NF_a+F_a^{\mathrm{T}}RF_a \tag{11-16}$$

式中，$\boldsymbol{Q}=\begin{bmatrix}\dfrac{K^2}{m_2^2}+\rho_1 & \dfrac{CK}{m_2^2} & 0 & -\dfrac{CK^2}{m_2^2}\\ \dfrac{CK^2}{m_2^2} & \dfrac{C^2}{m_2^2}+\rho_2 & 0 & \dfrac{C^2}{m_2^2}\\ 0 & 0 & \rho_3 & 0\\ -\dfrac{CK}{m_2^2} & -\dfrac{C^2}{m_2^2} & 0 & \dfrac{C^2}{m_2^2}+\rho_4\end{bmatrix}$；$\boldsymbol{B}=\begin{Bmatrix}-\dfrac{K}{m_2^2}\\ -\dfrac{C}{m_2^2}\\ 0\\ \dfrac{C}{m_2^2}\end{Bmatrix}$；$\boldsymbol{R}=\dfrac{1}{m_2^2}$。

性能指标为

$$J=\int_0^{\infty}[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}x+2\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}\boldsymbol{u}+\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}u]\mathrm{d}t \tag{11-17}$$

根据式(11－11)的可知，使性能指数最小化的最优控制的解是状态反馈律

$$F_a = -\boldsymbol{G}\boldsymbol{x} \tag{11-18}$$

式中，$\boldsymbol{G}$ 为反馈增益因子，可通过 Riccati 方程获得，即

$$(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{N})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{N})+(\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{N})-\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}=0 \tag{11-19}$$

$$\boldsymbol{G}=\boldsymbol{R}^{-1}(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{N}) \tag{11-20}$$

式(11－20)中，$\boldsymbol{G}$ 为增益矩阵，它由两部分组成，即 $\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}$ 和 $\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{N}$。

注意：$\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{N}$ 不依赖 Riccati 方程(11－19)的解和性能指数中的加权因子 ρ_1、ρ_2、ρ_3 和 ρ_4，而与下列因素相关。

(1) 第一项 $\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^{T}\boldsymbol{P}$ 与性能指数采用的加权因子 ρ_1、ρ_2、ρ_3 和 ρ_4 的选择有关。

(2) 由于弹簧和阻尼是被动的，第二项 $\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{N}$ 完全消除了被动力 $Kx_1+C(x_2-x_4)$。

在这种控制系统中，作用于悬架和非悬架质量的合力与被动参量 K 和 C 无关。即使改变被动参量的值，最优反馈增益也不会改变，这是由于被动力被控制律 $R^{-1}N$ 消除。

11.2.4 LQR 控制器的性能研究

加权因子 ρ_1、ρ_2、ρ_3 和 ρ_4 的 LQR 控制器的性能已有人做过研究(Butsuen，1989)。通过选取很小的其他变量的权重：$\rho_1=0.4$、$\rho_2=0.16$、$\rho_3=0.4$ 和 $\rho_4=0.16$，对降低簧上质量加速度的影响显著，而对其他响应性能指标的影响却很小。

在此权重影响因子情况下，主动悬架的性能指标如图 11.2～图 11.4 所示。

由图 11.2～图 11.4 可知，在较宽的频率范围内，簧上质量加速度显著减少。然而，与 10Hz 共振频率下的被动悬架相比，在选取上述权重时，悬架动挠度和轮胎变形传递函数性能较非簧下质量共振频率下的被动悬架性能差，并且悬架动挠度传递函数在低频率下具有恒定渐近线，这也比被动悬架性能差。

不同权重下 LQR 控制器的性能分别如图 11.5～图 11.7 所示。车速加速度(平顺性)权重较大，其他特性的权重较小。分别取权重为 $\rho_1=400$、$\rho_2=16$、$\rho_3=400$ 和 $\rho_4=16$。

可以看出，悬架质量加速度在其共振频率 1Hz 下显著减小，而非悬架质量共振频率下平顺性性能较被动悬架却没有改善。

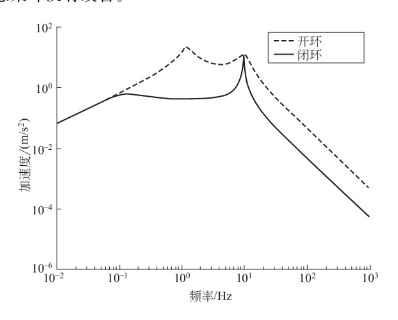


图 11.2 增大车辆平顺性权重的车速振动加速度性能

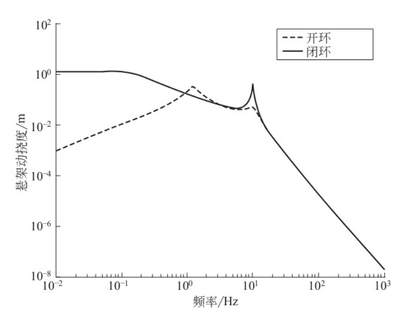


图 11.3　增大车辆平顺性权重的悬架动挠度性能

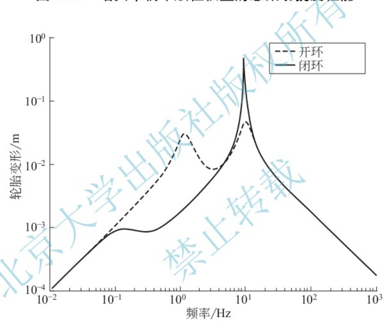


图 11.4　增大车辆平顺性权重的轮胎变形性能

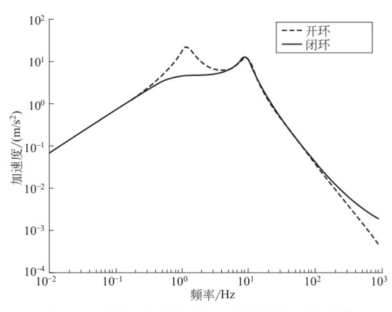


图 11.5　中等车辆平顺性权重的车身加速度性能

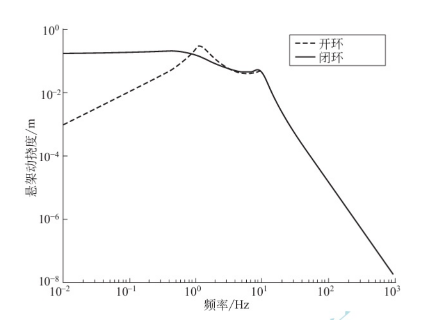


图 11.6　中等车辆平顺性权重的悬架动挠度性能

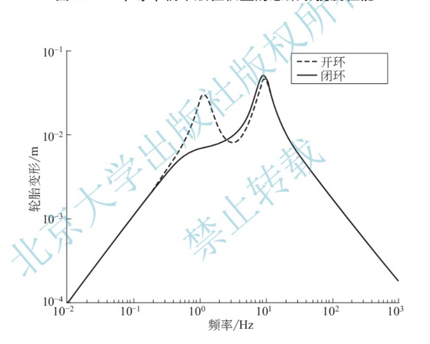


图 11.7　中等车辆平顺性权重的轮胎变形性能

此外，在高频下上述 LQR 控制器产生 20dB/dec 的侧倾振动，而悬架质量加速度传递函数为 40dB/dec。这种高频率振动能够通过在控制器传递函数中引入低通滤波器加以消除。相比被动悬架，在低频时主动悬架动挠度显著增加。轮胎变形在悬架质量频率下也有所减小，在非悬架质量频率下没有变化。

图 11.8～图 11.10 显示了基于 LQR 设计的控制器的特性，增加悬架动挠度和轮胎变形权重，减小车身加速度(平顺性)的权重。分别取权重为 $\rho_1=10000$、$\rho_2=100$、$\rho_3=100000$ 和 $\rho_4=100$。

从图 11.8～图 11.10 可知，悬架质量加速度传递函数中高频性能比被动悬架差得多。悬架质量高频侧倾性能和悬架质量频率下部分性能有所改善。悬架动挠度传递函数性能在悬架和非悬架质量频率下都有所改善，而低频性能变差。轮胎变形传递函数在两个共振频率下都有所改善。

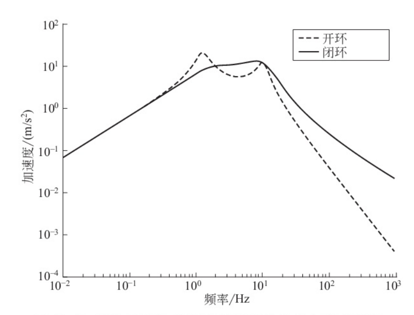


图 11.8　增加悬架和轮胎变形权重的车身加速度特性

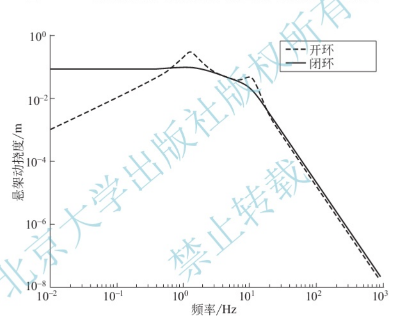


图 11.9　增加悬架和轮胎变形权重的悬架动挠度性能

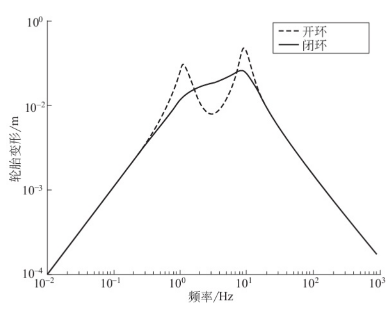


图 11.10　增加悬架和轮胎变形权重的轮胎变形性能

LQR 控制器性能可以通过主动系统渐进线和系统“不动点”的分析加以理解。

11.3 主动系统的渐进线

11.3.1 闭环传递函数

考虑如下形式的全状态反馈

$$F_a = -g_1(z_2 - z_1) - g_2\dot{z}_2 - g_3(z_1 - q) - g_4\dot{z}_1 \tag{11-21}$$

式中，g_1、g_2、g_3和 g_4为反馈增益系数。

将式(11-21)代入式(11-1)和式(11-2)，然后进行拉普拉斯变换并求解，可得到闭环传递函数，即

$$H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(s) = \frac{s[m_1 g_3 s^2 + (C - g_4)K_t s + (K + g_1)K_t]}{d(s)} \tag{11-22}$$

$$H_{(z_2 - z_1)\sim\dot{q}}(s) = \frac{s[m_1 g_3 - (K_t - g_3)m_2] - (g_2 + g_4)K_t}{d(s)} \tag{11-23}$$

$$H_{(z_1 - q)\sim\dot{q}}(s) = \frac{m_2 m_1 s^3 + [(K - g_4)m_2 + (C + g_2)m_1]s^2 + (K + g_1)(m_2 + m_1)s}{d(s)} \tag{11-24}$$

$$d(s) = m_2 m_1 s^4 + [(K + g_2)m_1 + (C - g_4)m_2]s^3 + [(K + g_1)m_1 + (K_t + K + g_1 - g_3)m_2] \tag{11-25}$$

11.3.2 主动系统响应渐进线

各响应渐进线表示如下。

1. 车身加速度渐进线

主动

$$\lim_{s\to 0} H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(s) = s, \quad \lim_{s\to\infty} H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(s) = \left(\frac{g_3}{m_2}\right)\frac{1}{s} \tag{11-26}$$

被动

$$\lim_{s\to 0} H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(s) = s, \quad \lim_{s\to\infty} H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(s) = \left(\frac{K_t C}{m_2 m_1}\right)\frac{1}{s^2} \tag{11-27}$$

低频渐近线独立于被动和主动悬架参数。对于主动悬架系统，高频渐进线取决于轮胎变形反馈的增益 g_3 和 20dB/dec 时的侧倾性能，而对于被动悬架，取决于 40dB/dec 时的高频侧倾性能。这样，使用轮胎变形反馈会导致高频平顺性变差。

2. 悬架动挠度渐进线

主动

$$\lim_{s\to 0} H_{(z_2 - z_1)\sim\dot{q}}(s) = -\frac{g_1 + g_4}{K + g_1}, \quad \lim_{s\to\infty} H_{(z_2 - z_1)\sim\dot{q}}(s) = \left(\frac{g_3 m_1 - (K_t - g_3)m_2}{m_1 m_2}\right)\frac{1}{s^2} \tag{11-28}$$

被动

$$\lim_{s\to 0} H_{(z_2-z_1)\sim\dot{q}}(s) = -\frac{m_2 s}{K}, \quad \lim_{s\to\infty} H_{(z_2-z_1)\sim\dot{q}}(s) = -\left(\frac{K_t}{m_1}\right)\frac{1}{s^3} \tag{11-29}$$

被动和主动悬架具有相同的高频侧倾加速度渐近线性能，但低频侧倾性能完全不同。式(11－28)显示出全状态反馈和绝对速度反馈的一般特性，一个常值低频渐近线，而被动系统低频渐近线是下降的。

3. 轮胎变形渐进线

主动

$$\lim_{s\to 0} H_{(z_1-q)\sim\dot{q}}(s) = -\frac{(m_2+m_1)s}{K_t}, \quad \lim_{s\to\infty} H_{(z_1-q)\sim\dot{q}}(s) = -\frac{1}{s} \tag{11-30}$$

被动

$$\lim_{s\to 0} H_{(z_1-q)\sim\dot{q}}(s) = -\frac{(m_2+m_1)s}{K_t}, \quad \lim_{s\to\infty} H_{(z_1-q)\sim\dot{q}}(s) = -\frac{1}{s} \tag{11-31}$$

可以看出，低频和高频渐近线独立于主动悬架力。

11.4 悬架问题的不动点及其特性影响分析

11.4.1 悬架问题的不动点

将式(11－1)和式(11－2)相加得到

$$m_2\ddot{z}_2 + m_1\ddot{z}_1 + K_t(z_1 - q) = 0 \tag{11-32}$$

式(11－28)独立于被动悬架力和主动悬架力，这是基本方程，隔振问题和许多有意义的结论可以由此得出。在初始条件为 0 时，式(11－28)的拉普拉斯变换为

$$m_2\ddot{z}_2(s) + (K_t + m_1 s^2)z_1(s) = K_t q(s) \tag{11-33}$$

利用式(11－4)、式(11－5)和式(11－7)定义的车身加速度、悬架动挠度和轮胎变形传递函数，设 $s=\mathrm{j}\omega$，可获得下列关系

$$m_2 H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(\mathrm{j}\omega) + (K_t - m_1\omega^2)H_{z_1\sim\dot{q}}(\mathrm{j}\omega) = -\mathrm{j}m_1\omega \tag{11-34}$$

$$m_2\omega^2 H_{(z_2-z_1)\sim\dot{q}}(\mathrm{j}\omega) - (K_t - (m_1+m_2)\omega^2)H_{z_1\sim\dot{q}}(\mathrm{j}\omega) = -\mathrm{j}(m_1+m_2)\omega \tag{11-35}$$

$$\omega^2(K_t - m_1\omega^2)H_{(z_2-z_1)\sim\dot{q}}(\mathrm{j}\omega) + (K_t - (m_1+m_2)\omega^2)H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(\mathrm{j}\omega) = \mathrm{j}\omega K_t \tag{11-36}$$

式(11－34)、式(11－35)和式(11－36)表明，不论被动悬架还是主动悬架，只要 3 个传递函数有一个被确定，其他两个传递函数就可以通过两个约束方程加以确定。这也揭示了为什么 LQR 控制算法能用于宽频带内显著改善传递函数中任何一个的性能，但是通常会恶化其他两个传递函数的性能。

式(11－34)、式(11－35)和式(11－36)也可以被用来理解为车身振动加速度和悬架动挠度传递函数包含的“不动点”，即不管主动悬架力如何选择，在某频率下闭环主动悬架传递函数和开环被动悬架传递函数相同。

由式(11－34)可知，车身振动加速度传递函数 $H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(s)$ 的不动点为

$$\omega_{\mathrm{inv_1}} = \sqrt{\frac{K_t}{m_1}} \tag{11-37}$$

和

$$H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(\omega_{\text{inv}_1})=\text{j}\sqrt{\frac{m_1K_\text{t}}{m_2}} \tag{11-38}$$

由式(11-35)可知，悬架动挠度传递函数有一个不动点，即

$$\omega_{\text{inv}_2}=\sqrt{\frac{K_\text{t}}{m_1+m_2}} \tag{11-39}$$

和

$$H_{(z_2-z_1)\sim\dot{q}}(\omega_{\text{inv}_2})=\text{j}\,\frac{m_1+m_2}{m_1}\sqrt{\frac{m_1+m_2}{K_\text{t}}} \tag{11-40}$$

由式(11-34)和式(11-35)可知，轮胎变形传递函数，除了 $\omega=0(H_{(z_1-q)\sim\dot{q}}(0)=0)$，没有不动点。

由于不动点频率 ω_{inv_1} 基本等于簧下质量频率(约为$\sqrt{\frac{K_\text{t}}{m_1}}$)，这就是为什么加速度性能在簧下质量频率下没有改善。无论如何选取悬架刚度 K_t，或主动悬架控制律，加速度传递函数在非悬架质量频率下都不会改变。

11.4.2 基于不动点的综合性能分析

约束方程(11-32)、方程(11-33)和方程(11-34)能够解释为何在宽频带内 LQR 算法可以显著提高 3 个传递函数中任何一个的性能，但会恶化其他两个传递函数的性能。这是因为 3 个传递函数之一被确定，就会成为另两个传递函数的约束条件。

1. 平顺性/车辆行驶性的关系

式(11-34)可表示为

$$H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(\text{j}\omega)=\alpha_1(\omega)H_{(z_1-q)\sim\dot{q}}(\text{j}\omega)-\text{j}r_{\text{m}1}\omega \tag{11-41}$$

其中

$$\alpha_1(\omega)=r_{\text{m}1}(\omega^2-\omega_{\text{inv}-1}^2) \tag{11-42}$$

$$\omega_{\text{inv}-1}=\sqrt{\frac{K_\text{t}}{m_1}} \tag{11-43}$$

$$r_{\text{m}1}=\frac{m_1}{m_2} \tag{11-44}$$

平顺性传递函数 $\delta H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(\text{j}\omega)$ 的改变会导致轮胎变形传递函数 $H_{(z_2-z_1)\sim\dot{q}}(\text{j}\omega)$ 的改变。根据式(11-41)，则 $\delta H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(\text{j}\omega)$ 和 $H_{(z_2-z_1)\sim\dot{q}}(\text{j}\omega)$ 的关系可表示为

$$H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(\text{j}\omega)+\delta H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(\text{j}\omega)=\alpha_1(\omega)H_{(z_1-q)\sim\dot{q}}(\text{j}\omega)+\alpha_1(\omega)\delta H_{(z_1-q)\sim\dot{q}}-\text{j}r_{\text{m}1}\omega \tag{11-45}$$

$$\delta H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(\text{j}\omega)=\alpha_1(\omega)H_{(z_1-q)\sim\dot{q}}(\text{j}\omega) \tag{11-46}$$

如果

$$\delta H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(\text{j}\omega)=-\varepsilon H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(\text{j}\omega) \tag{11-47}$$

则

$$\delta H_{(z_1-q)\sim\dot{q}}(\text{j}\omega)=-\frac{\varepsilon H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(\text{j}\omega)}{\alpha_1(\omega)}=-\frac{\varepsilon}{\alpha_1(\omega)}[\alpha_1(\omega)H_{(z_1-q)\sim\dot{q}}(\text{j}\omega)-\text{j}r_{\text{m}1}\omega] \tag{11-48}$$

或

$$\delta H_{(z_1-q)\sim\dot{q}}(\mathrm{j}\omega)=-\varepsilon H_{(z_1-q)\sim\dot{q}}(\mathrm{j}\omega)+\frac{\varepsilon}{\alpha_1(\omega)}\mathrm{j}r_{\mathrm{m}1}\omega \tag{11-49}$$

在低频($\omega\ll\omega_{\mathrm{inv}-1}$)时，式(11－49)中的第二项可以忽略，因此

$$\frac{\varepsilon}{\alpha_1(\omega)}\mathrm{j}r_{\mathrm{m}1}\omega=\frac{\varepsilon\mathrm{j}r_{\mathrm{m}1}\omega}{r_{\mathrm{m}1}(\omega^2-\omega_{\mathrm{inv}-1}^2)}\approx\frac{\varepsilon\mathrm{j}\omega}{-\omega_{\mathrm{inv}-1}^2}\approx 0 \tag{11-50}$$

所以，式(11－49)中的第一项占主导地位，因此，在低频时，轮胎变形和车身振动加速度性能同时得到改善。

在高频时，ω 增大到接近于 $\omega_{\mathrm{inv}-1}$ 时，加速度在 $\omega=\omega_{\mathrm{inv}-1}$ 时不可能得到改善。但加速度稍高于 $\omega_{\mathrm{inv}-1}$ 时，加速度可得到改善，然而，这将会导致轮胎变形性能急剧变差。

2. 平顺性/动挠度的关系

式(11－36)可改写为

$$H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(\mathrm{j}\omega)=\frac{\omega^2(K_\mathrm{t}-m_1\omega^2)}{(K_\mathrm{t}-(m_1+m_2)\omega^2}H_{(z_2-z_1)\sim\dot{q}}(s)+\frac{\mathrm{j}\omega K_\mathrm{t}}{K_\mathrm{t}-(m_1+m_2)\omega^2} \tag{11-51}$$

因此

$$H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(\mathrm{j}\omega)=\alpha_2(\omega)H_{(z_2-z_1)\sim\dot{q}}(s)+\frac{\mathrm{j}\omega\omega_{\mathrm{inv}-2}^2}{\omega_{\mathrm{inv}-2}^2-\omega^2} \tag{11-52}$$

其中

$$\alpha_2(\omega)=-\frac{m_1}{m_1+m_2}\frac{\omega^2(\omega^2-\omega_{\mathrm{inv}-1}^2)}{\omega^2-\omega_{\mathrm{inv}-2}^2} \tag{11-53}$$

因此

$$\delta H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(\mathrm{j}\omega)=\alpha_2(\omega)H_{(z_2-z_1)\sim\dot{q}}(\mathrm{j}\omega) \tag{11-54}$$

设

$$\delta H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(\mathrm{j}\omega)=-\varepsilon H_{\ddot{z}_2\sim\dot{q}}(\mathrm{j}\omega) \tag{11-55}$$

则

$$\delta H_{(z_2-z_1)\sim\dot{q}}(\mathrm{j}\omega)=-\varepsilon H_{(z_2-z_1)\sim\dot{q}}(\mathrm{j}\omega)-\varepsilon\left(\frac{m_2}{m_1}+1\right)\frac{\mathrm{j}\omega_{\mathrm{inv}-2}^2}{\omega(\omega^2-\omega_{\mathrm{inv}-1}^2)} \tag{11-56}$$

可知，当 $\omega\to 0$，$\omega\to\omega_{\mathrm{inv}-1}(\omega>\omega_{\mathrm{inv}-1})$时，$\delta H_{(z_2-z_1)\sim\dot{q}}(\mathrm{j}\omega)$中的第二项占主导。因此，加速度低频性能的改善和簧下质量共振频率性能的改善($\omega>\omega_{\mathrm{inv}-1}$)只能以动挠度性能的恶化为代价。

3. 主动悬架系统的结论

根据以上讨论所得出的结论可知，不论采用何种状态反馈增益，状态反馈控制主动悬架性能会存在以下局限。

(1) 加速度传递函数在簧下质量频率 $\omega_{\mathrm{inv}-1}=\sqrt{K_\mathrm{t}/m_1}$ 下有一个不动点。该频率下状态反馈不能改善车辆的平顺性。车身振动加速度在高权重时导致在簧下质量频率下轮胎和悬架动挠度性能变差，对车辆平顺性能没有任何改善。

(2) 采用轮胎变形反馈控制会导致在 20dB/dec 时的侧倾加速度传递函数不同于在 40dB/dec 时的被动悬架，这将导致高频平顺性恶化。

(3) 主动悬架动挠度传递函数有一个常值的低频渐近线，会导致产生比低频被动悬架大的悬架动挠度。只要簧上质量和簧下质量速度反馈增益不为 0，就会存在该低频渐

近线。

(4) 在 $\omega_{inv-2}=\sqrt{K_t/[m_1+m_2]}$，大约 4.0Hz 时，悬架动挠度传递函数有不动点。该频率下主动控制不能改善悬架动挠度性能。

(5) 在簧下质量频率下，改善轮胎变形性能要以增加车身振动加速度为代价。

为在不恶化悬架动挠度和轮胎变形传递函数性能的情况下改善平顺性，应从以下几方面考虑。

(1) 在簧上质量频率下，实现车身振动加速度大幅度减小。

(2) 在簧上质量自然频率下，同时显著减小悬架动挠度和车轮动载(或轮胎变形)。

(3) 避免 3 个传递函数在簧下质量自然频率下任何一个性能恶化。

(4) 通过保证高频下 40dB/dec 簧上质量侧倾加速度，避免高频率振动。

(5) 如果可能，确保悬架动挠度传递函数没有常值低频渐近线。

11.5 主动悬架速度反馈控制器及液压执行器

11.5.1 主动悬架速度反馈控制器

由于在簧下质量共振频率(10Hz 左右)下的性能改善不明显，则应尽可能着重改善簧上质量共振频率(1.2Hz 左右)下的性能。几乎所有的簧上质量共振频率性能都可以通过使用简单的速度反馈控制律得到改善，即通常所说的“天棚阻尼”控制，即

$$F_a=-k_2\dot{z}_2 \tag{11-57}$$

“天棚阻尼”控制是基于绝对(即惯性系)悬架质量速度提出的，其控制规律较为简单，并不需要全状态反馈，并能使早期的全状态反馈 LQR 控制律的几乎所有性能得到改善。

“天棚阻尼”控制律的性能如图 11.11～图 11.13 所示。取反馈增益 $k_2=4000$，高频平顺性传递函数的侧倾振动被“天棚阻尼”控制器消除。

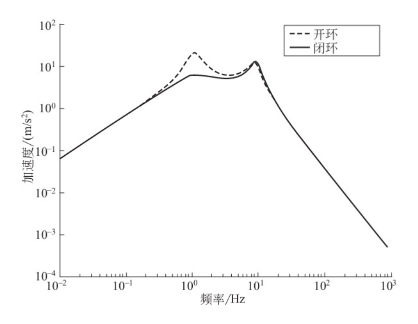


图 11.11 “天棚阻尼”控制车身振动加速度性能

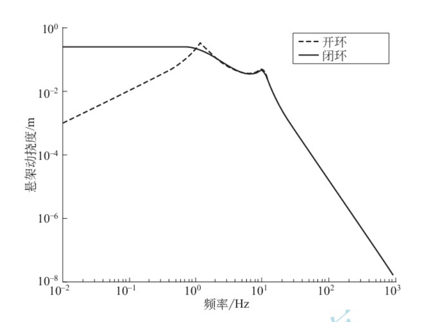


图 11.12 “天棚阻尼”控制的悬架动挠度性能

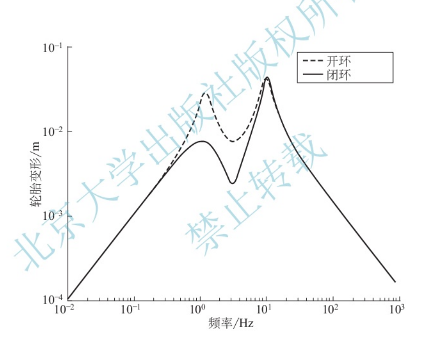


图 11.13 “天棚阻尼”控制的轮胎变形性能

11.5.2 主动悬架的液压执行器

以上进行了主动悬架的理论分析，主动悬架控制系统的设计假定作动力 F_a 为控制量，通常采用滑阀控制的电动液压执行器提供作动力 F_a。在一些文献中重点讨论了电动液压执行器对期望作动力的跟踪控制，期望作动力满足前几节中所讨论的主动悬架控制器作动力的要求。

$$F_a = \alpha A_P C_d w u \sqrt{\frac{P_s - \mathrm{sgn}(u)\dfrac{F_a}{A_P}}{\rho}} - \alpha A_P^2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \qquad (11-58)$$

式中，F_a 为执行器提供的悬架力；u 为滑阀相对平衡位置的运动量，构成液压执行器的控制输入；α 为定义的系数，$\alpha = \dfrac{4K_V}{V_t}$，$K_V$ 为液压油的体积弹性模量，V_t 为液压缸的体积，

$V_t=2V_0$，V_0 为单个液压缸的等效容积；P_s 为液压缸的压力；A_P为活塞面积；C_d为伺服阀卸荷系数；w 为伺服阀宽度。

假定期望的悬架力是 F_{a-des}。通常由 LQR 控制器或“天棚阻尼”控制器确定。目标是确定滑阀输入 u 控制律确保跟踪期望悬架力。

滑模控制或其他非线性控制设计方法可确保跟踪期望的悬架力。定义滑模面为

$$s=F_a-F_{a-des} \tag{11-59}$$

对式(11－59)进行微分可得

$$\dot{s}=\alpha A_P C_d w u\sqrt{\frac{P_s-\mathrm{sgn}(u)\frac{F_a}{A_P}}{\rho}}-\alpha A_P^2(\dot{z}_2-\dot{z}_1)-\dot{F}_{a-des} \tag{11-60}$$

如果滑模面闭环动力学 $\dot{s}=-\eta s$，能够保证滑模面收敛于 $s=0$，令 $\dot{s}=-\eta s$，由上式可得

$$\alpha A_P C_d w u\sqrt{\frac{P_s-\mathrm{sgn}(u)\frac{F_a}{A_P}}{\rho}}=-\eta s+\alpha A_P^2(\dot{z}_2-\dot{z}_1)+\dot{F}_{a-des} \tag{11-61}$$

因此，以下的控制律能够被用来确保收敛滑模面 $s=0$。

$$u=\frac{-\eta s+\alpha A_P^2(\dot{z}_2-\dot{z}_1)+\dot{F}_{a-des}}{\alpha A_P C_d w\sqrt{\frac{P_s-\mathrm{sgn}(u)\frac{F_a}{A_P}}{\rho}}} \tag{11-62}$$

注意：$\mathrm{sgn}(u)$出现在方程(11－62)的分母中，其中，$\mathrm{sgn}(u)$的值由式(11－62)的分子符号确定。因此，分子的值被首先计算出，如果分子值为负，则 $\mathrm{sgn}(u)=-1$；如果分子值为正，则 $\mathrm{sgn}(u)=+1$。式(11－62)的分母则由 $\mathrm{sgn}(u)$的修正值计算。

11.6 主动悬架的模糊控制

模糊控制主要包括模糊控制器的结构选择、模糊规则的选取、模糊输出量的确定和模糊判决等。

11.6.1 模糊控制器结构的选择

模糊控制器结构的选择直接影响控制器的性能。模糊控制器输入量的选择有多种，这里选择车身加速度 a 和车身与车轮的相对速度 V 作为输入量，输出量为控制力 F_a。图 11.14 即为二维模糊控制器结构。

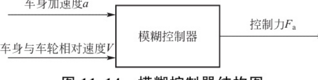


图 11.14 模糊控制器结构图

11.6.2 模糊控制规则的选取

模糊控制规则是模糊控制器的核心，它用语言的方式描述控制器输入量与输出量之间的关系及它们之间的模糊关系。模糊控制规则是根据专家或者熟练操作人员的控制经验，

以逻辑推理的方式给出的。或者首先给出一种模糊控制规则，然后经过不断调整，得到最终模糊控制规则。模糊控制规则的选取过程分为三部分：选择适当的模糊语言变量、确定各语言变量的隶属函数和建立模糊控制规则。

1. 模糊语言变量的选择

输入变量车身振动加速度 a 和车身与车轮之间的相对速度 V 采用5个语言模糊集来描述，即负大(NL)、负小(NS)、零(ZO)、正小(PS)和正大(PL)。

输出变量控制力 F_a 采用7种语言模糊集来描述，即负大(NL)、负中(NM)、负小(NS)、零(ZO)、正小(PS)、正中(PM)和正大(PL)。

2. 隶属函数的确定

在模糊控制中，模糊语言变量的隶属函数可以用列表的形式表示，也可以利用三角形与梯形等形状分布。例如，某车身加速度各语言模糊子集的隶属函数曲线如图11.15所示。

相对速度各语言模糊子集的隶属函数曲线如图11.16所示。

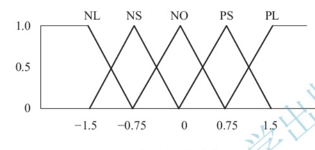


图11.15 车身加速度各语言模糊子集的隶属函数曲线

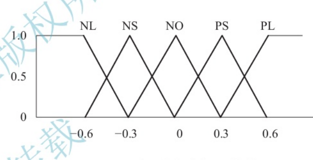


图11.16 相对速度各语言模糊子集的隶属函数曲线

作用力各语言模糊子集的隶属函数曲线如图11.17所示。

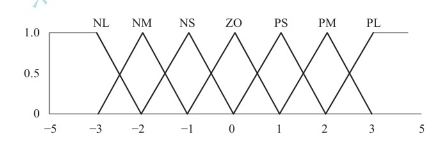


图11.17 作用力各语言模糊子集的隶属函数曲线

3. 模糊控制规则的建立

由于车身振动加速度 a 和车身与车轮的相对速度 V 在控制过程中都是需要减小的，所以形成25个控制规则，即

IF $a=a$(NL) and $V=V$(NL) then $F_a=F_a$(PL)

IF $a=a$(NL) and $V=V$(NS) then $F_a=F_a$(PL)

IF $a=a$(NL) and $V=V$(ZO) then $F_a=F_a$(PM)

IF $a=a$(NL) and $V=V$(PS) then $F_a=F_a$(PS)

IF $a=a$(NL) and $V=V$(PL) then $F_a=F_a$(ZO)

⋮

IF $a=a(\mathrm{PL})$ and $V=V(\mathrm{PS})$ then $F_a=F_a(\mathrm{NL})$

因此，由上述规则，可得模糊控制规则，见表 11－1。

表 11－1 模糊控制规则表

F_a \ V	NL	NS	ZO	PS	PL
NL	PL	PL	PM	PS	ZO
NS	PL	PM	PS	ZO	NS
ZO	PM	PS	ZO	NS	NM
PS	PS	ZO	NS	NM	NL
PL	ZO	NS	NM	NL	NL

11.6.3 模糊输出量的确定和模糊判决

1. 模糊输出量的确定

每一个模糊控制规则将形成一个模糊子关系 R_i，即

$$R_1=a(\mathrm{NL})\times V(\mathrm{NL})\times F_a(\mathrm{PL})$$
$$R_2=a(\mathrm{NL})\times V(\mathrm{NS})\times F_a(\mathrm{PL})$$
$$\vdots$$
$$R_{25}=a(\mathrm{NL})\times V(\mathrm{NS})\times F_a(\mathrm{PL})$$

所用模糊子关系的总和即为模糊控制器输入与输出之间的模糊关系，即

$$R=R_1\cup R_2\cup\cdots\cup R_{25}$$

对于任意一组模糊输入 a 和 V，就能得到相应的模糊输出 F_a，即

$$F_a=(a\times V)\times R$$

2. 模糊判决的进行

利用模糊关系 R，对于任意一组模糊输入 a 和 V，所求得的控制器输出 F_a 是一个模糊子集，但是被控对象只能接收精确的控制量，这就需要进行输出信息的模糊判决，即将模糊量转换为精确信息。

目前，这个转化过程常用的方法主要有最大隶属度法、取中位数法和重心法。其中，最大隶属度法是取模糊子集 F_a 中隶属度最大的元素作为输出量，完全排除了其他一切隶属度较小的元素的影响和作用；取中位数法是求出隶属函数曲线和横坐标之间包含面积平分为两部分之数，以此数作为输出量；重心法是求出隶属函数曲线和横坐标之间包含面积的重心位置，以此得出控制量的精确解。

例如，对于某汽车，其模型参数为 $m_2=330\mathrm{kg}$，$m_1=25\mathrm{kg}$，$K=13\mathrm{kN/m}$，$K_t=170\mathrm{kN/m}$，$C=1000\mathrm{N\cdot s/m}$。作为激励信号，选择阶跃输入和随机输入，其中

阶跃输入函数为

$$z_0=\begin{cases}0 & 0\leqslant t<0.2\\ \dfrac{t-0.2}{2.5} & 0.2\leqslant t<0.45\\ 0.1 & t\geqslant 0.45\end{cases}$$

随机输入，选择B级路面作为地面不平度输入信号，其功率谱密度函数可以近似表示为

$$S_q(\omega)=1.28\times10^{-2}\times\omega^{-2}$$

选择隶属度大于0.5的加权平均法，即在输出的模糊集中，选择隶属度大于0.5的元素与相应的隶属度的乘积，然后求平均作为控制量。

主动悬架系统和被动悬架系统在阶跃输入时的性能指标比较见表11-2，而随机输入时的性能指标比较见表11-3。

表11-2　在阶跃输入时的性能指标比较

性能指标	被动悬架系统	主动悬架系统	性能改善/%
加速度有效值/ms^{-2}	0.766	0.491	35.9
加速度最大值/ms^{-2}	2.095	1.707	18.5
车轮动载有效值/N	252.90	192.20	24.0
车轮动载最大值/N	684.90	515.70	24.7
车身和车轮最大相对位移/mm	46.96	36.20	22.9
车身和车轮相对位移有效值/mm	17.08	13.49	21.0

表11-3　在随机输入时的性能指标比较

性能指标	被动悬架系统	主动悬架系统	性能改善/%
加速度有效值/ms^{-2}	0.045	0.040	11.3
车轮动载有效值/N	84.14	67.49	19.8
车身和车轮相对位移有效值/mm	0.049	0.043	14.3

小　　结

本章讨论了采用1/4汽车悬架模型进行主动悬架控制系统的设计，控制采用LQR算法，将LQR算法和H_2最优控制算法结合起来用于抑制干扰。介绍了主动悬架模糊控制的控制器的结构选择、模糊规则的选取、模糊输出量的确定和模糊判决，并通过实例，对模糊控制在阶跃输入和随机输入情况下的性能指标，与被动悬架的性能指标进行了比较。

车身振动加速度、悬架动挠度和轮胎变形(或车轮动载)传递函数是1/4汽车系统3个重要的传递函数。本章研究了LQR性能指标中不同的加权因子对3个传递函数的影响。

悬架系统存在两个不动点，对应于车身振动加速度和悬架动挠度传递函数。分析这些不动点有利于帮助理解各种主动悬架控制系统所获得的性能的局限性。为了在不影响悬架动挠度和轮胎变形传递函数性能的情况下改善平顺性，最好实现以下内容。

(1) 在簧上质量频率下，大幅度减小簧上质量加速度。

(2) 同时在簧上质量自然频率下，显著降低悬架动挠度和轮胎变形。

(3) 避免簧下质量自然频率下，3 个传递函数的任何恶化。

(4) 通过确保高频时簧上质量侧倾加速度在 20dB/dec，避免高频振动。

(5) 如果可能，确保悬架动挠度传递函数没有常值低频渐近线。



参 考 文 献

[1] 周长城. 汽车减振器解析计算与特性综合仿真研究[D]. 北京：北京理工大学，2006.
[2] 周长城，顾亮. 筒式减振器叠加节流阀片开度与特性试验[J]. 机械工程学报，2007，43(6).
[3] 小林明. 汽车振动学[M]. 北京：机械工业出版社，1981.
[4] 阎以诵，苏笺寿. 工程机械振动分析[M]. 上海：同济大学出版社，1991.
[5] 何渝生. 汽车振动学[M]. 北京：人民交通出版社，1990.
[6] 张建民. 机械振动[M]. 北京：中国地质大学出版社，1995.
[7] 屈维德. 机械振动手册[M]. 北京：机械工业出版社，1992.
[8] 余志生. 汽车理论[M]. 北京：机械工业出版社，1990.
[9] 庄表中，王新行. 随机振动概论[M]. 北京：地震出版社，1982.
[10] 姚德源. 统计能量分析原理及其应用[M]. 北京：北京理工大学出版社，1995.
[11] 郑兆昌. 机械振动[M]. 北京：机械工业出版社，1980.
[12] 郑兆昌. 机械振动[M]. 北京：机械工业出版社，1986.
[13] 刘延柱. 振动力学[M]. 北京：高等教育出版社，1998.
[14] 张世基. 振动学基础[M]. 北京：北京航空航天大学出版社，1990.
[15] 唐一科. 振动分析及其应用[M]. 重庆：重庆大学出版社，1993.
[16] 樊振江. 机械振动及其计算机辅助测试技术[M]. 北京：机械工业出版社，1996.
[17] 李晓雷，俞德孚，孙逢春. 机械振动基础[M]. 北京：北京理工大学出版社，1996.
[18] 周中坚，卢耀祖. 机械与汽车结构的有限元分析[M]. 上海：同济大学出版社，1997.
[19] 陆伟民. 结构动力学及其应用[M]. 上海：同济大学出版社，1996.
[20] 刘延柱，陈立群. 非线性振动[M]. 北京：高等教育出版社，2003.
[21] 井盯勇. 机械振动学[M]. 北京：科学出版社，1979.
[22] 钟万勰. 暂态历程的精细计算[J]. 计算结构力学及其应用，1995，12(1).
[23] 任传波，贺光宗，李忠芳. 结构动力学精细积分的一种高精度通用计算格式[J]. 机械科学与技术，2005，24(12).
[24] 周长城，顾亮. 多片叠加节流阀片的设计及应力分析[J]. 机械强度，2007，29(2).
[25] 周长城. 减振器节流阀片拆分为多片叠加的设计方法[J]. 农业工程学报，2006，22(11).
[26] 周长城. 悬架杠杆比对油气弹簧阀系设计参数的影响[J]. 农业工程学报，2007，23 (12).
[27] 周长城，郑志蕴. 油气弹簧阻力特性计算机仿真[J]. 系统仿真学报，2006. 18(8).
[28] 周长城，顾亮，王丽. 节流阀片变形与变形系数的研究[J]. 北京理工大学学报，2006，26(7).
[29] 周长城，顾亮. 减振器叠加节流阀片的分析与研究[J]. 北京理工大学学报，2006，26(8).
[30] 周长城. 叠加阀片油气弹簧节流缝隙设计及特性试验[J]. 中国机械工程，2008，19(7).
[31] 周长城，焦学健. 簧上质量对油气弹簧阀系设计参数的影响[J]. 中国机械工程，2008，19(8).
[32] Zhou Changcheng. Study on the availability throttle opening size and velocity characteristic of damper[J]. *Journal of Beijing Institute of Technology*，2007，27(1).
[33] Zhou Changcheng，Zheng Zhiyun，Zhang Xueyi. Design Method for Throttle Holes Area of Telescopic Shock Absorber for Small Electric vehicles[J]. *Journal of Asian Electric Vehicle*，2009，7(1).
[34] Zhou Changcheng，Zhang，Xueyi，Meng，Jie，Zhao，Leilei. Simulation of telescopic shock absorber outer characteristic with piecewise maths function[J]. *International Journal of Modelling，Identification and Control*，2009，7(1).
[35] Zhou Changcheng，Zhang Xueyi，Xu Wei；Guo Jian. Modelling and simulation of throttle slice

stress of telescopic shock absorber[J]. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 2009, 7(1).

[36] 周长城，顾亮. 油气弹簧阀系参数设计与特性试验[J]. 汽车工程，2008，30(1).

[37] 周长城，石沛林. 油气弹簧节流阀片应力分析[J]. 汽车工程，2008，30(4).

[38] 周长城，孟婕. 车辆悬架最佳阻尼匹配减振器设计[J]. 交通运输工程学报，2008，33 (3).

[39] 周长城，袁光明. 基于车辆参数减振器常通节流孔优化设计方法[J]. 汽车工程，2008，30(8).

[40] 袁光明，周长城. 液压减振器节流损失及对阀系参数设计影响[J]. 液压与气动，2008，204(8).

[41] 周长城，孟婕，田立忠，赵雷雷. 汽车筒式减振器特性分段函数建模与仿真[J]. 汽车工程，2010，32(4).

[42] 刘瑞军，周长城，赵以强. 汽车减振器活塞孔对常通节流孔面积的影响[J]. 汽车技术，2008，(12).

[43] 周长城，任传波，徐伟，孟婕. 基于减振器特性的阀系参数黄金分割优化设计[J]. 汽车工程，2009，31(2).

[44] 周长城，郑志蕴，徐伟，赵雷雷. 汽车减振器阀系参数建模及 CAD 软件开发[J]. 汽车工程，2009，31(3).

[45] 周长城，任传波. 最佳阻尼匹配减振器阀片厚度优化设计与特性试验[J]. 振动工程学报，2009，22(1).

[46] 周长城，刘瑞军，赵以强. 油气弹簧叠加阀片设计方法及对节流缝隙影响[J]. 兵工学报，30(4).

[47] 高谋荣，袁媛，刘跃明. 谐振式汽车悬架检测台测控系统设计[J]. 拖拉机与农用运输车，2009，36(3).

[48] 左曙光，林阼，赵清理. 新型汽车悬架检测台建模与仿真[J]. 同济大学学报，2004，32(3).

[49] 韩建保，云志刚. 汽车悬架动载性能检测与理论分析[J]. 汽车工程，2002，24(3).

[50] 俞德孚，马彪，李晓雷. 车辆随机振动与悬架控制原理[M]. 北京：兵器工业出版社，1992.

[51] 张振华，董明明. 2 自由度车辆悬架线性模型最佳阻尼比的解析分析[J]. 北京理工大学学报，2008，28(12).

[52] 管继富，武云鹏，黄华，顾亮. 基于统计优化的车辆半主动悬架自适应控制[J]. 计算机测量与控制，2008，16(2).

[53] 孙建民，孙凤英. 汽车悬架系统的发展及控制技术研究现状[J]. 黑龙江工程学院学报，2001，15(1).

[54] 贾启粉，王影，刘习军. 汽车悬架振动系统的若干控制技术和发展[J]. 机床与液压，2005.

[55] 张梅霞，陈思忠. 汽车可控悬架发展综述[J]. 北京汽车，2003.

[56] G. Priyandoko, M. Mailah, H. Jamaluddin[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 23(3).

[57] 王良曦，王红岩. 车辆动力学[M]. 北京：国防工业出版社，2008.

[58] 余志生. 汽车理论[M]. 北京：机械工业出版社，2007.

[59] 丁能根，于贵珍. 汽车动力学及其控制[M]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2009.

[60] 靳晓雄. 汽车振动分析[M]. 上海：同济大学出版社，2002.

[61] 周长城. 汽车振动分析与测试[M]. 北京：北京大学出版社，2011.